



Contribution à la conception optimale et la commande de systèmes mécatroniques flexibles à actionnement piézoélectrique intégré. Application en microrobotique.

Mathieu Grossard

► To cite this version:

Mathieu Grossard. Contribution à la conception optimale et la commande de systèmes mécatroniques flexibles à actionnement piézoélectrique intégré. Application en microrobotique.. Automatique / Robotique. Université de Franche-Comté, 2008. Français. NNT : . tel-00362495

HAL Id: tel-00362495

<https://theses.hal.science/tel-00362495>

Submitted on 18 Feb 2009

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Année : 2008

THÈSE

présentée à

**L'U.F.R. DES SCIENCES ET TECHNIQUES
DE L'UNIVERSITÉ DE FRANCHE-COMTÉ**

pour obtenir le

**GRADE DE DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ
DE FRANCHE-COMTÉ**

en AUTOMATIQUE

(Ecole Doctorale Sciences Physiques pour l'Ingénieur et Microtechniques)

**Contribution à la conception optimale et la commande
de systèmes mécatroniques flexibles à actionnement
piézoélectrique intégré - Application en microrobotique**

par

Mathieu GROSSARD

Soutenue le 26 Novembre 2008

devant la Commission d'Examen :

Rapporteurs :

Pierre DUYSINX

Professeur, Université de Liège

Edouard LAROCHE

Professeur, Université de Strasbourg

Examineurs :

Daniel ALAZARD

Professeur, ISAE-SUPAERO Toulouse

Mehdi BOUKALLEL

Docteur-Ingénieur, CEA-LIST Fontenay-aux-Roses

Jean-Marc BREGUET

Docteur-Ingénieur, CSEM Neuchâtel

Manuel COLLET

Chargé de Recherche CNRS - HDR, FEMTO-ST Besançon

Directeur de thèse :

Nicolas CHAILLET

Professeur, Université de Besançon

Co-encadrante :

Christine ROTINAT-LIBERSA

Docteur-Ingénieur, CEA-LIST Fontenay-aux-Roses

Invité :

Arnaud HUBERT

Maître de Conférences, Université de Besançon

"Dans la vie, rien n'est à craindre,
tout est à comprendre."

Marie Curie (1867-1934)

À Laurène, mes parents et ma famille.

Remerciements

Ce travail de thèse est né de la collaboration scientifique entre le Département Automatique et Systèmes Micro-Mécatroniques (AS2M) de l'Institut FEMTO-ST à Besançon et le Laboratoire de Robotique et Méso-robotique (LRM) du CEA LIST à Fontenay-aux-Roses. Je tiens à remercier les directeurs de ces laboratoires, Nicolas Chaillet et Yann Perrot, de m'avoir offert d'excellentes conditions de travail.

J'adresse toute ma reconnaissance à mon directeur de thèse, Monsieur Nicolas Chaillet, Professeur à l'université de Franche-Comté, pour son parfait encadrement, ses précieux conseils scientifiques, ses compétences et ses grandes qualités humaines. Les nombreux échanges que nous avons eus tout au long de ces trois années de thèse m'ont beaucoup appris.

Je remercie Christine Rotinat-Libersa, Ingénieur de Recherche au LRM, de m'avoir proposé cette étude, d'avoir mis en œuvre les moyens nécessaires à son accomplissement et de m'avoir laissé une grande liberté dans le choix des orientations que je souhaitais apporter à ce travail.

J'adresse mes vifs remerciements à Monsieur Mehdi Boukallel, Ingénieur de Recherche au LRM, pour son aide scientifique précieuse, sa disponibilité et son expérience déterminante, qui ont orienté ce travail de recherche.

Je remercie Arnaud Hubert, Maître de Conférences à l'université de Franche-Comté, pour son éclairage pertinent sur mes travaux de recherche, sa lecture attentive de mon manuscrit ainsi que sa bonne humeur communicative.

Je remercie Messieurs Joël Agnus, Ingénieur d'Étude au Département Automatique et Systèmes Micro-Mécatroniques, et Gérard Michel, Ingénieur de Recherche au Département de Mécanique Appliquée de l'Institut FEMTO-ST, sans qui la réalisation de prototypes n'aurait pu être possible et qui ont apporté tout leur savoir-faire à la conception.

J'exprime toute ma gratitude à Messieurs Pierre Duysinx, Professeur à l'université de Liège et Edouard Laroche, Professeur à l'université Louis Pasteur à Strasbourg pour

m'avoir fait l'honneur de rapporter ces travaux en mécanique et automatique.

Je tiens également à remercier Monsieur Daniel Alazard, Professeur à l'Institut Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace (ISAE-SUPAERO), de m'avoir fait l'honneur de présider ma soutenance de thèse. Je remercie également Messieurs Jean-Marc Breguet, responsable de la section mécatronique au Centre Suisse d'Electronique et de Microtechnique SA (CSEM) et Manuel Collet, Chargé de Recherche HDR au CNRS, d'avoir accepté de juger ces travaux.

Il me tient à cœur de remercier tous les collègues des laboratoires de Besançon et Fontenay-aux-Roses pour la bonne ambiance et les sourires partagés, ainsi que toutes les personnes qui ont contribué de près ou de loin à ce travail de thèse.

Je voudrais aussi tout particulièrement remercier Laurène, mes parents et ma famille pour leur soutien inconditionnel et la joie qu'ils ont pu m'apporter au cours de ces années d'étude.

Mathieu

Table des matières

Introduction générale	1
1 L’adaptronique, une voie prometteuse pour la conception des systèmes microrobotiques	5
1.1 L’adaptronique : vers l’intégration fonctionnelle en mécatronique	5
1.1.1 La mécatronique	5
1.1.2 L’adaptronique	6
1.2 Enjeux et applications de la microrobotique	8
1.2.1 Concept de microrobots	8
1.2.2 Problématiques spécifiques à la microrobotique	11
1.3 Matériaux actifs pour la microrobotique	17
1.3.1 Définition	17
1.3.2 Conversion électromécanique	18
1.3.3 Conversion magnétomécanique	19
1.3.4 Conversion thermomécanique	20
1.4 Problématique de la conception des systèmes adaptroniques	21
1.4.1 Généralités sur la modélisation et la commande des systèmes adap- troniques	21
1.4.2 Problématique de la commande des structures flexibles	26
1.5 Outils d’aide à la conception optimale des <i>smart structures</i>	27
1.5.1 Classification des stratégies d’optimisation	27
1.5.2 Placement optimal de couple actionneurs/capteurs	28
1.5.3 Placement optimal d’actionneurs, capteurs et réglage optimal du correcteur	29
1.5.4 Optimisation topologique de structures	29
1.5.5 Optimisation du couple structure-actionneur	33
1.6 Objectifs de la recherche	35
1.6.1 Développement d’une méthode générale de synthèse optimale pour la conception de systèmes intégrés	35
1.6.2 Vers l’intégration <i>structure-actionneur</i>	36
1.6.3 Variété de critères dans la méthode de conception	37
1.6.4 Conception optimale, réalisation et commande d’un prototype mi- crorobotique	38

1.7	Conclusion	38
2	Présentation de la méthode des blocs	41
2.1	Méthode des blocs	41
2.1.1	Méthodologie de conception des mécanismes déformables	41
2.1.2	Fondements de la méthode des blocs	42
2.1.3	Paramétrage des mécanismes sous FlexIn	45
2.2	Algorithme d'optimisation	54
2.2.1	Espace de recherche	55
2.2.2	Algorithme de résolution EF	56
2.2.3	Evaluation de <i>structure flexible</i>	57
2.2.4	Optimisation multi-objectifs	58
2.3	Conclusion	60
3	Evolution de la méthode pour la conception optimale de structures actives	61
3.1	Genèse de la méthode des blocs actifs	61
3.2	Principe d'actionnement des blocs actifs	64
3.2.1	Le phénomène de piézoélectricité	64
3.2.2	Choix d'une classe de matériau piézoélectrique pour notre méthode	67
3.2.3	Différents modes de déformations	71
3.2.4	Choix du mode de déformation pour les blocs actifs	72
3.3	Modélisation éléments finis en dynamique des poutres piézoélectriques	74
3.3.1	Principe de <i>Hamilton</i>	74
3.3.2	Paramètres du problème	77
3.3.3	Relation champ de déformation/déplacements	81
3.3.4	Relation champ électrique/potentiels	82
3.3.5	Travaux des forces extérieures	82
3.3.6	Calcul des énergies	83
3.3.7	Variation du <i>Lagrangien</i>	84
3.3.8	Développement du modèle EF de l'élément poutre	85
3.4	Construction du modèle EF des blocs actifs	87
3.4.1	Assemblage de poutres piézoélectriques	88
3.4.2	Prototypage de blocs actifs	90
3.4.3	Validation expérimentale du modèle des blocs actifs : cas statique	92
3.5	Spécification des structures flexibles à actionnement piézoélectrique intégré dans la méthode d'optimisation	93
3.5.1	Spécifications du matériau piézoélectrique	93
3.5.2	Spécification des actionneurs par blocs actifs	95
3.6	Intérêt de la méthode d'optimisation dans le cas statique : cas de la pince <i>MMOC</i> de l'AS2M	95
3.6.1	Caractéristiques du <i>MMOC</i>	96
3.6.2	Spécification du problème de conception des micro-actionneurs	98
3.6.3	Résultats	100

3.7	Conclusion	101
4	Intégration de la dynamique dans la méthode d'optimisation - Introduction de nouveaux critères pour la commande	105
4.1	Extension de la méthode à la dynamique	105
4.1.1	Problématique de la condensation matricielle pour la dynamique	106
4.1.2	Modèle dynamique des structures dans FlexIn	110
4.1.3	Ecriture du modèle dans la base modale	112
4.1.4	Spécification de l'amortissement	113
4.1.5	Modèle d'état des structures flexibles	115
4.2	Un nouveau critère pour l'évaluation de la qualité de la réduction de modèle : \mathcal{J}_1^k	117
4.2.1	Identification modale	117
4.2.2	Commandabilité et observabilité de l'état	119
4.2.3	Interprétation des grammians	121
4.2.4	Ecriture des grammians modaux	123
4.2.5	Cas de la base <i>équilibrée</i>	123
4.2.6	Réduction de <i>Moore</i>	124
4.2.7	Equivalence base modale et base <i>équilibrée</i>	125
4.2.8	Ecriture du critère numérique \mathcal{J}_1^k	126
4.3	Un nouveau critère pour forcer la propriété d'alternance pôles/zéros : $\mathcal{J}_2^{k'}$	127
4.3.1	Problématiques liées à la commande	127
4.3.2	Propriété d'alternance pôles/zéros	129
4.3.3	Analyse de la robustesse par le lieu des racines	130
4.3.4	Ecriture du nouveau critère numérique $\mathcal{J}_2^{k'}$	133
4.4	Application à la conception optimale d'un micro-actionneur piézoélectrique	133
4.4.1	Technologie et contraintes de réalisation	134
4.4.2	Paramètres de l'optimisation	136
4.4.3	Résultats, interprétation et choix d'une solution pseudo-optimale	138
4.4.4	Etude affinée en simulation d'une conception de micro-actionneur choisie	142
4.5	Conclusion	146
5	Prototypage et commande d'un micro-actionneur piézoélectrique	149
5.1	Réalisation du prototype de micropince	149
5.1.1	Usinage par contact	150
5.1.2	Protocole de fabrication par usinage laser	151
5.2	Identification du transfert tension-déflexion	151
5.2.1	Banc expérimental	152
5.2.2	Analyse du comportement en déflexion	154
5.2.3	Modélisation et identification de l'hystérésis	161
5.2.4	Ecriture du modèle complet pour la synthèse de la commande	167
5.2.5	Etat de l'art sur la commande des actionneurs piézoélectriques	168
5.3	Synthèse d'une loi de commande HAC/LAC	170

5.3.1	Stratégie de commande	171
5.3.2	Eléments de théorie sur les schémas d'amortissement par <i>Positive Position Feedback</i> (PPF)	172
5.3.3	Synthèse du régulateur LAC par le lieu des racines	172
5.3.4	Synthèse du régulateur HAC	175
5.3.5	Résultats expérimentaux	175
5.4	Comparaison des performances atteintes avec des commandes robustes	175
5.4.1	Commande par placement de pôles robustes (RST)	176
5.4.2	Commande H_∞ standard	179
5.5	Comparaisons des résultats et conclusion	186
6	Extensions de la méthode et perspectives	189
6.1	Stratégie d'optimisation pour des structures amplificatrices de débattement	189
6.1.1	De nouveaux critères dans la méthode	189
6.1.2	Essais de réalisations de prototypes	192
6.2	De nouveaux blocs actifs dans la méthode	194
6.3	Vers la prise en compte des effets tridimensionnels	195
6.3.1	Mise en évidence des effets 3D non prévus par le modèle	196
6.3.2	Augmentation du modèle 2D EF dans la méthode	198
6.3.3	Schémas possibles d'actionnement 2D/3D	198
6.4	Intégration fonctionnelle de la <i>mesure</i>	198
6.4.1	Principe de la mesure de charges	199
6.4.2	Simulation dans le cas de la micropince	199
	Conclusion générale	203
A	Généralités sur l'optimisation par algorithme génétique	205
B	Interfaces graphiques du logiciel <i>FlexIn</i>	209
B.1	Fonction <i>d2specbloc.m</i>	209
B.2	Fonction <i>d2simubloc.m</i>	209
B.3	Sous-fonction <i>d2specact.m</i>	209
B.4	Sous-fonction <i>d2specact.m</i> modifiée	209
B.5	Fonction <i>d2commande.m</i>	210
C	A propos des matériaux piézoélectriques	213
D	Calculs des matrices intervenant dans le modèle <i>EF</i> de la poutre à deux nœuds	217
D.1	Champ de déformation et champ électrique	217
D.1.1	Champ de déformation	217
D.1.2	Champ électrique	218
D.2	Forces non-conservatrices	219
E	Rappels des différentes hypothèses de modélisation dans la méthode	221

F	Condensation de la matrice rigidité K_{Bloc} : cas de la statique linéaire	223
G	Quelques résultats généraux sur la réalisation <i>équilibrée</i>	225
G.1	Changement de base	225
G.1.1	Calcul des grammiens	225
G.1.2	Propriété remarquable	226
G.2	Calcul de la base <i>équilibrée</i>	226
G.2.1	Algorithme de <i>Laub</i>	226
G.2.2	Remarque	227
H	Etude du compensateur PPF pour l'amortissement modal dans le cas SISO	229
H.1	Influence de la pulsation naturelle ω_f	229
H.2	Influence de l'amortissement modal ξ_f	232
I	Calcul des gabarits fréquentiels pour la synthèse H_∞	233
I.1	Choix de W_1	233
I.2	Choix de W_2	233
I.3	Choix de W_3	234
	Bibliographie	235
	Publications personnelles	253

Table des figures

1.1	Intégration fonctionnelle de la boucle de commande.	7
1.2	Microprehensile Microrobot On Chip (MMOC) et organes effecteurs en Nickel [Agn05].	9
1.3	Micropince avec cols flexibles actionnée par un actionneur micropneumatique [Büt02].	9
1.4	Une station de micromanipulation avec caméra et microscope [Sha05]. . .	10
1.5	Station permettant le changement d'organes terminaux [Clé05].	10
1.6	Microrobot ALICE développé à l'EPFL Autonomous Systems Lab (Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse) [Cap05].	11
1.7	Prototype de réalisation d'un microrobot volant (Université de Berkeley) [Woo01].	11
1.8	Conception existante (a) d'un minirobot invasif pour l'opération de coloscopie et future (b) avec augmentation de l'intégration des composants dans le système [Dar00].	11
1.9	Echelle dimensionnelle de quelques objets caractéristiques du micromonde. . .	12
1.10	Illustration des phénomènes d'adhésion [Wec03] : (a) Difficulté de prise de micro-objet, (b) adhésion du micro-objet sur un doigt du microprehenseur lors de la phase de dépose, (c) adhésion de deux micro-objets entre eux. . .	13
1.11	Un col flexible circulaire.	15
1.12	Micropince avec cols flexibles (représentation des contraintes) [Nah07]. . .	15
1.13	Une structure illustrant la distribution répartie des déformations [Kot99]. . .	15
1.14	Vue au Microscope Electronique à Balayage (MEB) d'un micro-amplificateur intégré pour actionneur PZT [Hua06].	15
1.15	Anatomie d'une rétroaction dans le micromonde (avec l'accord de Y. Hadad, Institut Femto-ST/AS2M, Besançon, France).	16
1.16	Micropince à poutres piézoélectriques unimorphes [Had00].	18
1.17	Micropince piézoélectrique monolithique massive [Bre97].	18
1.18	Principe de fonctionnement d'un fluide électrorhéologique.	19
1.19	Dispositif de locomotion d'un microrobot par magnétostriktion [DB98]. . .	19
1.20	Illustration de l'effet mémoire de forme.	21
1.21	Micropince monolithique en AMF en positions ouverte et fermée [Bel98]. . .	21
1.22	Etapes de conception et simulation en adaptronique.	22
1.23	Schéma synoptique d'une structure adaptronique.	28

1.24	Domaine topologique d'optimisation (a) et solution optimale (b) pour l'amplification de débattement [Can00].	30
1.25	Conception d'une micropince 2D par la méthode Level-Set : définition du problème (a), topologie initiale (b), conception optimale (c) et déformée (d) [All02b].	31
1.26	(a) Exemple de mécanisme inverseur (avantage géométrique $\times 1,5$) et (b) représentation de sa déformée [Min04].	32
1.27	Principe d'actionnement électrothermique en forme de V.	34
1.28	Actionneur électrothermique en forme de U et simulation.	34
1.29	Micropince électrothermomécanique monolithique en Nickel d'une épaisseur hors-plan de $15\mu m$: encombrement et conditions aux limites (a), solution optimale (b) et déformée (c) [Rub06].	35
2.1	Exemple de prototype de micropince monolithique en polyimide $12 \times 15 \times 1\text{ mm}^3$ optimisée par FlexIn [Ber04] et représentation schématique des briques élémentaires sous FlexIn.	43
2.2	Démarche de conception proposée par FlexIn.	46
2.3	Topologies des différents blocs élémentaires de la bibliothèque FlexIn associés à leur numéro de représentation.	47
2.4	Description du maillage dans le plan par des blocs rectangulaires dans le repère $\mathcal{R}_R = (\mathbf{x}_R, \mathbf{y}_R, \mathbf{z}_R)$	48
2.5	Représentation des degrés de libertés nœuds dans le plan à partir de l'exemple du bloc élémentaire n°18 de la bibliothèque de blocs dans le repère \mathcal{R}_R	50
2.6	Tailles de différentes matrices raideurs (le nombre de <i>ddl</i> vaut trois fois le nombre de nœuds reliés par les poutres du bloc considéré).	50
2.7	Illustration de l'hypothèse de transmission des actions mécaniques entre blocs (cas de deux blocs <i>pleins</i> voisins : l'hypothèse H4 réduit la liaison entre ces deux blocs à deux liaisons encastrement au lieu de trois).	51
2.8	Exemple d'une pince simulée par FlexIn, possédant deux contacts internes et externes à l'état <i>inactif</i> (A), puis à l'état <i>actif</i> après déformation de la structure (B). La spécification de cette pince peut être simplifiée en exploitant la symétrie, ce qui impose de modifier les conditions aux limites (C). (Les degrés de liberté bloqués sont représentés par un triangle pour X_{x_i} et X_{y_i} dans la direction correspondante, et par un carré pour R_{z_i} .)	53
2.9	Cas test du double carré à 4 DDLS. L'actionneur A_{1de} impose un déplacement vertical au point P_2 (DDLS n°1), l'actionneur A_{2fe} applique une résultante mécanique horizontale au point P_4 (DDLS n°2), l'actionneur A_{3fi} exerce une résultante mécanique entre les points P_3 et P_6 (DDLS n°3), et l'actionneur A_{4di} impose un déplacement entre les points P_2 et P_4 (DDLS n°4).	54

2.10	Exemple de maillage du domaine de conception. Domaine de conception de L_a de large sur L_b de long, contenant $N_a = 2$ blocs dans la hauteur et $N_b = 2$ blocs dans la largeur. $\mathbf{a} = (a_1, a_2)$ et $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ sont variables.	55
2.11	Exemple de fronts de <i>Pareto</i> d'une population évaluée suivant deux critères F_{o1} et F_{o2} et représentation de la cible (exemple où une solution atteint la cible).	60
3.1	Topologies des blocs actifs de la bibliothèque.	62
3.2	Cas test à un seul <i>DDLS</i> : l'actionneur distribué A_{1ba} est le bloc <i>carré</i> actif qui impose des déplacements couplés selon \mathbf{x}_R et \mathbf{y}_R aux points P_2 et P_4 , ainsi que des rotations aux points P_1 et P_3 . Les traits pointillés indiquent l'esquisse simplifiée de la déformée.	63
3.3	Représentation du système d'axe d'un matériau piézoélectrique.	65
3.4	Mise en évidence de l'importance de l'isotropie transverse dans le cas exemple du bloc <i>triangle</i> piézoélectrique. Soit $\mathcal{R}' = (0, \mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3)$	69
3.5	Barreau en elongation.	71
3.6	Empilage de n disques fonctionnant en mode d_{33} ($\Delta L = nd_{33}V$).	71
3.7	Plaque travaillant en cisaillement.	72
3.8	Lame utilisant l'effet transverse.	72
3.9	représentation du dépôt d'électrodes d'un bloc actif sur une plaque de PZT pour exploiter l'effet transverse.	73
3.10	Conditions aux limites pour la modélisation d'une poutre piézoélectrique élémentaire de volume \mathcal{V}_p . Le matériau est orienté dans son repère principal d'orthotropie, polarisé selon la direction \mathbf{e}_3 , et uniformément recouvert d'électrodes sur ses parties supérieures et inférieures, respectivement alimentées par les potentiels électriques φ_1 et φ_2 . Soit le repère $\mathcal{R} = (0, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$	75
3.11	Déplacement de la section droite d'abscisse x dans le cas d'une sollicitation en flexion de la poutre (l'axe x est la fibre moyenne de la poutre, et les axes y et z sont les axes centraux principaux de la section droite).	78
3.12	Hypothèse de <i>Navier-Bernoulli</i> dans le cas d'une poutre en flexion : poutre non-déformable à l'effort tranchant.	79
3.13	Coordonnées curvilignes de la poutre d'extrémités A et B , orientée dans le repère global $\mathcal{R}_{\mathcal{R}}$ et chargée mécaniquement dans son plan.	81
3.14	Bibliothèques de 19 blocs actifs (en rouge) et 36 blocs passifs (en vert).	89
3.15	Plaque de matériau piézoélectrique PZT avec répartition des électrodes sur les faces supérieures et inférieures.	91
3.16	Exemplaires de quelques blocs actifs en PZT PIC151 (avec leur point d'encastrement) réalisés par procédé de micro-usinage laser.	91
3.17	Vues au Microscope Electronique à Balayage d'une extrémité angulaire (en haut) et d'une poutre selon sa tranche (en bas)d'un bloc élémentaire <i>carré</i> réalisé par micro-usinage laser : à gauche laser YAG, à droite laser à impulsions femto-secondes.	92

3.18	Comparaison des résultats de déplacements en statique en μm (blocs soumis à une tension $U_{Bloc} = 200V$) : cas des blocs <i>poutre</i> (laser YAG), <i>coude</i> (laser femto-seconde), <i>triangle</i> (laser femto-seconde) et <i>carré</i> (laser YAG).	94
3.19	Création de la topologie d'un individu constitué de blocs passifs et actifs (exemple de représentation avec deux blocs actifs).	96
3.20	Version du <i>MMOC</i> en boîtier DIL (d'après [Agn03a]) : le composant microrobotique se présente sous la forme d'un boîtier compact dont émerge la partie utile (organes terminaux de préhension).	97
3.21	Actionneurs piézocéramiques : doigts actifs.	97
3.22	Organes terminaux en Nickel.	97
3.23	Principe de fonctionnement de l'actionneur piézoélectrique du <i>duo-bimorphe</i> dans les plans $(\mathbf{x}_R, \mathbf{y}_R)$ (a) et $(\mathbf{x}_R, \mathbf{z}_R)$ (b). La section du <i>duo-bimorphe</i> dans le plan $(\mathbf{y}_R, \mathbf{z}_R)$ est présentée en traits continus ; la déformée en traits pointillés.	98
3.24	Éléments constituant le MMOC et dimensions associées.	99
3.25	Maillage FlexIn de la demi-partie du microactionneur flexible symétrique avec conditions aux limites imposées et autorisées.	99
3.26	Fronts de <i>Pareto</i> A et B des solutions synthétisées par FlexIn. Les performances des solutions sont évaluées pour une tension d'actionnement de $\pm 100V$. (Paramètres génétiques utilisés : population de 200 individus, probabilité de mutation sur les individus et les gènes de 40%, critère de stagnation à 250 générations).	100
3.27	Représentations sous <i>Comsol Multiphysics</i> des micro-actionneurs a (en haut) et b (en bas) complets à partir de la demi-structure optimisée, ainsi que de leur déformée en configuration <i>mors ouverts</i> pour des tensions d'actionnement de $+100V$ ou $-100V$ selon les blocs.	102
4.1	Comparaison FlexIn/ <i>Comsol Multiphysics</i> des estimations des cinq premières fréquences propres du bloc <i>poutre</i> (maillage <i>Comsol Multiphysics</i> en 4137 éléments tétraédriques).	108
4.2	Comparaison FlexIn/ <i>Comsol Multiphysics</i> des estimations des cinq premières fréquences propres du bloc <i>coude</i> (maillage <i>Comsol Multiphysics</i> en 4482 éléments tétraédriques).	109
4.3	Comparaison FlexIn/ <i>Comsol Multiphysics</i> des estimations des cinq premières fréquences propres du bloc <i>triangle</i> (maillage <i>Comsol Multiphysics</i> en 4347 éléments tétraédriques).	109
4.4	Comparaison FlexIn/ <i>Comsol Multiphysics</i> des estimations des cinq premières fréquences propres du bloc <i>carré</i> (maillage <i>Comsol Multiphysics</i> en 5378 éléments tétraédriques).	110
4.5	Loi d'évolution des amortissements modaux selon le modèle de <i>Rayleigh</i> .	115
4.6	Réduction de modèle par la méthode de la réalisation <i>équilibrée</i> .	125

4.7	Forme de la réponse fréquentielle en amplitude d'un système dans le cas SISO favorisée par l'utilisation du critère \mathcal{J}_1^k : l'amplitude des pics de résonance est maximisée dans la fenêtre fréquentielle $[0; \omega_k]$ et est minimisée sur $[\omega_k; +\infty]$.	127
4.8	Stratégie d'amortissement des systèmes flexibles dans le plan complexe : déplacement des pôles p_i vers le demi-plan gauche.	129
4.9	Réponse fréquentielle en amplitude d'une structure non-amortie pour laquelle tous les résidus modaux sont positifs.	131
4.10	Lieux des pôles (\times) et des zéros (\circ) dans le plan complexe d'un système à alternance pôles/zéros : (a) Cas non-amorti. (b) Cas légèrement amorti. (Seule la partie supérieure du plan complexe est représentée, la figure étant symétrique par rapport à l'axe réel.)	131
4.11	Schéma de commande en boucle fermée par rétroaction.	132
4.12	Détails du lieu des racines montrant les effets d'une inversion pôle/zéro sur l'angle de départ du pôle. Puisque la contribution des autres pôles et zéros restent inchangée, la quantité $(\phi_i - \psi_i)$ doit aussi rester inchangée.	133
4.13	Encombrement occupé par la micropince piézoélectrique dans le substrat de PZT.	135
4.14	Calcul de l_{min} , la plus petite largeur de poutre atteignable par les paramètres d'optimisation.	136
4.15	Spécifications des paramètres du problème d'optimisation pour le doigt de préhension gauche.	137
4.16	Fronts de <i>Pareto</i> des solutions pseudo-optimales et sélection des solutions A , B , C et D .	139
4.17	Représentations schématique FlexIn des quatre solutions A , B , C et D correspondant au doigt de préhension gauche de la micropince. (Les lignes marrons correspondent aux poutres des blocs actifs alimentées en tension.)	140
4.18	Réponse fréquentielle du microsystème A entre l'entrée (V_{gauche} en V) et la sortie (δ en μm) estimée par FlexIn.	141
4.19	Réponse fréquentielle du microsystème B entre l'entrée (V_{gauche} en V) et la sortie (δ en μm) estimée par FlexIn.	141
4.20	Réponse fréquentielle du microsystème C entre l'entrée (V_{gauche} en V) et la sortie (δ en μm) estimée par FlexIn.	142
4.21	Réponse fréquentielle du microsystème D entre l'entrée (V_{gauche} en V) et la sortie (δ en μm) estimée par FlexIn.	142
4.22	Visualisation des effets de passage de la modélisation curviligne à tridimensionnel.	143
4.23	Simulation 3D du déplacement en \mathbf{x}_R (en μm) du doigt gauche sous l'application d'une différence de potentiels de 200V et représentation de la déformée spatiale associée.	144
4.24	Evaluation du critère de <i>Von Mises</i> (en Pa) et modifications structurelles de certaines poutres.	146

5.1	Vue 3D de la micropince piézoélectrique montrant les pistes d'électrodes supérieures pour les doigts gauche et droit.	150
5.2	Plateau givrant en fonctionnement.	150
5.3	Pince partiellement usinée par fraise diamantée.	150
5.4	Protocole d'usinage des structures piézoélectriques.	152
5.5	Photographie du doigt de préhension gauche seul, usiné par découpe laser.	153
5.6	Photographie du prototype de la micropince usinée par découpe laser.	153
5.7	Photographie du banc d'essais expérimental.	153
5.8	Schéma de la chaîne d'instrumentation.	154
5.9	Filtre actif anti-repliement. Les valeurs des composants sont : $R = 2.2 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 100 \text{ nF}$, $C_2 = 47 \text{ nF}$	154
5.10	Mise en évidence du début de la dérive de la déflexion pour le doigt d'actionnement (échelon de tension à $t = 0$).	155
5.11	Cycle d'hystérésis type d'un actionneur piézoélectrique commandé en tension.	156
5.12	Courbe d'hystérésis quasi-statique mesurée sur le microsystème et réponse linéaire simulée par logiciel EF pour le doigt d'actionnement en matériau PIC151.	157
5.13	Observation de l'hystérésis du doigt d'actionnement gauche en régime harmonique pour différentes valeurs de fréquence.	159
5.14	Equivalence comportementale de l'hystérésis dynamique.	160
5.15	Représentation schématique des échanges électromécaniques dans un actionneur piézoélectrique et de l'hystérésis qui sera considérée dans notre modèle.	161
5.16	Diagramme de Bode expérimental du transfert en déflexion $\frac{\delta}{U}$ ($\delta = \delta_x$ en μm et U en Volt) et transfert identifié correspondant $D(s)F(s)$	163
5.17	Comparaison des réponses simulée et observée du système lors d'une sollicitation à un échelon en tension (avec mise à l'échelle des gains statiques pour permettre la comparaison).	164
5.18	Superposition des courbes $H_s(U) \cdot D(s)$ de simulation et H_d en expérimentation pour diverses fréquences.	165
5.19	(a) Approximation multi-linéaires. (b) Approximation quadrilatérale.	166
5.20	Modèle du transfert statique en tension-déflexion par l'approximation quadrilatérale.	167
5.21	Identification des paramètres de la courbe d'hystérésis quadrilatérale. (Les segments de droites sont choisis aux nœuds du ventre de l'hystérésis, où l'amplitude de la déflexion est maximale.)	167
5.22	Transfert en tension/déflexion équivalent.	168
5.23	Commande en boucle ouverte par compensation d'hystérésis.	169
5.24	Principe de la commande HAC/LAC.	170
5.25	Lieu des pôles en boucle-fermée dans le plan complexe en fonction du gain g . (Le graphique est symétrique par rapport à l'axe réel.)	173
5.26	Zooms sur le lieu des pôles de $D(s)$ (a) premier mode, (b) second mode (le graphique est symétrique par rapport à l'axe réel).	174

5.27	Réponses impulsionnelles expérimentales pour le système libre et compensé par H_l .	174
5.28	Influence du correcteur HAC/LAC sur le transfert de boucle L et marges de stabilité.	176
5.29	Réponses indicielles expérimentale et simulée en asservissement pour le micro-actionneur commandé par le régulateur HAC/LAC. (Echelon consigne d'amplitude $5\mu m$.)	176
5.30	Régulateur polynomial RST équivalent.	177
5.31	Construction des zéros de $P(s)$ à partir de ceux de $A(s)$.	179
5.32	Influences des paramètres de synthèse T_o et ξ_o sur la marge de gain M_g prédite pour le système compensé par correcteur RST. (ξ_o est donné en échelle logarithmique pour des soucis de représentation graphique.)	180
5.33	Influences des paramètres de synthèse T_o et ξ_o sur la marge de phase M_φ prédite pour le système compensé par correcteur RST.	180
5.34	Réponses indicielles expérimentale et simulée en asservissement pour le micro-actionneur commandé par le régulateur RST (échelon de consigne d'amplitude $5\mu m$).	181
5.35	Transfert tension/déflexion G corrigé par le correcteur K .	181
5.36	Comportements asymptotiques des transferts de la boucle fermée.	182
5.37	Schéma de la boucle fermée incluant les trois pondérations fréquentielles W_1 , W_2 et W_3 .	182
5.38	Représentation du problème standard pour le système augmenté.	183
5.39	Système G augmenté des filtres W_1 , W_2 et W_3 , et bouclé par K .	183
5.40	Fonctions de pondérations utilisées dans la synthèse de $K(s)$ et transferts du système.	185
5.41	Réponses indicielles expérimentale et simulée en asservissement pour le micro-actionneur commandé par le correcteur H_∞ (échelon en consigne d'amplitude $5\mu m$).	185
5.42	Comparaison des réponses indicielles (consignes en échelon de $5\mu m$).	186
5.43	Lieu de Black du transfert de boucle pour les correcteurs HAC/LAC, RST et H_∞ .	187
6.1	Problème d'optimisation pour le mécanisme d'amplification avec conditions aux limites : (a) rejet des modes résonants depuis l'actionneur, (b) filtrage des vibrations indésirables depuis le support.	191
6.2	Exemples de solutions pseudo-optimales de structures A , B et C , représentées avec leur déformées et leur avantage géométrique à fréquence nulle, puis notes qualitatives des trois structures relativement aux critères \mathcal{E}_1 et \mathcal{E}_2 .	192
6.3	Réponse fréquentielle simulée en amplitude et en phase pour les structures A , B et C entre l'entrée u et la sortie y : critère \mathcal{E}_1 .	193
6.4	Réponse fréquentielle simulée en amplitude et en phase pour les structures A , B et C entre l'entrée w et la sortie y : critère \mathcal{E}_2 .	193

6.5	Essais de réalisation de prototypes des trois structures amplificatrices (après technique d'usinage par procédé de D.R.I.E.), représentées avec leur parties sécables.	194
6.6	Mise en évidence des défauts d'usinage par vue au Microscope Electronique à Balayage : gravure non-débouchante dans le motif de treillis de poutres (à gauche) et flancs non-verticaux (à droite).	194
6.7	Principe de fonctionnement de l'actionneur piézoélectrique bimorphe. La structure au repos est présentée en traits continus ; la déformée de l'actionneur en traits pointillés.	195
6.8	Six nouveaux blocs actifs de poutres bimorphes.	196
6.9	Diagramme de Bode expérimental du transfert en déflexion $\frac{\delta_z}{U}$ (δ_z en μm et U en Volt).	197
6.10	Réponses expérimentales de la déflexion δ_z lors d'asservissements par méthodes HAC/LAC et RST de la déflexion δ_x (pour des consignes δ_x d'amplitude $5\mu m$ à partir de $t = 0.01s$).	197
6.11	Schéma de principe du montage électronique de la conversion charge-tension.	199
6.12	Mise en évidence de la poutre capteur intégrée dans la micropince.	200
6.13	Micropince prototype et son boîtier pouvant intégrer dans l'avenir des circuits électroniques de traitements divers.	200
A.1	Exemple de schéma d'un algorithme génétique.	206
B.1	Interface graphique de la fonction <i>d2specbloc.m</i>	210
B.2	Interface graphique de la fonction <i>d2simubloc.m</i>	210
B.3	Interface graphique de la fonction <i>d2specact.m</i>	211
B.4	Interface graphique de la fonction <i>d2simubloc.m</i> modifiée.	211
B.5	Interface graphique de la fonction <i>d2commande.m</i>	211
C.1	Piézoélectricité du quartz naturel à l'équilibre (a) et avec une force appliquée (b).	213
C.2	Hiérarchisation des classes cristallines.	214
F.1	Illustration des nœuds internes et externes pour la condensation statique.	223
H.1	Schéma de la boucle d'amortissement par PPF.	230
H.2	Représentation graphique de l'angle de phase du compensateur.	230
H.3	Influence de ξ_f sur la région d'amortissement.	231

Introduction générale

Pour réaliser des tâches de micromanipulation à très faible échelle, les structures déformables sont une alternative prometteuse aux systèmes mécaniques articulés, qui, outre des difficultés de miniaturisation et d'assemblage, peuvent présenter dès l'échelle mésoscopique des effets perturbateurs liés aux jeux et aux mouvements relatifs de leurs pièces constitutives. Cela influence de manière néfaste leurs performances (résolution, répétabilité et précision), leur fiabilité et leur durée de vie.

Le *Laboratoire de Robotique et Méso-robotique (LRM)* du *CEA LIST* à *Fontenay-aux-Roses* mène depuis quelques années des travaux de recherche dans le domaine de la conception optimale de méso et microstructures mécaniques déformables. Ces travaux se sont notamment traduits par le développement d'une nouvelle méthode d'aide à la conception optimale de structures flexibles mues par actionneurs discrets. Cette méthode a donné naissance à un logiciel baptisé FlexIn. L'évolution naturelle de ces travaux consiste à étudier la synthèse de systèmes mécatroniques, ou en l'occurrence adaptatroniques, en y intégrant par l'emploi de matériaux actifs les fonctions d'actionnement, voire de mesure. On parle alors de *structures actives*, parfois appelées *smart structures* dans la littérature internationale.

Pour mettre en oeuvre cette nouvelle étape de développement, une collaboration scientifique entre le *LRM* et le *Département Automatique et Systèmes Micro-Mécatroniques (AS2M)* de l'*Institut FEMTO-ST* à *Besançon* s'est établie en 2005, mettant en synergie les compétences en mécanique et optimisation topologique du *LRM* d'une part et les compétences en microrobotique et matériaux actifs de l'équipe *Systèmes Automatisés de Micromanipulation et Micro-assemblage (SAMMI)* du *Département AS2M* d'autre part. Cette équipe est reconnue pour son expertise dans l'étude, la conception et la commande de composants microrobotiques et micromécatroniques, avec comme principaux objectifs applicatifs le micropositionnement et l'assemblage d'objets micrométriques. Ces applications requièrent notamment des micro-actionneurs de très haute résolution présentant un taux d'intégration maximal.

Le présent mémoire est le fruit d'un travail de thèse né de cette collaboration entre ces deux équipes de recherche.

Dans le cadre de la synthèse de ces structures actives en interaction avec leur environnement (déplacement, perception des efforts d'interaction), ce qui est inhérent aux applications microrobotiques, l'objectif de notre recherche est la mise au point d'une

méthode d'optimisation qui considère l'utilisation d'un matériaux actif sous forme distribuée pour réaliser simultanément la structure et l'actionnement de microsystèmes. Les apports de notre méthode, dans le contexte générale de la conception en adaptronique, seront validés à l'aide d'un prototype de système de micropréhension. Cet outil d'aide à la conception optimale, qui se traduit au plan logiciel par l'enrichissement de FlexIn, doit ainsi permettre de synthétiser des structures constituées de matériaux actifs, en particulier des micropinces intégrées, pour répondre à divers cahiers des charges tels qu'ils sont rencontrés dans le cadre applicatif de la micromanipulation.

Pour ce faire, il s'agit d'abord d'étudier la potentialité des structures flexibles, synthétisées par la méthode existante, à évoluer vers leur intégration multifonctionnelle. En particulier, il s'agit d'identifier un matériau actif, en l'occurrence une céramique piézo-électrique, puis de prendre en compte les contraintes inhérentes à son intégration au sein d'une structure flexible.

Une seconde problématique est d'étudier l'intégration dans le processus d'optimisation, parmi l'ensemble des variables à optimiser et des paramètres de conception, des couplages multiphysiques existant pour le matériau considéré.

Enfin, dans une perspective de fonctionnement en mode contrôlé de ces structures, il peut se révéler judicieux de considérer dans la méthode, dès l'étape amont de conception, de nouveaux critères d'optimisation orientés *commande* ; cela afin de faciliter *a posteriori* la tâche ardue de l'automaticien qui doit faire face à l'identification puis à la commande complexe des systèmes flexibles (résonants).

Finalement, les travaux pluridisciplinaires envisagés doivent permettre de disposer d'un outil de conception optimale permettant de synthétiser dans leur globalité des structures flexibles à actionnement intégré d'une part et d'un démonstrateur de micropince issu de l'utilisation de cette méthode d'autre part.

Dans ce mémoire, le premier chapitre décrit le cadre général de la démarche d'analyse et de conception des systèmes micromécatroniques, pour lesquels une haute densité fonctionnelle est souvent souhaitée. Après avoir mis en évidence le besoin d'outils d'aide à leur conception optimale, un panorama des stratégies de conception et d'optimisation existantes dans le domaine est présenté. Par ailleurs, les raisons qui ont motivé le choix d'utiliser la céramique piézoélectrique comme matériau actif dans notre méthode sont également présentées.

Dans le second chapitre, les grandes lignes de la méthode initiale permettant la synthèse de structures flexibles à actionnement discret sont données.

Dans le troisième chapitre, une première évolution de cette méthode est décrite. Elle permet de considérer l'optimisation topologique de structures monolithiques flexibles rendues actives par l'emploi de céramiques piézoélectriques. L'intérêt de la méthode est illustré dans le cas statique sur un exemple de conception optimale d'un micromécanisme pour la microrobotique.

Les développements menés pour introduire dans notre méthode une description dynamique du comportement entrée(s)-sortie(s) de ces nouvelles structures actives font l'objet du quatrième chapitre. En plus des critères mécaniques usuels (force et déplacement en

sortie du système), de nouveaux critères orientés *commande* sont proposés et considérés simultanément pour concevoir de façon optimale une micropince à actionnement intégré, en vue de sa réalisation et de sa commande ultérieure.

Parmi le panel des solutions pseudo-optimales à ce problème de conception, la réalisation technologique d'une structure en particulier est rapportée dans le cinquième chapitre. Une première phase de modélisation puis d'identification des phénomènes non-linéaires permet la synthèse d'un modèle électromécanique du système en vue de son contrôle. Une comparaison des performances atteintes avec plusieurs lois de commandes distinctes (commande par passivité puis commandes robustes traditionnelles) justifie la pertinence des nouveaux critères implémentés et de leur utilisation dans une démarche de conception globale de système mécatronique flexible.

Enfin, dans le dernier chapitre sont évoquées quelques extensions de la méthode développée et quelques perspectives qui peuvent être considérées à la suite de ce travail : nouveaux critères, nouvelles réalisations technologiques et nouveaux schémas d'actionnement.

Chapitre 1

L'adaptronique, une voie prometteuse pour la conception des systèmes microrobotiques

Ce chapitre présente une introduction à la notion de système mécatronique, qui, lorsqu'il possède une haute densité fonctionnelle, peut alors devenir adaptronique. Le cadre général offert par la démarche d'analyse des systèmes en adaptronique se prête particulièrement bien pour l'aide à la conception complexe des systèmes microrobotiques. Le besoin d'outils d'aide à la conception optimale de ces systèmes est clairement identifié et un tour d'horizon des stratégies d'optimisation existantes dans le domaine est présenté. Enfin, à la lumière de ces analyses, les objectifs de notre recherche sont positionnés.

1.1 L'adaptronique : vers l'intégration fonctionnelle en mécatronique

1.1.1 La mécatronique

La mécatronique est un domaine scientifique mettant en œuvre des systèmes complexes dont la conception nécessite la connaissance de nombreuses disciplines des sciences de l'ingénieur. Elle résulte de la combinaison synergique et systémique du génie mécanique, de l'électronique, de l'automatique et de la micro-informatique, pour envisager de nouvelles façons de concevoir et de créer des systèmes plus performants.

Le terme initial *mechatronics*, introduit par un ingénieur de la compagnie japonaise *Yaskawa* en 1969, correspond, en français, à la contraction des mots *mécanique* et *électronique*. Il est à noter que le terme francisé *mécatronique* est apparu officiellement dans le dictionnaire français *Le Petit Larousse* en 2005.

Si la robotique fut certainement le domaine pionnier de la mécatronique, cette dernière dépasse aujourd'hui largement ce cadre. La conception en mécatronique exige de penser le système de manière transverse. Cet ensemble complexe et structuré de composants en interaction permanente est fait de plusieurs entités qui peuvent être hiérarchisées. Ces entités sont *a priori* distinctes dans une conception traditionnelle¹ des systèmes :

- une partie *opérative* constituée essentiellement des actionneurs et capteurs, ainsi que leurs chaînes respectives d'instrumentation (base du système à dominante mécanique et électromécanique) ;
- une partie *commande* assurant le contrôle de la partie *opérative* (intelligence du système à dominante électronique et informatique) ;
- une partie *interface homme/machine* pour transmettre les informations entre l'opérateur et les deux parties *opérative* et *commande* (dialogue ergonomique du système).

La spécificité de la conception en mécatronique est qu'elle s'appuie sur une démarche systémique à savoir, une conception simultanée et pluridisciplinaire de ces différentes entités pour rendre le système global plus performant.

1.1.2 L'adaptronique

Lorsque l'intégration des systèmes franchit une étape supplémentaire, la mécatronique devient adaptronique. Le terme générique adaptronique renvoie ici aux appellations plus connues sur le plan international sous les noms de *smart structures*, *smart materials*, *intelligent systems*, *adaptive structures* ou encore *active structures* [Hur06].

La notion d'adaptronique (*Adaptronik*) a été introduite initialement en 1991 par le *VDI Technology Centre* en Allemagne pour désigner *un système (et sa démarche de développement) dans lequel tous les éléments fonctionnels d'un circuit de régulation conventionnel co-existent et dont au moins un élément est appliqué de manière multifonctionnelle* [Jan07].

La distinction qui peut être faite avec les schémas de contrôle traditionnels, dans lesquels chaque fonction est habituellement assurée par un composant élémentaire indépendant, est fixée par l'emploi d'éléments multifonctionnels (Fig. 1.1). L'existence de tels éléments est rendue possible grâce aux matériaux actifs qui jouent un rôle majeur dans la réalisation technologique de ces systèmes : ils rendent le système globalement moins complexe sur le plan structurel en tentant d'intégrer au maximum ses différents éléments fonctionnels.

L'adaptronique résulte donc de la synergie de la mécatronique avec les matériaux actifs pour concevoir des systèmes à haute densité fonctionnelle grâce à l'intégration des fonctions actionneur et capteur dans la structure. Dès lors, le matériau remplit plusieurs

1. Par opposition à mécatronique.

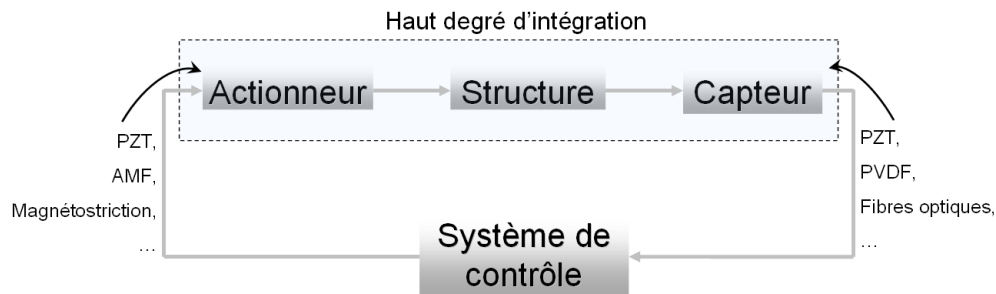


FIGURE 1.1 – Intégration fonctionnelle de la boucle de commande.

fonctions et les constituants élémentaires de la boucle de contrôle ne sont plus physiquement indépendants. La conformité de ces systèmes avec les schémas de contrôle leur assure une adaptabilité automatique vis-à-vis des variations environnementales.

La motivation principale en conception adaptronique est de concevoir des systèmes adaptatifs et intégrés qui demeurent les plus simples possibles sur le plan structurel. Le but ultime est de réduire à un minimum les ressources énergétiques et matérielles nécessaires à son fonctionnement.

Un exemple de système adaptronique est les lunettes équipées avec des verres photochromatiques. Ces derniers sont capables de s'assombrir lorsqu'ils sont exposés aux rayons ultraviolets (UV) de la lumière solaire ambiante. Lorsque l'intensité des rayons UV diminue, les verres s'éclaircissent automatiquement. La teinte s'adapte donc en fonction des variations de lumière environnementale pour offrir la bonne teinte au bon moment. Cet exemple montre qu'il est possible de combiner tous les composants fonctionnels d'un système dans un unique élément, en l'occurrence un seul matériau ici.

Les efforts à fournir pour la conception des systèmes adaptroniques deviennent encore plus justifiés lorsqu'il s'agit de miniaturiser les systèmes mécatroniques habituellement rencontrés à l'échelle macroscopique. Ainsi, dans le domaine scientifique de la microrobotique, l'intégration fonctionnelle des systèmes devient une nécessité. Au même titre qu'un robot standard, le microrobot doit posséder les fonctions d'actionnement, de mesure ainsi qu'une structure mécanique capable d'assurer et/ou de transmettre les mouvements nécessaires pour accomplir une tâche programmée dans le micromonde.

Lorsqu'on opère une réduction d'échelle aux systèmes mécatroniques rencontrés habituellement dans le macromonde, la miniaturisation s'accompagne nécessairement d'une intégration fonctionnelle de ces systèmes. Cette tendance générale pousse les microsystèmes à posséder une densité fonctionnelle de plus en plus grande et les fait converger progressivement vers le concept d'adaptronique.

Dans le paragraphe suivant sont présentés les enjeux et applications inhérents au domaine scientifique de la microrobotique. Sur la base de cette analyse, nous montrerons

un peu plus loin en quoi le cadre général de la conception en adaptronique peut se révéler être une outil prometteur pour la conception des systèmes microrobotiques.

1.2 Enjeux et applications de la microrobotique

Les efforts amorcés au Japon et aux Etats-Unis au début des années 1990 dans la miniaturisation et l'intégration des systèmes ont abouti au concept *micro*. Que ce soient aujourd'hui les appareils électroniques grand public, les micro-ordinateurs ou les dispositifs de pointe en chirurgie mini-invasive, tous ces systèmes intègrent dans un espace plus ou moins réduit plusieurs composants fonctionnels (mécaniques, optiques, électroniques,...), pour aboutir à ce qu'on appelle aujourd'hui un microsystème, parfois appelé *MEMS (Micro Electro Mechanical System)* ou *MOEMS (Micro Opto Electro Mechanical Systems)* s'il comporte des fonctions optiques.

1.2.1 Concept de microrobots

Le concept de microrobot est issu du rapprochement entre celui de microsystème et de robot. Il a pour vocation principale d'engendrer les mouvements nécessaires au déplacement et à l'orientation d'un ou plusieurs outils pour effectuer une tâche dans le micromonde, monde des objets de taille micrométriques.

La microrobotique est la discipline scientifique qui a pour objectif d'étudier, de réaliser et de commander des microrobots.

Définitions

Les microsystèmes comprennent des fonctions et des techniques de natures différentes, qu'elles soient mécanique, thermique, électrique ou optique. Ils trouvent un vaste champ applicatif dans de nombreux domaines (biomédical, automobile, optique, micromanipulation...).

À l'instar du robot, le microrobot est un système mécatronique commandé en position, reprogrammable, capable de générer des mouvements par rapport à un environnement, voir d'interagir avec celui-ci. Il comporte des fonctions de perception, d'action sur l'environnement, et de traitement de l'information. En outre, il hérite du microsystème ses caractéristiques dimensionnelles et/ou de résolution. Au sens strict, l'emploi du préfixe *micro* fait référence au micron ($10^{-6}m$), mais l'objectif dimensionnel est souvent compris entre le millimètre et le centimètre [Bou02].

S'il n'est pas *stricto sensu* de taille micrométrique, un microrobot peut être qualifié comme tel dès lors qu'il vérifie au moins l'une des propriétés suivantes [Cha99] [Rég08] :

- il est fondé sur des composants de taille micrométrique (microcapteurs, micro-actionneurs,...) ;
- il manipule des objets de taille micrométrique ou, d'une manière plus générale, effectue des tâches dans le micromonde, c'est-à-dire le monde de ces micro-objets ;

- il possède des hautes résolutions de positionnement, inférieures au micron (l'étude et la réalisation de robots à haute résolution, typiquement de l'ordre de 100 nm ou moins, conduit souvent à des robots de faibles dimensions et de faible domaine atteignable, du fait du principe d'actionnement et/ou du principe constructif utilisés).

Ainsi, la définition accordée aux microrobots et plus généralement aux microsystèmes leur autorise un large champ applicatif, dont un bref aperçu est présenté dans les paragraphes suivants.

Les micromanipulateurs

Un première application concerne les micromanipulateurs qui sont principalement utilisés pour réaliser des tâches de micromanipulation. La micromanipulation renvoie à l'utilisation d'une force extérieure pour réaliser des tâches telles que la prise-dépose, la poussée, le découpage, l'assemblage d'objets dont les dimensions varient du micromètre au millimètre [Bou03].

La réalisation en petite série, voire unitaire, de nombreux microsystèmes complexes nécessite des outils de micromanipulation pouvant opérer avec une très grande précision, souvent submicrométrique. Des effecteurs et des manipulateurs adaptés aux particularités des micro-objets à manipuler sont donc nécessaires. Deux exemples de micropinces intégrant un principe d'actionnement différent sont présentés (Fig. 1.2) et (Fig. 1.3). Les



FIGURE 1.2 – Micropreheensible Microrobot On Chip (MMOC) et organes effecteurs en Nickel [Agn05].

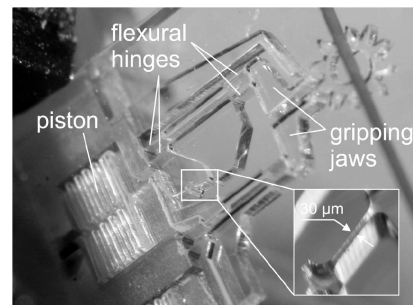


FIGURE 1.3 – Micropince avec cols flexibles actionnée par un actionneur micro-pneumatique [Büt02].

éléments parasites tels que les poussières (comparables en taille à celle des micro-objets), le flux d'air, l'humidité et la température ambiantes peuvent perturber le bon déroulement des tâches de micromanipulation. Pour faire face à ces perturbations, une première solution est d'avoir recours à une station à environnement contrôlé. Une seconde solution consiste à observer la scène par un système de vision pour contrôler les trajectoires, voire éviter les collisions. Puis, la mesure des efforts en jeu lors des phases de micromanipulation permet généralement d'en améliorer les chances de réussite. Compte-tenu

des avancées importantes et récentes de la microrobotique, des stations téléopérées de micro-assemblage ont ainsi fait l'objet de développements récents (Fig. 1.4) et (Fig. 1.5).

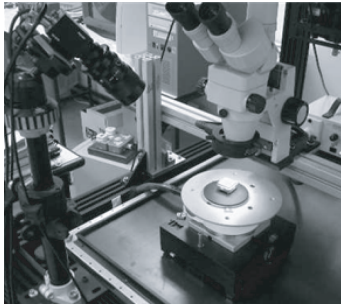


FIGURE 1.4 – Une station de micromanipulation avec caméra et microscope [Sha05].

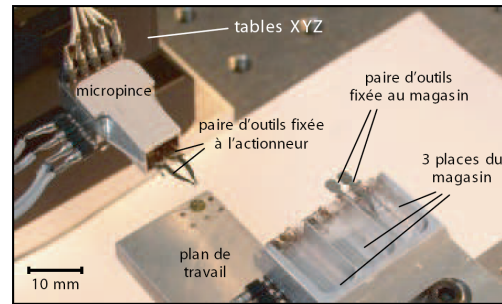


FIGURE 1.5 – Station permettant le changement d'organes terminaux [Clé05].

La microrobotique mobile

Le développement des microrobots mobiles reste avant tout un véritable défi qui permet d'explorer les nombreux aspects de la microrobotique, parmi lesquels le choix des technologies et l'intégration des composants, l'interaction avec l'environnement, les stratégies de commande et de communication. L'objectif de ces robots est d'atteindre des environnements hostiles ou inaccessibles à l'homme du fait de leurs dimensions, leur confinement ou du danger qu'ils présentent.

Un exemple de prototype de robot à roues, le microrobot *ALICE* (dont le volume n'excède pas deux centimètres cube) est équipé d'un microcontrôleur 8 bits et transporte une source d'énergie lui conférant une autonomie pouvant atteindre 10 heures (Fig. 1.6).

Un autre exemple, le projet *MFI Micromechanical Flying Insect*, s'attache à développer un microrobot volant bio-inspiré. Pour ce faire, les concepteurs envisagent l'utilisation d'un capteur optique, d'un gyroscope ainsi que d'une structure thoracique flexible actionnée par effet piézoélectrique. Cette dernière permet d'obtenir de grandes amplitudes haute-fréquence de battement des ailes pour générer le déplacement du microrobot volant (Fig. 1.7).

Les applications biomédicales

Les applications potentielles des microrobots se situent également au niveau de la micromanipulation d'objets biologiques et dans l'assistance au geste du médecin en chirurgie mini-invasive (systèmes téléopérés de micro-endoscopes, de microcathéters, et développement de nouveaux outils de faibles dimensions adaptés à une utilisation confinée).

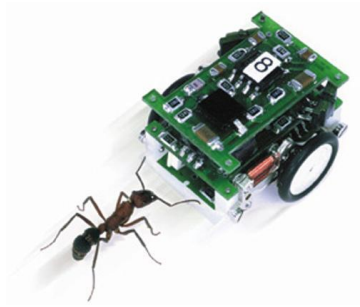


FIGURE 1.6 – Microrobot *ALICE* développé à l'*EPFL Autonomous Systems Lab* (Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, Suisse) [Cap05].

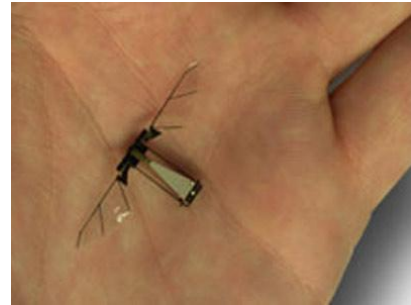
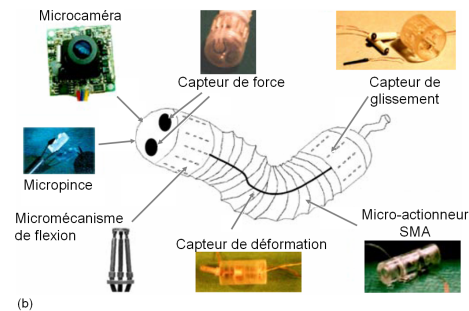


FIGURE 1.7 – Prototype de réalisation d'un microrobot volant (Université de Berkeley) [Woo01].



(a)



(b)

FIGURE 1.8 – Conception existante (a) d'un minirobot invasif pour l'opération de coloscopie et future (b) avec augmentation de l'intégration des composants dans le système [Dar00].

À titre d'exemple, quelques prototypes de minirobots invasifs ont été développés pour les opérations de coloscopie [Dar99]. Un exemple, illustré (Fig. 1.8-a), est constitué d'un tube flexible semi-autonome actionné pneumatiquement. Une évolution future de ce microsystème, présenté par [Dar00], doit prendre en compte l'intégration de mécanismes de flexion et d'élongation, de micro-outils pour les interventions chirurgicales ainsi que de capteurs de localisation, de force et de contrôle du mouvement (Fig. 1.8-b).

Les problèmes à résoudre concernent ici la miniaturisation, la manœuvrabilité et les retours d'information pour assurer le fonctionnement de tels systèmes alors qualifiés *d'intelligents*.

1.2.2 Problématiques spécifiques à la microrobotique

De par son caractère pluridisciplinaire, la recherche en microrobotique fait référence à plusieurs communautés scientifiques. Dès lors, les problématiques sous-jacentes à ce domaine sont multiples. Elles concernent aussi bien la compréhension des phénomènes

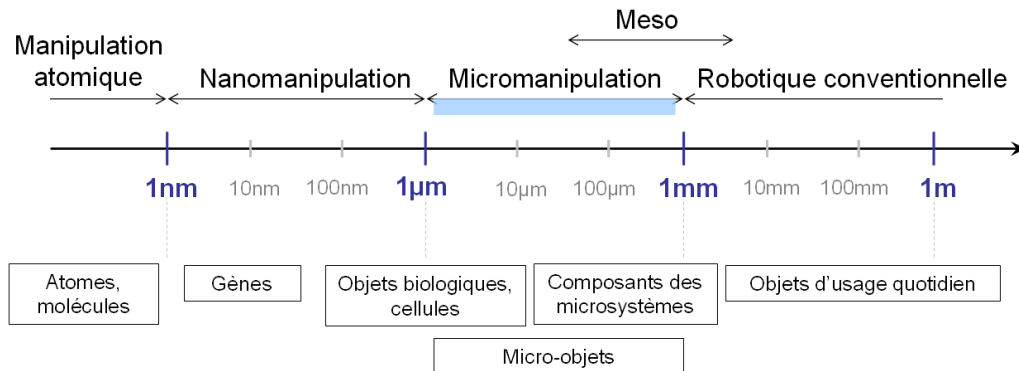


FIGURE 1.9 – Echelle dimensionnelle de quelques objets caractéristiques du micromonde.

physiques mis en jeu à ces échelles que la miniaturisation, la conception, la fabrication et la commande de ces systèmes.

Miniaturisation des systèmes

La réalisation de microrobots par miniaturisation des robots traditionnels à l'échelle macroscopique n'est souvent pas possible, car la réduction d'échelle appliquée aux composants fonctionnels des robots se heurte à des barrières technologiques. Les efforts de miniaturisation doivent alors être consentis de front dans plusieurs domaines :

- la micromécanique, ainsi que l'étude des procédés de fabrication et de microassemblage dédiés aux échelles du micromonde ;
- les actionneurs (pour l'application de forces et déplacements dans des volumes de l'ordre du cm^3) et les capteurs notamment en force et position (de faible encombrement mais de grande résolution) ;
- la commande et son implémentation.

La miniaturisation ne se réduit pas seulement à une réduction d'échelle des composants existants, mais oblige à repenser complètement les grandes fonctions du robot et les moyens technologiques pour les mettre en œuvre. En particulier, d'autres moyens d'actionnement et de mesure doivent être étudiés dans leur principe physique, ainsi que leur bonne adaptabilité pour le micromonde en termes de déplacement, force, puissance mécanique, rendement, commandabilité, observabilité, etc.

Influence du micromonde

Dans le cadre général de la micromanipulation, les objets considérés présentent une large plage de variations dimensionnelles : les composants des micro-systèmes à assembler ont des dimensions de l'ordre de $100\ \mu m$, alors que la dimension d'objets biologiques, comme les oligonucléotides d'acide nucléique manipulés pour l'hybridation biologique, est de seulement quelques microns (Fig. 1.9). Pour rester compatible avec des tâches de

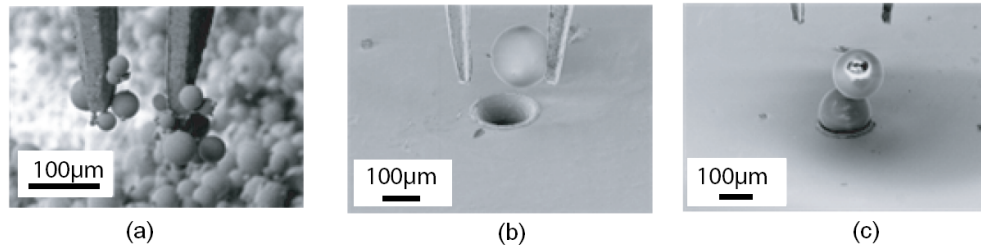


FIGURE 1.10 – Illustration des phénomènes d’adhésion [Wec03] : (a) Difficulté de prise de micro-objet, (b) adhésion du micro-objet sur un doigt du micropréhenseur lors de la phase de dépose, (c) adhésion de deux micro-objets entre eux.

manipulation d’objets de dimensions méso² voire microscopique, la conception du micropréhenseur devra être appropriée pour que ses performances soit en adéquation avec la tâche demandée. La conception de ces microsystèmes s’attachera ainsi à dimensionner judicieusement les performances du micromanipulateur en termes de course et de force de préhension, tout en veillant à ne pas nuire à leur bonne résolution nécessaire au micropositionnement.

Pour des objets submillimétriques, les forces d’adhésion deviennent prépondérantes devant les forces gravitationnelles. Ces phénomènes du micromonde interviennent à distance ou au contact de deux surfaces et peuvent être répertoriés comme :

- des forces électrostatiques, engendrées par les charges accumulées à la surface des objets ;
- des forces de capillarités dues à la présence de liquide à l’interface de deux micro-objets (induite par l’humidité ambiante par exemple) ;
- des forces de *Van der Waals* par interaction des molécules de deux objets proches.

Ces forces, qui sont négligables dans le macromonde devant les forces volumiques comme le poids, complexifient la réalisation des tâches de micromanipulation, en particulier dans les phases de saisie et d’assemblage³ (Fig. 1.10). Les modèles des forces prépondérantes à l’échelle macroscopique ne sont plus valables pour décrire les lois de comportement aux échelles micrométriques.

Conception et fabrication

Dans la démarche de conception des microsystèmes, de nouveaux problèmes apparaissent comme le choix judicieux et le dimensionnement des actionneurs/capteurs à utiliser, ainsi que la technologie de réalisation. Cette dernière implique souvent d’être repensée pour être adaptée aux contraintes dimensionnelles et de tenir compte des in-

2. Le préfixe *méso* vient du grec et signifie moyen ou médian. L’échelle mésoscopique se situe entre 0,1 et 10 mm, entre les échelles microscopique et macroscopique.

3. Par exemple, le poids d’une microbille de silicium de diamètre 1 μm est de moins de 10 fN, tandis que les forces d’adhésion sont de l’ordre de la dizaine de nN.

teractions système-environnement. Les méthodes classiques de conception d'un système (usinage par copeaux par exemple) ne peuvent plus être appliquées intégralement lorsqu'il s'agit de microsystèmes. La conception d'un prototype de microrobot doit être nécessairement confrontée à sa faisabilité technologique. Les microtechnologies de fabrication issues du champ de la micro-électronique ont permis d'apporter des premières solutions pour réaliser les prototypes de microsystèmes. Aujourd'hui, selon la nature et les matériaux en jeu dans les composants, plusieurs solutions existent : les microtechnologies silicium et, plus récemment, les nouvelles technologies permettant l'usinage tridimensionnelle comme l'usinage laser 3D, l'usinage ultrasonore, le micromoulage et la microstéréolithographie.

Fiabilité et précision de positionnement

Mises à part les résolutions de la chaîne d'asservissement et du capteur, la précision absolue de positionnement des systèmes robotiques est en général limitée par la stabilité mécanique de la structure, les défauts et les éventuels jeux mécaniques dans le guidage des articulations qui introduisent des erreurs systématiques. Si la précision de positionnement de tels systèmes peut généralement convenir à la manipulation précise d'objets millimétriques, elle devient inacceptable dans le cadre plus contraignant de la micromanipulation, où la résolution demandée est submicrométrique.

Pour pallier à ce manque de précision, les mécanismes déformables⁴ présentent un intérêt particulier. Cette déformation, qui est indésirable dans les cas où l'hypothèse de corps rigides est faite puisqu'elle ajoute de petits déplacements non prévus et difficilement contrôlables, peut être exploitée pour le positionnement ou le guidage précis. C'est l'objet de l'étude des mécanismes déformables. Le plus souvent, ces mécanismes sont constitués d'un seul corps déformable (sans aucune liaison cinématique) et sont aussi qualifiés de *monolithiques*. La cohabitation de composants, actionneurs, capteurs aussi différents dans le microsystème impose de maîtriser les technologies d'assemblages aux échelles micro, pour permettre à un niveau supérieur la conception finale du système. Les jeux fonctionnels et les états de surface demandent des tolérances de fabrication qui deviennent de plus en plus difficiles à respecter dès l'échelle mésoscopique. Qu'il soit sériel ou parallèle [Coh98], il est montré que le micro-assemblage représente la part la plus coûteuse dans la production des microsystèmes (jusqu'à 80%) [Koe99]. Ainsi, la réduction voire l'absence d'assemblage est toujours recherchée par le concepteur.

Les mécanismes déformables monolithiques ne posent pas les problèmes d'assemblage usuels que l'on peut rencontrer lors des phases de fabrication des mécanismes et améliore la précision du mécanisme du fait de l'absence de frottement aux niveaux des articulations.

Deux types de mécanismes déformables peuvent être distingués :

- les structures dont les déformations sont localisées en quelques points spécifiques de la structure ; généralement, ce sont des structures de corps rigides reliés entre

4. Parfois appelés *compliant structures* dans la littérature internationale.

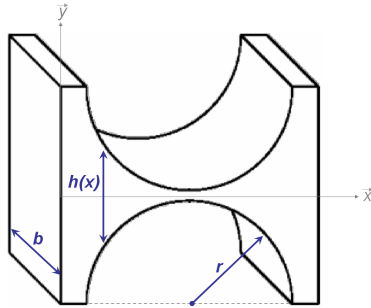


FIGURE 1.11 – Un col flexible circulaire.

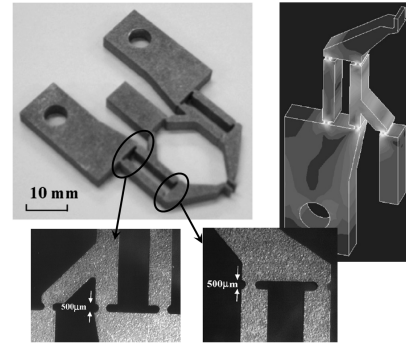


FIGURE 1.12 – Micropince avec cols flexibles (représentation des contraintes) [Nah07].

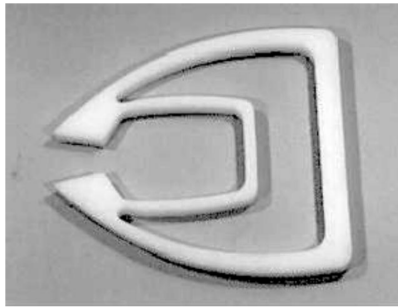


FIGURE 1.13 – Une structure illustrant la distribution répartie des déformations [Kot99].

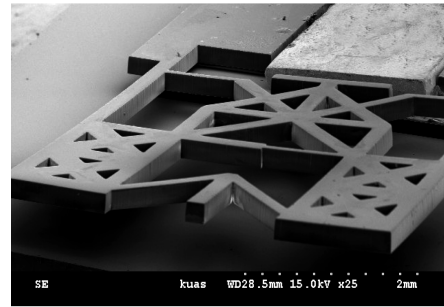


FIGURE 1.14 – Vue au Microscope Electronique à Balayage (MEB) d'un micro-amplificateur intégré pour actionneur PZT [Hua06].

eux par des articulations flexibles (Fig. 1.11). Le comportement de ces guidages flexibles est comparable aux liaisons cinématiques classiques, telles que le pivot. L'inconvénient majeur de ces guidages flexibles est leur course limitée, à cause notamment des zones de concentrations de contraintes (Fig. 1.12).

- les structures à déformations réparties (Fig. 1.13); si elles ne présentent généralement pas l'inconvénient cité précédemment, en revanche leur conception est beaucoup moins intuitive et fait appel à des méthodes d'optimisation (Fig. 1.14).

Dans la suite, l'attention est plus particulièrement portée sur l'utilisation de ces structures à déformations réparties pour la microrobotique.

Commande des microsystèmes flexibles

La commande des microsystèmes reste une étape ardue pour diverses raisons :

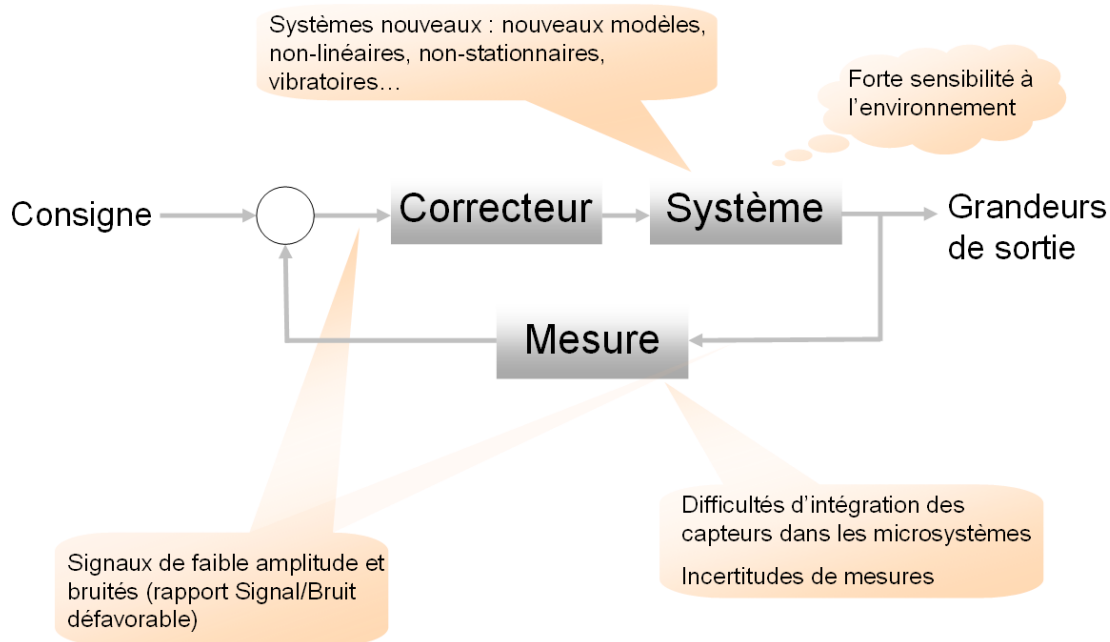


FIGURE 1.15 – Anatomie d’une rétroaction dans le micromonde (avec l’accord de Y. Haddab, Institut Femto-ST/AS2M, Besançon, France).

- les effets d’échelle spécifiques au micromonde rendent l’analyse et l’écriture de modèles dynamique et cinématique difficiles, les mouvements étant alors parfois imprédictibles ; les comportements dynamiques sont fortement non-linéaires (phénomènes d’hystérésis et de dérive lente notamment), ce qui conduit souvent à une complexification des lois de commande ;
- les matériaux constitutifs d’une partie ou de l’ensemble du système à commander demeurent très souvent sensibles aux conditions environnementales de l’expérience ; les influences et les variabilités de l’environnement sont nombreuses à ces échelles : variations de la température, du taux d’humidité, des charges électriques, perturbations externes (comme les vibrations mécaniques), rayonnements lumineux, etc ;
- la simulation numérique et l’identification des structures flexibles mis en jeu dans les microsystèmes engendrent bien souvent des modèles d’ordre élevés ; ceux-ci amènent à leur tour, à moins d’une étape de réduction de modèle, à une synthèse de lois de commande complexes ;
- les difficultés d’intégration dans les microsystèmes de capteurs précis et performants empêchent une mesure directe par proprioception des grandeurs utiles pour la commande ; la réalisation du capteur doit aller de paire avec celle du système, et reste encore un défi technologique de taille. D’ailleurs, certains des microsystèmes opèrent encore en boucle ouverte, ou sont téléopérés dans le cas de tâches de micromanipulation. Le retour d’information y est assuré par un système extéroceptif,

- le plus souvent par un système de supervision grâce à un microscope et/ou une caméra disposés autour de la station de travail ;
- les signaux utiles, souvent de faibles amplitudes et bruités par les variations des conditions d’environnement, nécessitent un traitement numérique préalablement à leur exploitation dans une boucle de commande ;
 - enfin, les dynamiques des microsystèmes sont très variables d’une technologie d’actionnement et de mesure à l’autre ; en particulier, les actionneurs fondés sur l’emploi de matériaux actifs comme des céramiques piézoélectriques, qui sont aujourd’hui les matériaux sans doute les plus utilisés pour motoriser les micromanipulateurs, peuvent posséder des accélérations de l’ordre de $10^6 m.s^{-2}$. À l’inverse, les constantes de temps en jeu dans les actionneurs fondés sur l’emploi des alliages à mémoire de forme avoisinent la seconde.

Tous ces points posent le problème de la commande des microsystèmes (Fig. 1.15).

1.3 Matériaux actifs pour la microrobotique

Les matériaux actifs constituent la base essentielle à la conception de tout système adaptronique. Ils sont définis comme des matériaux qui peuvent accomplir des fonctions d’actionnement et/ou de mesure lorsqu’ils sont déclenchés par un changement environnemental, comme une contrainte, un champ électrique ou magnétique, une variation de température, ou lorsqu’ils sont stimulés par des signaux de commande, tels que des signaux électriques ou magnétiques, depuis un organe de commande. Ils constituent donc une source intéressante pour l’intégration des fonctions d’actionnement (voire de mesure) en mécatronique.

1.3.1 Définition

Les matériaux actifs peuvent convertir l’énergie d’une forme à une autre au sein même du matériau, et sont parfois appelés matériaux *transductifs* pour désigner indifféremment leur utilisation en mode actionneur ou capteur.

Dans le cas applicatif de la microrobotique, il s’agit le plus souvent de conversion entre les énergies thermique, mécanique, électrique et magnétique. Dans notre étude, l’attention est plus particulièrement portée sur la synthèse optimale de structures actives dont l’usage est de produire une action mécanique sur l’environnement.

Le choix d’un type d’actionneur et de capteur pour la conception d’un microsystème se fait sur la base d’un certain nombre de critères de performances et de contraintes relatifs à l’interaction du système avec son environnement : la stationnarité, la linéarité, la précision, la résolution, la sensibilité, la rapidité, la réversibilité, le coût, etc.

Dans la suite de ce paragraphe est présentée une liste non-exhaustive de plusieurs matériaux actifs. Ils sont classés par type de transduction.

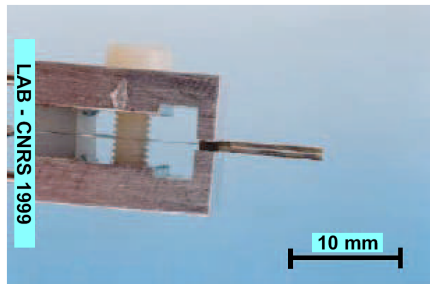


FIGURE 1.16 – Micropinçe à poutres piézoélectriques unimorphes [Had00].

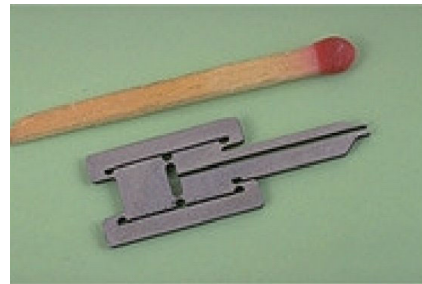


FIGURE 1.17 – Micropinçe piézoélectrique monolithique massive [Bre97].

1.3.2 Conversion électromécanique

Piézoélectricité

L'effet piézoélectrique *direct* est le phénomène d'apparition de charges électriques sur les surfaces d'un matériau lorsque celui-ci est soumis à des contraintes mécaniques. L'effet *inverse* est l'obtention d'une déformation du matériau lorsqu'il lui est appliqué un champ électrique. Les coefficients de couplage électromécanique de ces matériaux traduisent cette conversion d'énergie. Leurs performances en termes de haute résolution et rapidité en font un actionneur de choix largement répandu dans la conception des microsystèmes et les forces transmises restent largement supérieures à d'autres modes d'actionnement. Les relations électromécaniques sont la plupart du temps considérées comme linéaires.

Un inconvénient majeur de ce matériau est sa faible déformation, de l'ordre de 0,1%. En mode actionnement, il se décline principalement sous la forme de structures unimorphes (Fig. 1.16) et bimorphes (Fig. 3.21). Toutefois, quelques réalisations de structures piézoélectriques actives aux formes moins intuitives existent (Fig. 1.17).

Electrostriction

L'électrostriction est un autre phénomène qui permet la déformation des corps solides quand un champ électrique leur est appliqué. La relation entre le champ appliqué et la déformation du matériau est de type quadratique. Malgré leur faible largeur d'hystérésis, les matériaux électrostrictifs ont souvent été abandonnés au profit des matériaux piézoélectriques, car leur déformation reste trop sensible à l'influence de la température.

Polymères électro-actifs

Les polymères électroactifs sont des polymères qui présentent une déformation lorsqu'ils sont soumis à un champ électrique. La déformation produite est grande relativement à celle des autres matériaux électro-actifs ; à l'inverse, les forces développées sont faibles. D'autre part, les polymères possèdent l'avantage d'être flexibles et quelquefois

biocompatibles, tout en ne nécessitant qu'une tension d'alimentation relativement faible [Cha03].

Fluide électrorhéologique

Les fluides électrorhéologiques sont constitués d'un fluide diélectrique porteur de particules semi-conductrices dont la taille est comprise entre $0,04 \mu\text{m}$ et $100 \mu\text{m}$ avec une fraction volumique (rapport entre le volume des particules et le volume total) généralement de l'ordre de 20 à 30%. En fonction du champ électrique appliqué, les propriétés rhéologiques (viscosité, contrainte seuil...) d'un fluide électrorhéologique sont considérablement modifiées. Cela permet même d'obtenir une solidification du fluide dans certains cas. Ce phénomène peut s'expliquer d'une façon macroscopique par la formation de lignes de particules parallèles au champ (Fig. 1.18). Ces lignes génèrent une liaison entre les électrodes, ce qui a pour effet d'augmenter la viscosité du fluide.

1.3.3 Conversion magnétomécanique

Magnétostriction

La magnétostriction correspond à la capacité d'un matériau de se déformer sous l'action d'un champ magnétique externe. Il s'observe dans tous les matériaux ferromagnétiques mais peu offrent un effet de magnétostriction élevé. Un exemple de prototype de microrobot mobile ayant des pas inférieurs au micron est donné en Fig. 1.19.

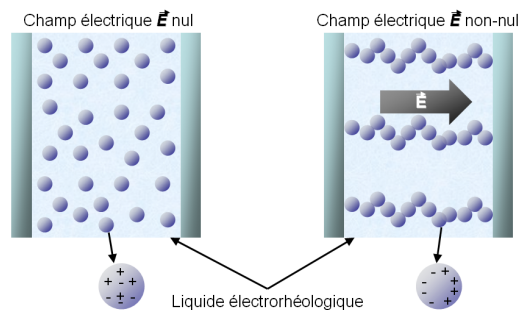


FIGURE 1.18 – Principe de fonctionnement d'un fluide électrorhéologique.

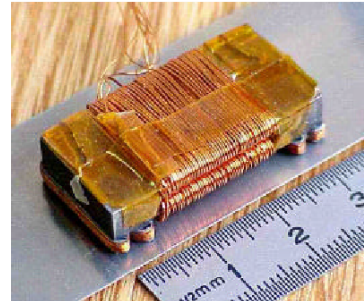


FIGURE 1.19 – Dispositif de locomotion d'un microrobot par magnétostriction [DB98].

Fluides magnétorhéologiques

Les fluides magnétorhéologiques sont des suspensions de particules ferromagnétiques dans un liquide organique ou aqueux. En l'absence de champ magnétique, ces fluides sont généralement bien décrits par l'écoulement des fluides *Newtonien* caractérisés par leur viscosité. Lorsqu'un champ magnétique est appliqué, un modèle en plasticité de *Bingham*

intervient alors pour décrire la caractéristique du fluide en fonction de sa contrainte de cisaillement [Car94].

Il est à signaler que de tels fluides, comme les fluides électrorhéologiques, sont des matériaux semi-actifs, c'est-à-dire qu'ils ne peuvent que dissiper de l'énergie et non la transformer. Ils trouvent alors principalement leurs applications dans des systèmes d'amortisseurs contrôlables, ou, plus récemment, dans les interfaces haptiques semi-actives [Loz07].

1.3.4 Conversion thermomécanique

Dilatation thermique

La dilatation thermique d'un corps solide est exploitée pour générer un travail mécanique. Dans le micromonde, ce principe est majoritairement utilisé avec des structures bilames, ou plus généralement multimorphes, constituées de plusieurs couches solidaires entre elles de matériaux de coefficients thermiques distinctes. Les différences de dilatation qui résultent de l'effet de la température provoquent une flexion globale de la structure composite (Fig. 1.27), (Fig. 1.28). Mais, les actionneurs thermiques ont l'inconvénient d'avoir de faibles constantes de temps et d'être exposés à des problèmes de dissipation de chaleur.

Expansion thermique de gaz

Une interprétation particulière de l'équation d'état des gaz parfaits peut être exploitée pour réaliser des microactionneurs : à pression constante, un gaz renfermé dans une chambre de volume initial est chauffé, ce qui a pour conséquence d'augmenter le volume.

Alliages à Mémoire de Forme

Dans les Alliages à Mémoire de Forme (AMF), une variation de température engendre un changement de phase solide-solide dans le matériau, ce qui a pour effet d'occasionner une déformation importante du réseau cristallin, dont le cisaillement constitue la composante essentielle. Les déformations remarquables qu'il est possible d'obtenir sont de l'ordre de 6% en traction avec des contraintes de blocage qui peuvent aller jusqu'à 250MPa .

Après déformation permanente à basse température, les AMF retrouvent leur forme initiale non déformée par simple chauffage, c'est l'effet mémoire de forme (Fig. 1.20). En mode actionneur, la mise en œuvre de la commande par chauffage peut être réalisée simplement par exploitation de l'effet Joule grâce au passage d'un courant électrique dans l'AMF, ou, comme proposée dans [Bel98], par pointage laser (Fig. 1.21). Cependant, le phénomène thermomécanique à l'origine de la déformation confère à ces matériaux un temps de réponse relativement long (la bande passante n'excède pas 1Hz pour un fil AMF de $150\mu\text{m}$ de diamètre); par ailleurs, leur comportement thermomécanique est fortement non-linéaire.

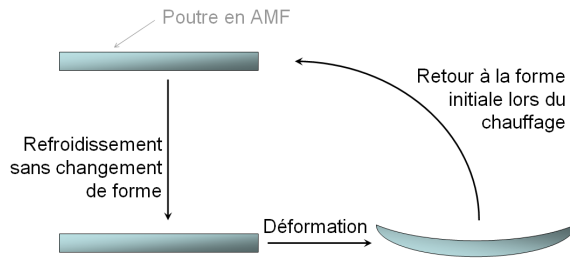


FIGURE 1.20 – Illustration de l'effet mémoire de forme.

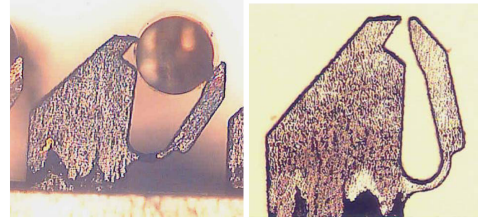


FIGURE 1.21 – Micropince monolithique en AMF en positions ouverte et fermée [Bel98].

1.4 Problématique de la conception des systèmes adaptroniques

Ce paragraphe décrit la démarche générale d'analyse nécessaire à la conception de structures flexibles actives, telles qu'elles peuvent être rencontrées dans le champ applicatif de la microrobotique et utilisant les matériaux présentés au paragraphe précédent.

1.4.1 Généralités sur la modélisation et la commande des systèmes adaptroniques

Un système adaptronique est généralement décrit comme un système dynamique multiphysique dont les états, fonctions du temps, doivent s'adapter aux stimulations environnementales⁵. Pour sa simulation, un modèle mathématique complet du système doit tout d'abord être établi. Puis, sur la base de ce modèle, la simulation de son fonctionnement contrôlé est effectuée pour qualifier les performances, la stabilité et la robustesse du système asservi, avant l'implémentation numérique du correcteur sur le système prototype réel.

La conception d'une structure flexible rendue active peut être analysée selon différentes étapes (Fig. 1.22). Dans la suite, l'attention est plus particulièrement portée sur l'analyse du comportement des systèmes linéaires et continus : bien que les caractéristiques des systèmes dynamiques soient en réalité non-linéaires, en raison notamment des non-linéarités du comportement de certains matériaux actifs, leur linéarisation autour d'un point de fonctionnement donné autorise pour certains (par exemple les matériaux piézoélectriques et piézomagnétiques) l'application de la théorie générale des systèmes linéaires.

5. Rappelons qu'il s'agit de structures déformables, dont le comportement s'avère donc très vite complexe à modéliser et résoudre analytiquement.

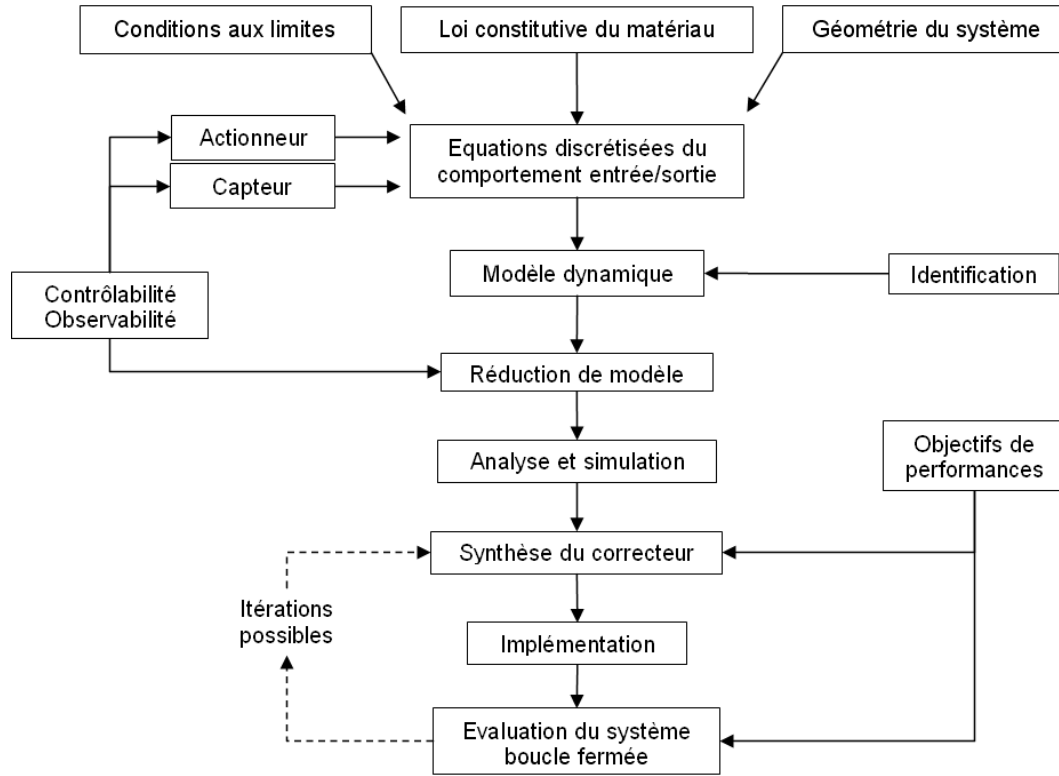


FIGURE 1.22 – Etapes de conception et simulation en adaptronique.

Modèles multiphysiques

L'intégration de matériaux multifonctionnels dans une structure mécanique nécessite de prendre en compte le couplage multiphysique dans l'écriture du modèle. Le point de départ de l'écriture du modèle est la relation constitutive du matériau considéré, en faisant généralement l'hypothèse d'un *continuum* élastique linéaire. L'équilibre dynamique de la structure est formulé en exploitant le principe de *Hamilton* généralisé qui permet d'exprimer une formulation variationnelle du problème sous forme énergétique, prenant en compte le couplage multiphysique tel qu'il peut exister au sein d'un matériau actif [He01]. Des hypothèses cinématiques de contrainte-déplacement sur la structure mécanique sont alors généralement faites en accord avec la géométrie considérée (plaque, poutre, barre...).

La contrainte σ et la déformation ϵ sont liées entre elles par la relation constitutive du matériau. Pour les matériaux passifs, la loi de *Hooke* généralisée approxime cette dépendance dans le cadre de l'élasticité linéaire [Che88] :

$$\sigma = \tilde{\mathbf{E}}\epsilon \quad (1.1)$$

où $\tilde{\mathbf{E}}$ représente le tenseur d'élasticité du matériau.

Dans le cas de matériaux actifs, la loi de *Hooke* doit être complétée, voire substituée, par la loi constitutive du matériau en question, pour être capable de prendre en compte ses propriétés mécaniques et de couplage (électrique, magnétique ou thermique). Hormis certaines classes de matériaux, tels que les matériaux électrostrictifs ou les AMF, pour lesquelles le comportement fortement non-linéaire ne se prête pas directement au cadre de l'élasticité linéaire, les matériaux piézoélectriques, magnétostrictifs ou à expansion thermique par exemple, peuvent être décrits par des équations constitutives linéaires.

Matériaux à expansion thermique : dans le cas simple d'une déformation induite thermiquement $\epsilon_T = \alpha_T \Delta T$, la relation de *Hooke* initiale est étendue [Mol04] :

$$\sigma = \tilde{\mathbf{E}} (\epsilon + \alpha_T \Delta T) \quad (1.2)$$

où α_T contient les coefficients d'expansion thermique du matériau considéré et ΔT caractérise la variation de température à déformation constante.

Matériaux piézoélectriques : un couplage entre la déformation ϵ , la contrainte σ , le déplacement électrique \mathbf{D} et le champ électrique \mathbf{E} existe et peut s'écrire comme suit [Bou02] :

$$\begin{aligned} \sigma &= \tilde{\mathbf{E}} (\epsilon + \mathbf{d}\mathbf{E}) \\ \mathbf{D} &= \mathbf{d}\sigma + \mathbf{e}\mathbf{E} \end{aligned} \quad (1.3)$$

où \mathbf{d} et \mathbf{e} désignent respectivement les matrices de couplage piézoélectrique et de constantes diélectriques.

Matériaux magnétostrictifs : la déformation ϵ et la contrainte σ mécaniques sont liées par le champ magnétique \mathbf{H} et la densité de flux \mathbf{B} comme suit :

$$\begin{aligned} \sigma &= \tilde{\mathbf{E}} (\epsilon + \mathbf{d}_m \mathbf{H}) \\ \mathbf{B} &= \mathbf{d}_m \sigma + \mu \mathbf{H} \end{aligned} \quad (1.4)$$

où \mathbf{d}_m et μ désignent respectivement les matrices de couplage magnétostrictive et de perméabilité.

La comparaison des équations (1.2), (1.3), (1.4) avec la relation purement mécanique de contrainte/déformation (1.1) met en évidence une analogie d'écriture permettant d'élargir les modèles de description par éléments finis au cadre multiphysique.

Méthodes aux Eléments Finis

Si les modèles analytiques se prêtent bien à l'analyse des structures simples, il n'en est pas de même pour les structures complexes pour lesquelles la discrétisation devient inévitable. La plus connue est sans doute la méthode des éléments finis (EF), qui utilise une interpolation polynomiale des déformées de systèmes élémentaires (tels que les barres, les poutres, les plaques), calculée à partir de valeurs discrètes de déplacements

à certains points nodaux pour résoudre numériquement des équations aux dérivées partielles. De cette façon, la méthode EF passe d'une formulation continue de la dynamique du système à un jeu d'équations différentielles discrètes écrites pour des degrés de liberté nodaux spécifiés.

Le calcul variationnel, appliqué au formalisme de *Lagrange* (à l'origine destiné à l'étude du comportement dynamique de structures purement mécaniques) a montré une extension possible aux systèmes actifs, en prenant en compte l'énergie sous ses différentes formes : élastique et, dans le cas des matériaux piézoélectriques par exemple, électrique. Les couplages nécessitent l'introduction de degrés de libertés supplémentaires dans le système. Dans la plupart des codes EF prenant en compte les matériaux piézoélectriques, les potentiels électriques aux nœuds sont considérés [All05]. Lorsqu'on considère les matériaux sensibles au champ magnétique, on considère les potentiels magnétiques scalaires [Mif06].

Equations du mouvement

L'application de ces méthodes EF conduit à l'obtention de modèles dynamiques des structures actives sous la forme d'équations linéaires matricielles du mouvement. Elles sont du second ordre et font intervenir les matrices de raideur \mathbf{K} , de masse \mathbf{M} et d'amortissement \mathbf{D} comme suit :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{p}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{p}} + \mathbf{K}\mathbf{p} = \mathbf{F}\mathbf{u} \quad (1.5)$$

Dans le cas d'éléments en matériau actif dans la structure, le vecteur des degrés de liberté \mathbf{p} inclue en général, en plus des déplacements mécaniques nodaux, les potentiels électriques ou magnétiques. Généralement, les effets électromagnétiques sont caractérisés par des dynamiques beaucoup plus rapides que celles de nature mécanique, si bien que leur contribution est essentiellement à réponse quasi-instantanée. Dans ce cas, seule l'écriture de la matrice raideur est influencée par le couplage multiphysique.

Le terme $\mathbf{F}\mathbf{u}$ représente l'influence des actionneurs sur la structure. L'entrée \mathbf{u} est le vecteur des grandeurs de commande externe. \mathbf{F} définit la répartition de la commande agissant sur le système.

Représentation d'état linéaire

En vue de la commande, les équations du mouvement linéaire (1.5) sont généralement transformées en équations d'état du système. Pour des problèmes purement mécaniques, position et vitesse peuvent alors définir le vecteur d'état \mathbf{x} et former la représentation d'état :

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}} \\ \ddot{\mathbf{p}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \dot{\mathbf{p}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{F} \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (1.6)$$

soit,

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (1.7)$$

Dans le cas de systèmes actifs commandés en boucle fermée, des capteurs deviennent nécessaires pour mesurer une variété de signaux tels que des déplacements (capteurs capacitifs, laser, etc), des forces ou des déformations locales (jauges de déformation, etc). Les équations de mesure linéaires peuvent alors être modélisées sous la forme générique suivante :

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u} \quad (1.8)$$

où le vecteur \mathbf{y} rassemble l'ensemble des sorties observées du système. Les matrices \mathbf{C} et \mathbf{D} sont les matrices d'observation et de transmission.

Le modèle d'état est ainsi fonction des caractéristiques intrinsèques de la structure (via la raideur, la masse et l'amortissement du système), ainsi que de l'influence de la répartition des actionneurs et des capteurs dans la structure.

Réduction de modèles pour l'identification et la commande

Les modèles structuraux ainsi obtenus à partir des méthodes aux EF impliquent un grand nombre de degrés de liberté généralement bien trop grand pour être tous utilisés lors de la conception de lois de commande. Les structures complexes comportent usuellement plusieurs centaines, voire milliers de degrés de libertés, alors que les méthodologies de synthèse de correcteurs et leurs outils d'analyse n'envisagent souvent que des modèles limités à quelques dizaines de degrés de liberté. Cette disparité justifie l'emploi de techniques de réduction dynamique de modèles, qui visent à limiter le nombre de composantes du vecteur d'état pour ne considérer que les premiers modes vibratoires influents sur sa réponse [Cra90]. Cet aspect, qui s'appuie sur les notions de commandabilité et observabilité sera détaillé dans un prochain chapitre.

Synthèse du correcteur

La commande des systèmes implique un choix à faire parmi les entrées et les sorties du système, c'est-à-dire un choix sur le nombre, la place et le type d'actionneurs et de capteurs. Ce choix entrée/sortie affecte les performances, la complexité et les coûts de calcul de la commande.

Classiquement, la synthèse d'un correcteur suit une démarche séquentielle. Tout d'abord, les objectifs de contrôle sont spécifiés pour satisfaire un compromis entre les performances (temps de réponse, précision, etc) et la robustesse de la régulation (sensibilité, rejet de perturbations, etc). Les variables exogènes ainsi que les variables à réguler sont définies. Ensuite, à partir du modèle de connaissance ou identifié du système, la structure du contrôleur est choisie, habituellement basée sur une sélection préliminaire des entrées du système (grandeurs de commande sur lesquelles le contrôleur va agir) et de ses sorties (grandeurs mesurées à partir desquelles la loi de commande est calculée), et sur un choix de synthèse du régulateur (de très nombreuses méthodes existent : PID, LQG, placement de pôles robustes par méthode RST, commande H_∞ standard, etc) en fonction des objectifs, des contraintes sur l'implémentation du régulateur et de la classe du modèle. Finalement, après une étape de validation en simulation du système en boucle fermée, la loi de commande est implémentée sur le système physique.

1.4.2 Problématique de la commande des structures flexibles

Les structures mécaniques flexibles possèdent un champ de déformations et de contraintes qui dépendent de leur topologie et de la nature des matériaux utilisés. Le couplage entre masse et flexibilité, lié à un échange entre l'énergie cinétique et l'énergie de déformation élastique, entraîne un comportement dynamique oscillant qui s'apparente à celui d'un système constitué de plusieurs masses-ressorts. Les résonances qui en résultent, que l'on caractérise par une fréquence propre et une déformée modale, dépendent bien entendu de la répartition de masse dans la structure et de l'ensemble des paramètres mécaniques.

Dans la grande majorité des applications, les vibrations résultant de la flexibilité de la structure sont sources de problèmes affectant le bon fonctionnement de ces systèmes ; ses effets doivent donc être atténués. Pour répondre à un tel problème, des solutions mécaniques simples peuvent parfois suffire à déplacer le spectre des vibrations et à faire en sorte qu'il ne rencontre pas celui des perturbations. Une structure peut ainsi être rigidifiée par le choix d'une topologie différente, ou, lorsque cela est possible, par l'utilisation d'autres matériaux plus rigides. Une autre option consiste à augmenter artificiellement l'amortissement naturel des vibrations, par exemple à l'aide de matériaux visco-élastiques. Mais, ces premières techniques ont rapidement montré leurs limites dans la flexibilité de cette méthode, laissant place au contrôle actif des vibrations [Riz99].

La flexibilité mécanique des structures, correspondant généralement à des géométries élancées de type treillis-poutre dans le cas de micromanipulateurs, conduit naturellement à l'apparition de vibrations mécaniques d'amplitudes non-négligeables et à basse fréquence, susceptibles de dégrader fortement les performances de fonctionnement lors de tâches de micromanipulation par exemple. Qu'elles soient harmoniques ou non, ces perturbations sont toutes susceptibles d'exciter les résonances et d'entretenir les vibrations de la structure porteuse.

Du point de vue de l'automaticien, si les fréquences des modes de résonance viennent interagir avec la bande passante de commande du système contrôlé, il faut éviter que les modes, qui possèdent en général un amortissement naturel faible, soient excités par une source de perturbations externe, ou par la loi de commande elle-même (phénomène dits de *spillover*). Face à cette difficulté, une solution logique semble être d'accroître l'amortissement des résonances, afin de les rendre moins pénalisantes. Pour cela, deux approches distinctes sont envisageables :

- la première solution, dite *passive*, consiste à dissiper mécaniquement une partie de l'énergie de déformation ; les matériaux visco-élastiques que l'on fixe à la surface d'une structure entrent dans cette catégorie. Il subsiste une limitation intrinsèque à ces dispositifs passifs : ils n'empêchent pas la structure de continuer à se déformer ;
- l'approche *active* consiste au contraire à injecter de l'énergie dans la structure afin de compenser les déformations ;

- entre les deux se trouve une classe de dispositifs intermédiaires, souvent appelés *semi-actifs*, qui mettent en œuvre le rebouclage d'une mesure locale sur un système actif dont l'objectif est de dissiper de l'énergie. Ces dispositifs se comportent donc comme des systèmes passifs, mais ont cependant l'avantage majeur de pouvoir être réglés et adaptés.

La commande active des vibrations est la solution la plus ambitieuse, mais repose sur l'utilisation de lois plus complexes. Elle peut surtout permettre d'atteindre un niveau supérieur de performances, en réalisant des tâches plus contraignantes que le simple amortissement, telles que la rejection de perturbations, voire un suivi de consigne lorsqu'elle est couplée à un contrôleur à haute autorité.

1.5 Outils d'aide à la conception optimale des *smart structures*

La modélisation, la simulation et la commande des structures rendues actives impliquent au préalable un paramétrage du système (géométrie de la structure, matériaux utilisés, etc), à partir duquel sont généralement menées des études paramétriques pour déterminer la conception la plus adéquate de la structure, des matériaux, de l'actionneur et du capteur, du contrôleur, etc, en lien avec le cahier des charges nécessité par l'application. Dans le but de quantifier l'étendue des systèmes répondant potentiellement à ce cahier des charges, le procédé de conception peut être formalisé sous la forme de problèmes d'optimisation pour permettre de sélectionner une (ou plusieurs) solution(s) optimale(s).

Nous donnons dans ce qui suit un panorama des différentes techniques considérées pour la conception optimale en tout ou partie des structures adaptroniques.

1.5.1 Classification des stratégies d'optimisation

La conception optimale d'une structure adaptronique nécessite une stratégie d'ensemble appropriée pour traiter le problème du couplage entre sa structure, ses actionneurs, ses capteurs et sa commande (Fig. 1.23). Envisager le problème du couplage complet de toutes ces fonctions est dans l'absolu l'approche la plus prisee, mais elle reste en pratique très difficile à mener lorsque les problèmes deviennent complexes. En général, c'est une approche de décomposition qui est privilégiée, où l'optimisation de chaque partie du système est considérée séparément, sous l'hypothèse de contraintes. Dans la littérature, de nombreux travaux s'intéressent à l'optimisation de ces structures de plus en plus intelligentes [Fre03]. Les différentes méthodes peuvent être classifiées suivant quatre catégories, selon les parties du système considérées lors de l'optimisation. On trouve ainsi :

- le placement optimal et l'intégration d'actionneurs et de capteurs sur une structure mécanique prédéfinie ;

- le placement optimale, l'intégration d'actionneurs et de capteurs, ainsi que le choix des paramètres du correcteur pour une structure mécanique donnée ;
- l'optimisation de la structure pour l'utilisation d'un actionneur donné ;
- l'optimisation simultanée de la structure et de l'actionneur.

Pour chaque catégorie, quelques références sont données dans la suite, avec un éclairage particulier apporté au cas des microsystèmes dans les deux dernières catégories.

1.5.2 Placement optimal de couple actionneurs/capteurs

La plus grande partie des travaux traitant du placement d'actionneurs et capteurs vise le contrôle actif des structures, aussi bien pour des poutres [Ada00] que des plaques isotropiques [Sad99] ou composites [Han99]. Généralement, il s'agit de paires de pastilles d'actionneurs et/ou de capteurs piézoélectriques qui sont collées symétriquement, au-dessus et au-dessous de la structure. Leur emplacement sur la structure peut être optimisé grâce à différents algorithmes. Quelques critères possibles couramment rencontrés sont :

- la minimisation de la déflexion verticale maximale [Ada00] ;
- la maximisation de la commandabilité et/ou observabilité de certains modes [Sad99], parfois pondérés, où les poids modaux sont déterminés par leur contribution respective dans la réponse en déflexion du système [Ald00] [Mar03] ;
- la minimisation de l'intégrale de l'énergie mécanique de vibration [Bru01] ;
- la minimisation de la masse de l'actionneur et de sa tension d'actionnement [Sul99].

Les moyens mis en œuvre pour optimiser ces placements sont variés : algorithme génétique [Sad99], algorithme du gradient [Bru01], etc.

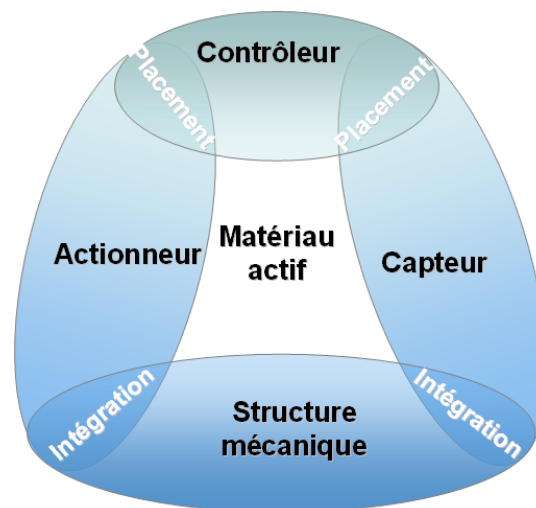


FIGURE 1.23 – Schéma synoptique d'une structure adaptronique.

1.5.3 Placement optimal d'actionneurs, capteurs et réglage optimal du correcteur

Le choix du placement relatif des actionneurs et des capteurs conditionne en partie les performances du système contrôlé. Toujours dans le domaine du contrôle actif des vibrations où la structure est prédéfinie, certains travaux de recherche traitent de manière séquentielle ou simultanée de la combinaison optimale du couple actionneur/capteur avec les paramètres du régulateur, tels que les gains de rétroaction ou les tensions d'actionnement engendrées.

Le problème de la maximisation de l'énergie dissipée par le contrôleur actif est envisagé dans [Zha00] pour le cas d'une structure poutre passive grâce à un algorithme génétique qui optimise les emplacements de l'actionneur et du capteur, ainsi que le gain de rétroaction. D'autres travaux considèrent le positionnement optimal des actionneurs et des capteurs sur une structure contrôlée vis-à-vis d'indices de performance incluant les minimisations de la réponse en déplacement de la structure et des amplitudes de commande nécessaires [Li04]. Enfin, d'autres approches cherchent à minimiser le transfert en boucle fermée au sens d'une norme particulière. Dans [Hal02b], à chaque itération d'un algorithme génétique, un correcteur H_2 optimal est calculé pour une position actionneur/capteur donnée, et la norme H_2 du système compensé est évaluée. Les solutions optimales de placement actionneur/capteur sont celles qui minimisent cet indice de performance. La norme H_∞ est parfois aussi considérée [Ara98].

1.5.4 Optimisation topologique de structures

La majorité des travaux traitant de l'optimisation de structure consistent à optimiser la répartition de matière structurale qui sera soumise à l'action d'un ou plusieurs actionneurs définis. L'objectif est d'en améliorer certaines performances (en termes de force et déplacement essentiellement), par exemple en amplifiant le mouvement des actionneurs ou en modifiant/transmettant leur mouvement. Par corollaire, il s'agit d'optimiser le nombre et la perforation des trous du domaine topologique. La notion de domaine ou espace topologique peut être formalisée en mathématique par une structure ensembliste ⁶.

Les méthodes d'optimisation utilisées peuvent être regroupées en deux familles.

Les algorithmes déterministes considèrent généralement l'optimisation de paramètres structurels, de formes ou de topologies et nécessitent souvent un espace de recherche convexe, continu et dérivable.

Les méthodes d'optimisation stochastiques, comme les algorithmes évolutionnaires ou les algorithmes basés sur le recuit simulé par exemple, ont l'avantage de pouvoir considérer un espace de recherche constitué de variables discrètes, voire non-valuées (c'est-à-dire sans représentation mathématique).

6. Un espace topologique est défini comme un couple (E, T) où E est un ensemble et T un ensemble de parties de E que l'on définit comme les ouverts de (E, T) , vérifiant certaines propriétés relatives à la branche des mathématiques traitant de la topologie.

Méthode d'optimisation de paramètres structurels

Cette méthode, parfois aussi qualifiée de *dimensionnement automatique de structures*, ne modifie que la section droite ou l'épaisseur transverse des composants d'une structure dont la forme et la topologie sont fixées à l'avance.

L'utilisation du modèle poutre pour modéliser les mécanismes déformables reste très fréquente. Une transmission flexible est alors simplement vue comme un assemblage de poutres encastrées. Le réseau de poutres est agencé comme décrit en Fig. 1.24-a. Dans [Can00] et [Fre00], un mécanisme d'amplification de débattement pour un actionneur piézoélectrique est optimisé. La fonction-objectif est la maximisation du déplacement de sortie. Chaque poutre du réseau possède une section rectangulaire paramétrée, qui est la variable de conception. La limite basse de cette section est fixée volontairement à un nombre très petit, de sorte que les éléments qui atteignent cette borne inférieure sont ignorés ultérieurement. Les éléments restants définissent la topologie optimale (Fig. 1.24-b).

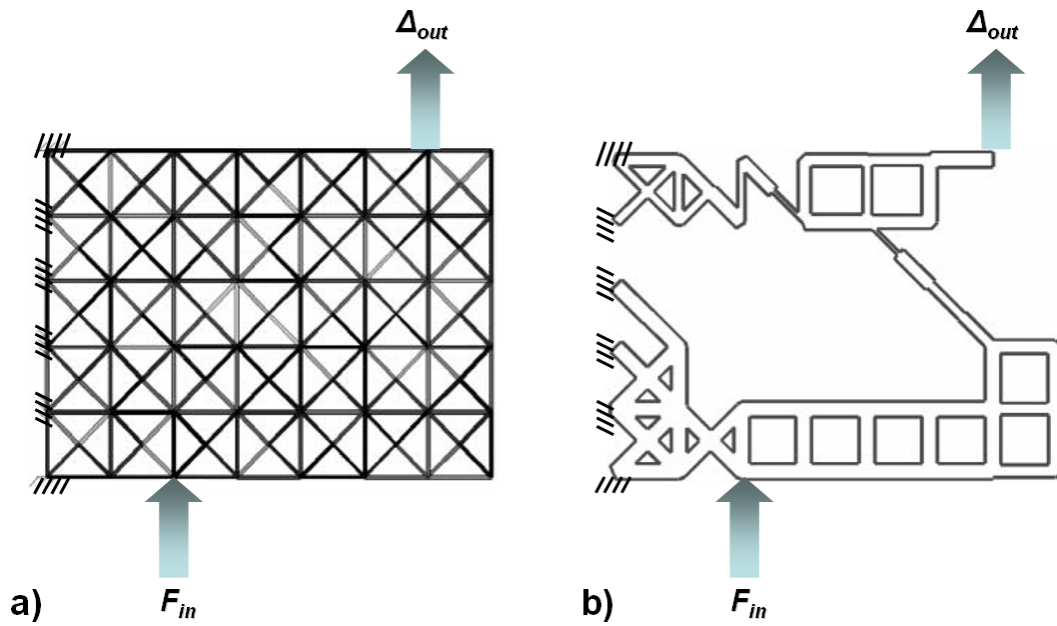


FIGURE 1.24 – Domaine topologique d'optimisation (a) et solution optimale (b) pour l'amplification de débattement [Can00].

Cette méthode a été intégrée dans un programme d'optimisation de réseau de poutres de *Navier-Bernoulli*, appelés *Pennsyn*, en prenant en compte des critères d'énergie de déformation [Sax00a]. Il est également possible d'y définir les caractéristiques du milieu extérieur en spécifiant sa raideur. D'autres critères basés sur des écritures énergétiques visent à maximiser l'efficacité mécanique [Kot99]. Initialement, cette méthode existe au cas de l'agencement de barres, qui, contrairement aux poutres, ne sont sollicitées qu'en traction/compression [Mic04].

Méthodes d'optimisation de forme

Cette classe de méthodes d'optimisation admet des changements de forme compatibles avec une topologie fixée au départ. Cette approche, dite aussi d'*analyse de sensibilité* ou de *variations de domaines* optimise la frontière, qui est paramétrée par un nombre limité de points de contrôle. Une légère variation de la frontière de la forme a un effet plus ou moins important sur la valeur du critère à optimiser. En calculant le gradient de descente (dérivée de la fonction objectif par rapport aux variables), un algorithme d'optimisation fait varier la frontière du domaine ; l'analyse des variations des performances par rapport à ces paramètres permet d'améliorer itérativement une forme initiale [Din86] [Haf86].

Parmi les méthodes de variations de domaine, la méthode des lignes de niveaux⁷ représente la frontière de la forme par une fonction ligne de niveaux, ce qui présente l'avantage de pouvoir traiter les cas de problèmes tridimensionnels et de l'élasticité non-linéaires [Jou07]. Par exemple, ces méthodes ont été appliquées au cas de la conception optimale d'une micropince planaire actionnée en force [All02b] [All04] (Fig. 1.25).

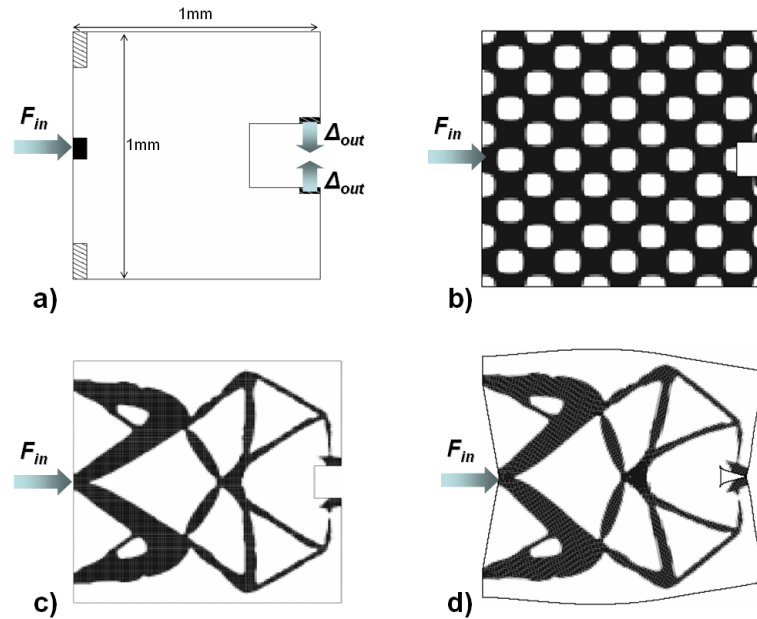


FIGURE 1.25 – Conception d'une micropince 2D par la méthode Level-Set : définition du problème (a), topologie initiale (b), conception optimale (c) et déformée (d) [All02b].

Cependant, de telles méthodes peuvent être très coûteuses en temps de calcul selon le choix de la forme initiale, et la finesse de la représentation. Les formes successives ne varient que par leur frontière : il n'est pas permis d'altérer la connectivité ou la

⁷. *Level set* en anglais.

nature des membres structuraux, c'est-à-dire de permettre l'apparition ou la disparition de nouveaux bords ou trous dans la structure.

Méthodes d'optimisation topologique

L'optimisation topologique a pour but de déterminer la nature et la connectivité des éléments constitutifs d'une structure pour un problème dans lequel seuls les conditions aux limites et le domaine spatial où il est possible de placer la structure sont spécifiés. Cette méthode, introduite dans [Sig97] [Ben88] [All02a] [Ben03] et maintenant devenue standard, utilisant *l'homogénéisation*, généralise la notion de forme, en s'affranchissant de la forme initiale. Cette méthode repose sur la notion de matériau composite poreux.

Les variables du problème d'optimisation topologique sont les densités du matériau en chaque point du domaine de conception et les propriétés mécaniques *effectives* du composite. La théorie de *l'homogénéisation* consiste à modéliser la loi de comportement macroscopique de la microstructure poreuse en fonction de la densité de matériau local, densité qui est une variable continue de l'intervalle $[0; 1]$. Cette densité intermédiaire entre le vide et la matière, obtenue par mélange d'un matériau spécifié et d'un matériau très souple, est nécessaire pour obtenir un problème bien posé et assurer l'existence de la solution.

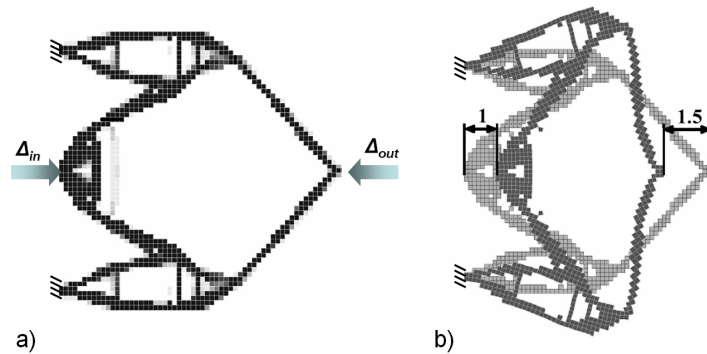


FIGURE 1.26 – (a) Exemple de mécanisme inverseur (avantage géométrique $\times 1,5$) et (b) représentation de sa déformée [Min04].

Dans le champ applicatif des microsystèmes, cette méthode d'optimisation a été mise à profit pour concevoir notamment des mécanismes d'amplification pour les actionneurs piézoélectriques, dont les courses se limitent initialement à quelques μm . L'actionneur est généralement intégré au sein d'une structure passive dont il faut déterminer la topologie pour optimiser certains critères portant sur le système global. Ils concernent souvent la maximisation du déplacement libre de la sortie (soit en régime statique [Nis98], soit pour une fréquence de résonance spécifiée [Sil99]), la transduction électromécanique ou

la flexibilité moyenne de la structure [Sil00]. L'avantage géométrique⁸ de la structure peut aussi être optimisé à d'autres fins, comme par exemple la résiliation de mécanismes inverseurs de mouvements [Min04] (Fig. 1.26).

Méthodes d'optimisation par algorithmes non-déterministes

Pour trouver la solution optimale au sens d'un critère donné, les méthodes stochastiques parcourent l'espace de recherche par un processus d'exploration aléatoire et se basent sur l'évaluation de ce critère pour un grand nombre de solutions candidates. Elles sont dites *d'ordre 0* dans la mesure où elles n'ont besoin que du calcul de la fonction-coût, certes de très nombreuses fois; aucune propriété de continuité des fonctions objectifs, ni d'existence du gradient de la fonction ne sont nécessaires. Leur robustesse et leur souplesse leur permettent d'aborder la résolution numérique de problèmes difficiles à résoudre autrement. Mais c'est leur capacité à travailler sur des espaces de recherche non standards qui leur offre les perspectives les plus originales. Enfin, ces méthodes se prêtent aisément à la résolution de problèmes d'optimisation multi-objectifs en proposant des compromis entre les différents critères.

Les algorithmes évolutionnaires [Cha94], basés sur une imitation simplifiée de l'évolution *Darwinienne* des populations, ainsi que les algorithmes de recuits simulés [Shi97] figurent parmi les méthodes non-déterministes les plus utilisées pour l'optimisation topologique de structures. Néanmoins, cette flexibilité se fait au détriment du temps de calcul. En effet, l'évaluation des fonctions objectifs et l'exploration de l'espace de recherche sont deux étapes coûteuse en temps de calcul.

Pour réduire ce temps de calcul, une solution consiste à utiliser des modèles mécaniques simples, tels que les réseaux de barres, ou de poutres [Sax02]. L'exploitation de la flexion des poutres rend pertinente leur utilisation pour décrire les mécanismes déformables. L'idée est également d'utiliser une représentation permettant de modifier simultanément la topologie, la configuration et l'aire de la section du réseau de poutres [Deb98].

1.5.5 Optimisation du couple structure-actionneur

Pour la conception des microsystèmes, plusieurs environnements logiciels de simulation envisageant le couplage multiphysique existent aujourd'hui, tels que *Nastran*, *Comsol Multiphysics* ou *Ansys* pour les plus connus, mais également *Oyster* [Kop89], *Memcad* [Sen92] ou *Caemems* [Zha90] par exemple. En revanche, les algorithmes d'optimisation qui intègrent les équations complètes du couplage multiphysique, comme c'est usuellement le cas dans les microsystèmes, sont très rares [Kor05].

Des optimisations portant directement sur l'analyse des modèles analytiques existent pour concevoir par exemple des actionneurs bimorphes en matériaux piézoélectriques ou magnétostrictifs [Geh00]. L'objectif poursuivi est de maximiser la déflexion libre ou la

8. Rapport du déplacement de sortie sur le déplacement d'entrée.

force de blocage de l'actionneur en faisant varier le ratio des modules d'*Young* et les dimensions des couches de matériaux actifs et passifs.

En revanche, l'intégration de matériaux actifs dans les méthodes d'optimisation topologique de structures demeure encore peu répandue. Ainsi, par exemple, les micromécanismes à actionnement électrothermique sont conçus sur la base des intuitions et de l'expérience du concepteur, ou par méthodes d'essais/erreurs. Dans la littérature, les actionneurs sont en forme de *U* (cas de deux poutres superposées et de sections variables, qui impose une dissymétrie de la dilatation thermique par effet *Joule* au passage du courant dans l'actionneur) [Che02] (Fig. 1.28), ou de *V* (caractérisé par un arc-boutement lors du passage du courant électrique dans la structure) [Chu03] (Fig. 1.27).

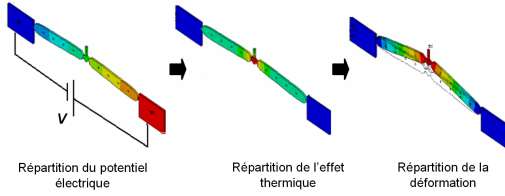


FIGURE 1.27 – Principe d'actionnement électrothermique en forme de V.

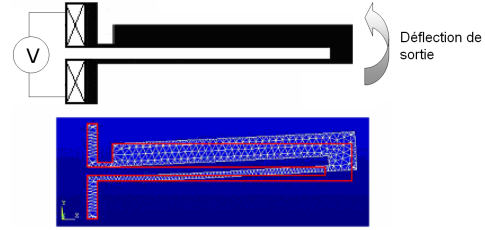


FIGURE 1.28 – Actionneur électrothermique en forme de U et simulation.

Mais, l'extension récente de la méthode d'*homogénéisation* au cas de problèmes multiphysiques (incluant la piézoélectricité [Tel90] [Gal92], l'électromagnétisme [Yoo00] [Yoo04], les phénomènes électrostatiques [Rau05] [Lem08]) laisse augurer de nouvelles perspectives pour l'optimisation topologique de structures rendues actives par l'utilisation de matériaux fonctionnels.

Les travaux de *Sigmund* [Sig98] [Sig01b] [Sig01c], et plus récemment celui de [Rub06], ont ainsi introduit une méthode d'aide à la conception optimale de microsystèmes planaires monolithiques à actionnement électrothermomécanique, réalisant ainsi l'intégration parfaite de la fonction d'actionnement et de structure mécanique. Le couplage électrothermomécanique étant supposé faible, trois problèmes aux éléments finis sont résolus de manière séquentielle : l'analyse est d'abord électrique, puis thermique et enfin élastique :

$$\begin{aligned}
 \mathbf{K}_0 \mathbf{U}_0 &= \mathbf{P}_0 \rightarrow \text{Analyse électrique} \\
 \mathbf{K}_1 \mathbf{U}_1 &= \mathbf{P}_1(\mathbf{U}_0) \rightarrow \text{Analyse thermique} \\
 \mathbf{K}_2 \mathbf{U}_2 &= \mathbf{P}_2(\mathbf{U}_1) \rightarrow \text{Analyse de l'élasticité mécanique}
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

\mathbf{K}_0 et \mathbf{K}_1 désignent respectivement les matrices globales de conductivité électrique et thermique, alors que \mathbf{K}_2 est la matrice de raideur mécanique. \mathbf{U}_0 , \mathbf{U}_1 et \mathbf{U}_2 sont respectivement les vecteurs nodaux des potentiels électriques, des températures, et des déplacements mécaniques, tandis que \mathbf{P}_0 , \mathbf{P}_1 et \mathbf{P}_2 sont respectivement les vecteurs nodaux des chargements électriques, thermiques et mécaniques. Dans le cas d'un *continuum* de matière, cette méthode d'optimisation topologique a été appliquée à la conception d'une

micropince monolithique à actionnement électrothermomécanique (Fig. 1.29). Une formulation équivalente de l'optimisation topologique pour le cas de structures-treillis ou de réseaux de poutres à actionnement électrothermique est proposée dans [Ana03].

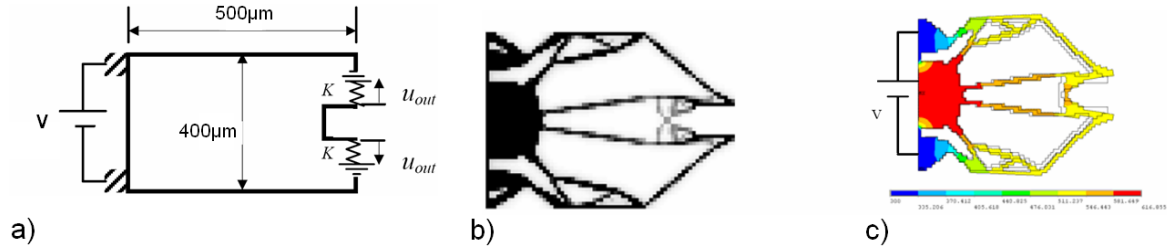


FIGURE 1.29 – Micropince électrothermomécanique monolithique en Nickel d'une épaisseur hors-plan de $15\mu m$: encombrement et conditions aux limites (a), solution optimale (b) et déformée (c) [Rub06].

1.6 Objectifs de la recherche

Dans les paragraphes précédents, la démarche générale de conception de systèmes intégrés, ainsi que les outils permettant d'aider à leur conception, ont été présentés dans leurs grandes lignes avec un éclairage particulier pour les systèmes microrobotiques. À partir de cette vue d'ensemble, les objectifs que nous nous sommes fixés dans le cadre de nos travaux de recherche sont exposés ci-dessous.

1.6.1 Développement d'une méthode générale de synthèse optimale pour la conception de systèmes intégrés

Dans une perspective ultime de concevoir des systèmes adaptroniques optimaux, notamment pour le champ applicatif de la microrobotique, un des objectifs de la thèse est de proposer une méthode et le logiciel associé pour aider à la conception optimale de microsystèmes fonctionnellement intégrés. Cet outil d'aide à la conception est nécessaire, et est pleinement justifié en raison notamment du caractère non-intuitif de la conception optimale de ces systèmes.

La démarche de conception développée dans notre étude s'appuie sur les développements d'une méthode préexistante, qui a fait l'objet de travaux de recherche précédents les nôtres et dont le contenu est présenté essentiellement dans [Ber04].

Il s'agit d'une méthode de conception préliminaire de structures flexibles à déformations réparties et actionnement discret. Elle est basée sur l'agencement optimal de blocs flexibles élémentaires, de types réseaux de poutres, décrits par une méthode aux éléments finis dans un domaine de conception fixé. La topologie, les dimensions, les matériaux, le nombre et la position des points fixés au bâti, ceux des contacts et des actionneurs, peuvent être générés automatiquement grâce à un algorithme génétique pour fournir un

ensemble de solutions optimales vis-à-vis de critères caractérisant la tâche visée, et en correspondance avec le cahier des charges. Un logiciel, baptisé *FlexIn* pour *Flexible Innovation*, développé sous Matlab®, a permis une première évaluation de la méthode des blocs pour permettre la synthèse de structures *passives* actionnées grâce à l'intervention d'actionneurs externes.

Les idées directrices de la méthode sont brièvement rappelées dans le chapitre 2.

Un premier objectif de nos travaux de recherche consiste à faire évoluer cette méthode pour permettre à terme la synthèse de structures monolithiques rendues *actives* grâce à l'intégration de matériaux actifs au sein du mécanisme flexible. Dans ce travail de recherche, les efforts ont été consentis sur l'intégration de l'actionnement ; la mesure par proprioception faisant partie des perspectives qui peuvent être apportées au cadre de notre étude.

1.6.2 Vers l'intégration *structure-actionneur*

L'intégration de l'actionnement au sein de la structure flexible nécessite de faire un choix sur le principe physique à retenir.

Parmi le panel de matériaux actifs couramment utilisés en microrobotique et présentés au paragraphe 1.3, notre choix s'est porté sur l'utilisation de céramiques piézoélectriques. Diverses raisons ont justifié un tel choix :

- ses nombreux avantages au sens de la conception micromécatronique, comme ses bonnes performances en terme de force, de bande-passante (autorisant des dynamiques d'actionnement rapides), de compacité, en font un matériau prisé pour les dispositifs microrobotiques ; il n'est ainsi pas étonnant de le retrouver à la base de la conception de très nombreux prototypes de micropinces [Agn05] ;
- ses propriétés physiques de réversibilité permettent d'envisager dans le futur l'utilisation, et l'implémentation dans la méthode, de son mode capteur pour converger un peu plus vers des systèmes *structure-actionnement-mesure* totalement intégrés ;
- un des modes d'actionnement de ces matériaux actifs est la tension électrique, qui reste une grandeur facilement commandable et exploitable pour réaliser le pilotage de ces systèmes ;
- les technologies de réalisation actuelles (découpe laser femto-secondes, usinage ultra-sonore par exemple) permettent la réalisation de formes variées, ce qui rend possible la conception technologique de structures actives totalement monolithiques avec des formes optimales de type treillis de poutres ;
- leur modèle de comportement électromécanique est relativement bien connu, comme en témoigne l'abondante littérature à ce sujet ;
- la quasi-linéarité du modèle (si on fait abstraction des phénomènes d'hystérésis de l'ordre de 10%, et de dérive lente du matériau) se prête bien à une modélisation EF mixte [Pie01a].

Leur faible déformation mécanique (de l'ordre de 0.1%) engendrée par les importants champs électriques (de plus de $10MV.m^{-1}$) implique par ailleurs des résolutions

nanométriques pour l'actionnement, expliquant en partie le fait que les céramiques piézoélectriques soient largement répandues dans la conception des systèmes de micromanipulation. En revanche, cette faible déformation nécessite d'imaginer des schémas d'actionnement pour maximiser les courses des actionneurs (jusqu'à quelques dizaines de micromètres) sans amoindrir de manière trop importante les forces développées à leur extrémité. Parmi les divers prototypes existant dans la littérature, la plupart d'entre eux reproduisent les schémas traditionnels d'actionnement de type monomorphe [Had00], bimorphe [Rak06], voire duo-bimorphe [Agn03a] (voir paragraphe 3.6.1). La topologie de ces structures est le plus souvent née de l'expérience du concepteur, au mieux ses performances sont simulées en amont de la conception grâce à des logiciels éléments finis.

Nous espérons ainsi mettre à profit notre nouvelle méthode pour synthétiser de nouvelles topologies optimales d'actionnement piézoélectrique.

Une formulation EF piézomécanique adaptée à notre problème de conception par blocs, ainsi que son implémentation logicielle dans *FlexIn*, est ainsi proposée dans le chapitre 3. A notre connaissance, l'optimisation par blocs actifs piézoélectriques pour des structures de réseaux de poutres n'a jamais été rapportée auparavant dans la littérature.

Notre étude est pour le moment limitée aux structures planes, à mouvements utiles dans le même plan.

1.6.3 Variété de critères dans la méthode de conception

La conception optimale, la réalisation puis la commande de telles structures intégrées nécessitent une approche du problème fortement pluridisciplinaire. A l'instar de ces systèmes, notre méthode de conception a pour vocation d'intégrer autant qu'il est possible, dès l'étape amont de conception du mécanisme, une variété de critères et pourtant tous utiles au concepteur de systèmes adaptroniques. Ces critères relèvent autant du champ de la mécanique pour satisfaire le compromis nécessaire entre rigidité et compliance que du champ de l'automatique pour permettre à terme l'identification et la commande robuste de ces systèmes flexibles.

Pour ce faire, le passage par une représentation d'état des structures sous *FlexIn* impose d'emblée d'introduire la dynamique des blocs élémentaires, puis celle des mécanismes qui en résultent par assemblage. Dans la méthode, la description par éléments finis des structures, initialement limitée au cas de la statique, doit être élargie au cadre de la dynamique linéaire.

Pour autant, peu de travaux de recherche traitent de méthodes d'optimisation topologique incluant une analyse dynamique des structures [Du00] [Lau00] [Mad02]. La plupart des travaux précédents visent à concevoir des topologies de structures dans le cas restrictif d'applications quasi-statiques (qui peuvent se révéler sous-optimales en régime de fonctionnement dynamique, ou induire des modes de fonctionnement dégradés), ou opérant en régime harmonique à une fréquence d'excitation donnée. Plus généralement, pour prédire ou contraindre le comportement dynamique de ces structures flexibles, il peut alors

être intéressant de prendre en compte dans la méthode, en plus des critères mécaniques usuellement rencontrés, de nouveaux critères d'optimisation basés sur l'optimisation de la réponse fréquentielle entrée/sortie de ces mécanismes et ce, dès les premières étapes de conception du système.

La représentation dynamique du comportement entrée-sortie des mécanismes dans la méthode permet la prise en compte de nouvelles stratégies de conception, tant du point de vue de leur topologie que de leur réponse fréquentielle en boucle ouverte. Les nouveaux critères qui en résultent sont inspirés de la théorie sur l'amortissement vibratoire des structures flexibles : ces critères visent à faciliter à terme leur identification modale, ainsi que leur commande robuste. Ces aspects font l'objet du chapitre 4.

1.6.4 Conception optimale, réalisation et commande d'un prototype microrobotique

La méthode de synthèse optimale évoquée précédemment a été mise en application pour répondre au problème de l'étude de la conception d'une nouvelle micropinche piézoélectrique monolithique à actionnement intégré et distribué, capable de réaliser des tâches de micromanipulation. Ce dispositif microrobotique est optimal vis-à-vis de critères mécaniques valables en régime statique, du type force de blocage et déplacement libre, mais répond aussi aux exigences fixées par les nouveaux critères du cahier des charges portant sur la réponse fréquentielle.

Parmi le panel des solutions pseudo-optimales candidates au problème de conception, une structure est spécifiquement étudiée, puis prototypée grâce aux technologies de micro-usinage pour valider en expérimentation la pertinence de notre approche. Pour aller jusqu'au bout de la démarche de conception en adaptronique, une commande en déflexion, proche des techniques usuelles en amortissement actif, est ensuite synthétisée dans le chapitre 5, en tirant profit des propriétés de la réponse fréquentielle en boucle ouverte d'un tel système. Une comparaison des performances atteintes expérimentalement avec certaines méthodologies de commandes robustes traditionnelles conforte la pertinence des critères dans notre approche de conception globale par *FlexIn*.

1.7 Conclusion

Lorsqu'on opère une réduction d'échelle aux systèmes mécatroniques rencontrés habituellement dans le macromonde, la miniaturisation s'accompagne nécessairement d'une intégration fonctionnelle de ces systèmes. Cette tendance générale pousse les microsystèmes à posséder une densité fonctionnelle de plus en plus importante et les fait converger progressivement vers le concept d'adaptronique.

Le cadre général de la démarche de conception de ces systèmes intégrés laisse apparaître une approche complexe et pluridisciplinaire du problème, qui va de la science des matériaux jusqu'à la commande robuste des systèmes flexibles, en passant par l'optimisation topologique de structures. Malheureusement, les méthodes existantes qui tentent

de répondre au problème de la conception optimale des microsystèmes ne permettent pas de traiter simultanément tous ces aspects de la chaîne de conception.

À la lumière de cette analyse, nos objectifs de recherche ont été positionnés. Premièrement, ils visent le développement d'un outil logiciel de conception optimale pour des structures flexibles monolithiques, capables d'assurer la fonction d'actionneur. Il a été fait le choix de l'exploitation d'un actionnement distribué et intégré par matériaux piézoélectriques. De plus, la méthode doit également prendre en compte des considérations liées à l'identification et à la commande de ces systèmes ainsi synthétisés. Enfin, un prototype de micropince piézoélectrique doit être conçu de manière optimale grâce à cette méthode : cela permet de valider la démarche de conception dans son ensemble depuis l'étape amont de l'étude de sa topologie jusqu'à sa commande robuste en boucle fermée.

Chapitre 2

Présentation de la méthode des blocs

Ce chapitre présente la démarche globale de la méthode préexistante pour la conception optimale de structures flexibles. La méthode, implémentée dans un logiciel baptisé FlexIn, repose sur un algorithme génétique multi-critères pour optimiser la topologie, l'actionnement et les conditions aux limites de structures flexibles décrites par un assemblage de blocs flexibles élémentaires. Ces blocs sont des réseaux de poutres, décrits par un modèle aux éléments finis.

2.1 Méthode des blocs

La méthode traite du problème global de synthèse topologique et dimensionnelle, ainsi que de la distribution des conditions aux limites en force et/ou déplacement, de points fixes et de contacts unilatéraux pour les mécanismes flexibles. Dans cette section, la notion de bloc flexible élémentaire est introduite et permet d'appréhender la spécification du problème de conception optimale dans notre méthode.

2.1.1 Méthodologie de conception des mécanismes déformables

Généralement, la démarche de conception d'un mécanisme passe par plusieurs étapes, amenant le concepteur à interagir avec différents logiciels d'aide à l'optimisation, à la simulation et finalement au prototypage de structures.

- **Optimisation topologique et paramétrique** : Dès les premières étapes de conception, les optimisations de la topologie, de la forme ou des matériaux de la structure peuvent se révéler très utiles. Les échanges de données entre le concepteur et le processus algorithmique d'optimisation ont lieu lors de la saisie du problème de conception, de la spécification des paramètres d'optimisation, et lors de la restitution finale de la (ou des) solution(s) optimale(s). Un nombre réduit de

paramètres peuvent être dégagés pour déterminer la topologie du mécanisme, et être exportés vers des logiciels de simulation numérique ou de prototypage dans une phase de post-traitements. Il est souvent souhaitable que de telles méthodes d'optimisation fournissent des résultats directement exploitables par ces logiciels de post-traitements.

- **Simulation et analyse** : Un large panel d'outils logiciels du commerce tels que *Nastran*, *Abaqus*, *Ansys*, *Cosmos*, *Comsol Multiphysics*, améliorés continûment, permettent la simulation ou l'analyse du comportement statique et dynamique (pour la détermination des modes propres) de structures. Certains d'entre eux intègrent même des modules de simulations multiphysiques et des bibliothèques de matériaux actifs. Les données relatives à la modélisation dynamique de ces systèmes demeurent quelquefois possibles. Par exemple, sous l'environnement *Ansys*, une description de la transformation de modèles éléments finis vers des modèles dynamiques (du type *représentation d'état*) directement interprétables par le logiciel *Matlab*[®] existe [Hat01]. Pour la conception de lois de commande, ou la simulation du système contrôlé, l'environnement *Simulink* reste alors un outil privilégié.
- **Prototypage** : Des logiciels de Conception et Fabrication Assistée par Ordinateur (CAO et FAO) facilitent cette étape. La plupart de ces logiciels sont basés sur un modèle volumique paramétré. Des échanges de données permettent de générer des maillages utilisables a posteriori par des logiciels de simulation numérique (par exemple, *Solidworks* pour *Cosmos*).

2.1.2 Fondements de la méthode des blocs

Sur la base de cette analyse, la méthode logicielle FlexIn utilise une représentation des structures à déformations réparties qui est favorable à la fois à l'interaction avec l'opérateur, à l'optimisation, à la simulation et au prototypage.

En effet, les structures flexibles y sont décrites comme un assemblage de briques élémentaires prédéfinies (Fig. 2.1). La relation mécanique entre ces éléments de base, classés en plusieurs catégories (les variables de raideurs, de conditions aux limites, de symétrie, de base, de contacts, de sorties), définit complètement le comportement entrée/sortie du mécanisme flexible.

Pour le moment, la méthode ne permet de traiter que la conception de structures planes dont les mouvements sont contenus dans ce même plan.

Blocs flexibles élémentaires

Dans le cas d'une structure flexible constituée de poutres, il est généralement possible de la partitionner en blocs flexibles élémentaires. Pour éviter de considérer toute la combinatoire des agencements possibles de poutres, le mécanisme est sous-structuré en blocs flexibles de rigidités variables. Ces blocs sont définis comme des agencements

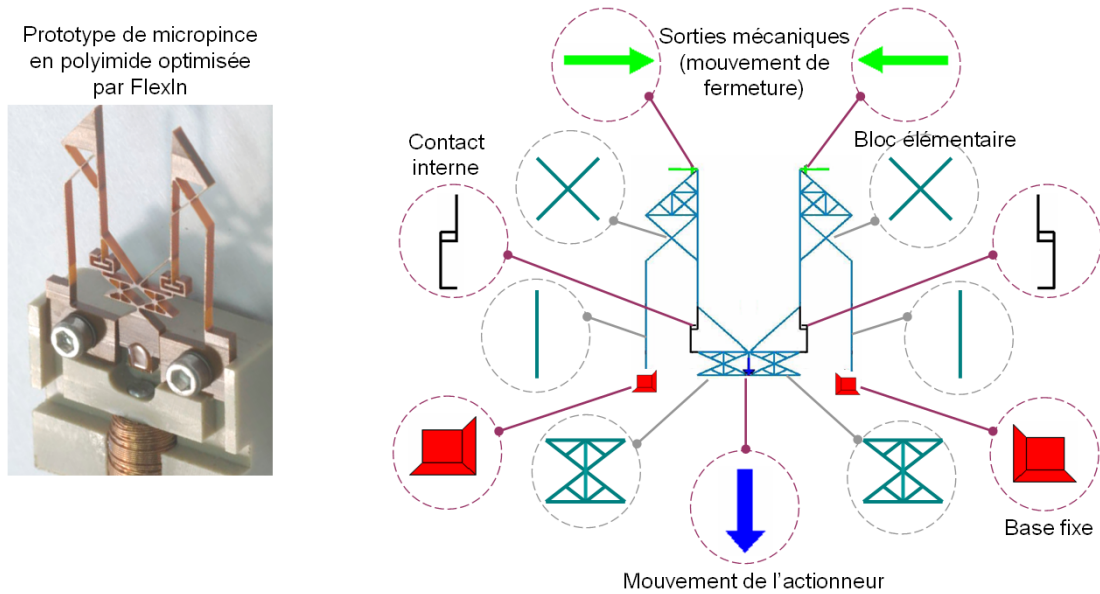


FIGURE 2.1 – Exemple de prototype de micropince monolithique en polyimide $12 \times 15 \times 1 \text{ mm}^3$ optimisée par FlexIn [Ber04] et représentation schématique des briques élémentaires sous FlexIn.

prédéfinis de plusieurs poutres au sein d'un encombrement donné. Ils sont caractérisés par leur forme géométrique, leur matériau, leurs dimensions, puis sont assemblés de façon à constituer la structure du mécanisme déformable. Cet assemblage permet ainsi la conception finale de structures monolithiques.

Efforts, déplacements, base fixe, symétrie et contacts

Ces éléments définissent les conditions aux limites auxquelles est soumise la structure mécanique.

L'actionnement de la structure mécanique est réalisé par la présence d'actionneurs externes rapportés sur la structure flexible. Selon la nature de l'actionneur, ils sont définis soit en force, soit en déplacement. Le détail de la représentation de ces actionneurs dans la méthode sera donné au paragraphe 2.1.3. Le nombre et les emplacements autorisés de ces conditions aux limites sont définis par l'utilisateur de la méthode lors de la spécification du problème de conception.

Des conditions aux limites en déplacement sur la structure peuvent aussi être imposées pour :

- créer la base fixe (déplacements imposés nuls sur certains nœuds de la structure) ;
- prendre en compte des conditions de symétrie sur la topologie (seulement une partie des degrés de libertés en déplacement de certains nœuds sont imposés comme nuls).

Enfin, des comportements non-linéaires dans la réponse entrée/sortie de ces structures peuvent être induits par la présence de contacts unilatéraux intermittents : leur nombre, leur jeu et leur emplacement autorisés dans la structure sont également renseignés par l'utilisateur de la méthode.

Optimisation non déterministe

Le choix du processus d'optimisation développé dans la démarche est porté sur une méthode non-déterministe. Pour trouver la solution optimale au sens d'un critère donné, la méthode se base sur l'évaluation de ce critère pour de nombreuses solutions candidates. Elle ne considère pas le gradient du critère, mais uniquement les valeurs locales prises par le critère [Cha96].

Parmi ces algorithmes, un algorithme génétique dont le principe général est rappelé dans l'annexe A a été programmé dans notre méthode. Celui-ci est basé en partie sur la méthode *NGSA - 2* [Deb00].

Comme annoncé dans le chapitre précédent dans le cadre de l'optimisation topologique, cette démarche algorithmique demeure intéressante, car sa flexibilité, mise en évidence notamment par [Kan97], permet d'envisager l'implémentation de critères variés.

Néanmoins, cette flexibilité se fait au détriment du temps de calcul. Pour réduire le temps de calcul nécessaire à l'évaluation des fonctions objectifs, la solution adoptée dans la méthode consiste à ne considérer que des modèles mécaniques de description des blocs relativement *simples*. En particulier, le comportement des poutres constitutives de ces blocs est supposé conforme à l'hypothèse de *Navier-Bernoulli*, dont le principe sera rappelé au paragraphe 2.1.3. Cette modélisation offre toutefois un cadre pertinent pour décrire les mécanismes déformables en flexion et reste une voie peu explorée [Sax00b].

Le temps de calcul d'un algorithme génétique dépend ensuite de l'espace de recherche à explorer. L'idée directrice suivie dans la méthode est donc d'utiliser une représentation par blocs élémentaires qui permet de modifier simultanément plusieurs paramètres (la topologie, la configuration et l'aire des sections du réseau de poutres).

Cette méthode a été mise en œuvre dans le logiciel expérimental FlexIn et développé sous l'environnement logiciel *Matlab*®¹. Plusieurs travaux de recherche ont déjà fait l'objet de développement grâce à ce langage de calcul scientifique : les logiciels d'optimisation topologique *Topopt* pour les structures 2D [Sig01a], *Pennsyn* pour les réseaux de poutres [Sax00b] [Sax02] et *CoMet* pour la conception de membranes flexibles [Cul04].

Dans le logiciel FlexIn, les données sont stockées sous différents formats (entiers, réels, chaînes de caractères, listes et matrices de tailles quelconques). Les données relatives à une structure flexible à déformations réparties et actionnement extérieur discret sont définies par une structure informatique, notée *structure_flexible* dans la suite. Cette structure informatique caractérise l'ensemble des paramètres et des variables de concep-

1. Distribué par *Mathworks*^(TM).

tion du mécanisme flexible, et se prête bien au processus algorithmique : il est possible de la manipuler, voire de la modifier, sans avoir à changer les différentes fonctions qui l'utilisent. Par ailleurs, une liste de structures du type *structure flexible* forme alors une population d'individus pour l'algorithme génétique.

Méthode des blocs

Dans la démarche de conception proposée, les blocs flexibles élémentaires sont définis et assemblés pour générer des solutions candidates au problème de conception. Les performances de tels mécanismes sont évaluées, permettant de dégager une solution au problème d'optimisation.

Dans la démarche de conception avec la méthode des blocs, le concepteur passe ainsi par plusieurs étapes (Fig. 2.2) :

- spécification d'un problème d'optimisation sur la base d'un cahier des charges (Fig. B.1) ;
- traitement du problème d'optimisation par l'algorithme génétique ;
- sélection d'une solution pseudo-optimale vis-à-vis de différents critères parmi l'ensemble de solutions retournées par l'algorithme multi-objectifs² (Fig. B.2) ;
- interprétation et affinage de l'assemblage de blocs de cette structure (si besoin est, correction des spécifications et/ou préciser un nouveau problème d'optimisation ou choisir une autre solution) ;
- export du modèle de la structure en vue d'autres simulations complémentaires ;
- réalisation à terme du prototypage de la solution optimale.

Avant l'étape finale de réalisation, les caractéristiques et performances effectives de la structure choisie doivent être vérifiées en post-traitement, à l'aide de logiciels aux éléments finis dédiés. Pour cela, FlexIn permet de :

- convertir un réseau de blocs en réseau de poutres, afin d'exécuter une simulation détaillée sous le logiciel *Castem*.
- convertir les données utiles de la structure-treillis vers un format de fichier standard *.dxf, interpretable par la plupart des logiciels de CAO.

2.1.3 Paramétrage des mécanismes sous FlexIn

Dans ce paragraphe, les différentes variables de conception qui définissent l'espace de recherche sont présentées. Les hypothèses de calculs ainsi que les modèles mécaniques utilisés pour la résolution du problème éléments finis en statique sont précisés.

2. En effet, le résultat d'une optimisation multi-critères est un ensemble de solutions pseudo-optimales réparties le long d'un front de *Pareto* (chaque solution peut être représentée par des coordonnées, qui sont les valeurs des critères utilisés).

Bibliothèque de blocs flexibles élémentaires

Dans FlexIn, les structures résultent de l'assemblage de blocs flexibles élémentaires qui décrivent leur topologie, leur configuration et leurs paramètres structuraux (épaisseur et matériaux utilisés).

1. **Forme des blocs** : Dans le cas de structures bidimensionnelles pour lesquelles les déformations restent dans le plan, il a été montré dans [Ber04] qu'une large variété de mécanismes déformables pouvaient être représentée par un jeu de 36 blocs élémentaires. Ces derniers constituent alors une bibliothèque de blocs (Fig. 2.3). Le domaine de conception est décomposé par un maillage en plusieurs emplacements quadrilatéraux à quatre nœuds, dont la forme géométrique est choisie comme rectangulaire pour des soucis de simplicité (Fig. 2.4). Dans chacun de ces

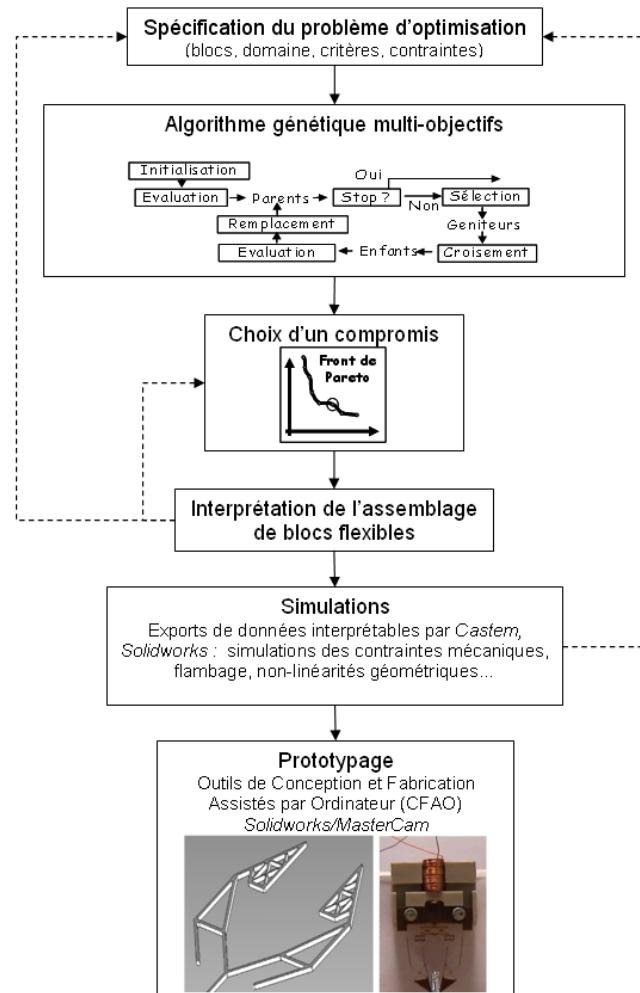


FIGURE 2.2 – Démarche de conception proposée par FlexIn.

emplacements, un bloc élémentaire issu de la bibliothèque de blocs (Fig. 2.3) peut être placé. Ces blocs, qui sont décrits à partir d'un réseau de poutres, définissent ainsi les connexions entre les quatre nœuds du quadrilatère. La *topologie* du mécanisme déformable complet est ainsi donnée par l'agencement des blocs dans un tel maillage.

Cette paramétrisation du domaine de conception en rectangles permet de réduire l'espace des configurations possibles et l'espace de recherche des solutions, ce qui reste très appréciable pour l'algorithme d'optimisation considéré.

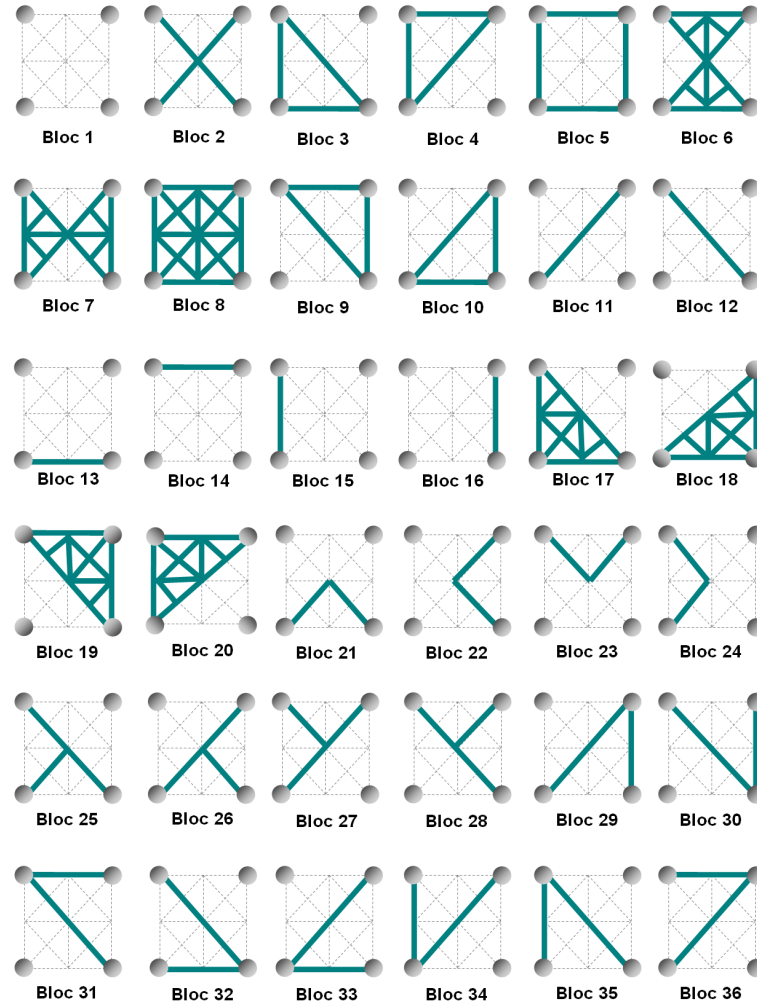


FIGURE 2.3 – Topologies des différents blocs élémentaires de la bibliothèque FlexIn associés à leur numéro de représentation.

2. **Taille des blocs :** La *configuration* du mécanisme déformable est donnée par les positions des nœuds du maillage (Fig. 2.4). Leurs coordonnées dans le plan $\mathcal{R}_R = (\mathbf{x}_R, \mathbf{y}_R, \mathbf{z}_R)$ sont déduites des dimensions latérales de chacun des blocs :

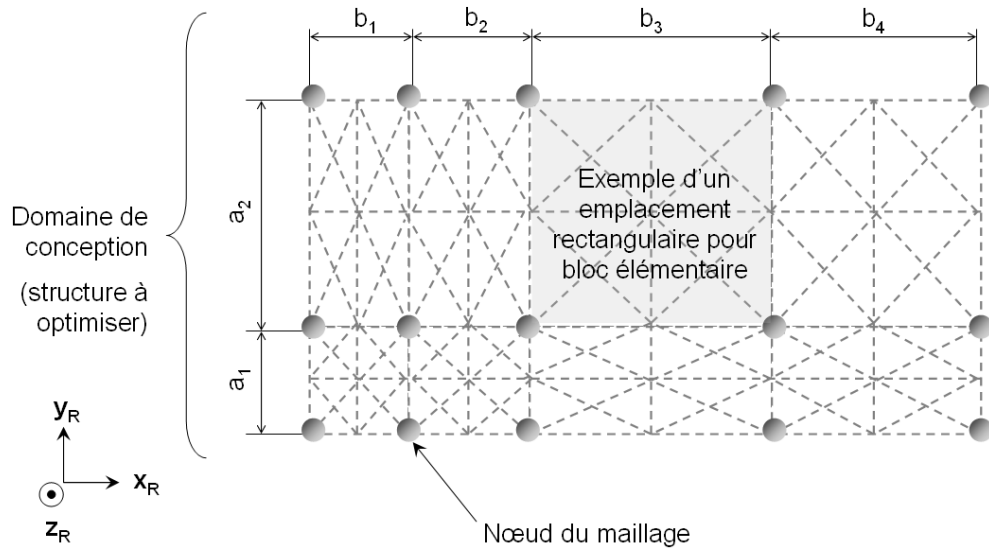


FIGURE 2.4 – Description du maillage dans le plan par des blocs rectangulaires dans le repère $\mathcal{R}_R = (x_R, y_R, z_R)$.

les hauteurs a_i et largeurs b_i de chaque bloc suffisent à déterminer les positions des nœuds du maillage.

3. **Paramètres structurels des blocs :** Chacune des poutres constituant les blocs est décrite par un nombre réduit de paramètres structurels. Cela est rendu possible en imposant plusieurs hypothèses :
 - la section de chaque poutre est constante et rectangulaire ;
 - les poutres d'un même bloc possèdent toutes la même épaisseur selon z_R , et leur largeur est proportionnelle à leur longueur dans un rapport fixé arbitrairement à 1/10 pour respecter l'hypothèse d'élancement du modèle poutre ;
 - les poutres d'un même bloc sont constituées d'un seul matériau³.

Modélisation des blocs flexibles

Les blocs sont des structures-treillis planes chargées dans leur plan et constituées de poutres rectilignes. Ce modèle, souvent utilisé pour étudier les mécanismes déformables [Hen01] [Sig97] [Fre97] est unidimensionnel : les équations de la mécanique des milieux continus ne dépendent plus que d'une seule dimension de l'espace, l'abscisse curviligne de la fibre neutre.

3. Il est à noter que l'épaisseur et le matériau sont liés par des contraintes technologiques de réalisation. Par exemple, le procédé de micro-usinage de surface permet d'obtenir des épaisseurs de polysilicium de quelques microns, et des épaisseurs de résine SU8 de quelques dizaines de microns seulement.

L'étude des mécanismes dans la méthode se base sur certaines hypothèses. Les premières d'entre elles sont mentionnées ici.

H1 : Le matériau suit une loi de comportement élastique linéaire isotrope, caractérisée par son module d'*Young* Y et son coefficient de *Poisson* ν . Le matériau n'est ainsi supposé être sollicité qu'en petite déformation et reste dans son domaine d'élasticité.

H2 : Le modèle de poutre respecte la condition de *Navier-Bernoulli* : l'élément de surface plan orthogonal à la courbe directrice au point courant demeure orthogonal à la fibre neutre après déformation.

H3 : L'hypothèse des petites perturbations est utilisée afin de pourvoir résoudre les équations analytiquement ou numériquement avec des méthodes aux éléments finis (EF) linéaires.

Dans la description EF de la méthode, la maille élémentaire est le modèle poutre. Plusieurs poutres sont assemblées pour former un bloc. Chaque bloc possède un nombre de nœuds et un nombre de poutres spécifiques. La matrice de rigidité d'un bloc, notée \mathbf{K}_{Bloc} , est obtenue en assemblant toutes les matrices des poutres qui le constituent.

Dans l'hypothèse du modèle plan, chaque nœud i du bloc possède trois degrés de libertés en déplacement : deux translations suivant \mathbf{x}_R et \mathbf{y}_R , notées respectivement X_{x_i} et X_{y_i} , ainsi qu'une rotation autour de \mathbf{z}_R , notée R_{z_i} dans le repère $\mathcal{R}_R = (\mathbf{x}_R, \mathbf{y}_R, \mathbf{z}_R)$ (Fig. 2.5). En concaténant les degrés de liberté de tous les nœuds d'un même bloc, on forme le vecteur des déplacements nodaux, noté \mathbf{X}_{Bloc} , comme suit :

$$\mathbf{X}_{Bloc} = \left(\begin{array}{ccc} X_{x_1} & X_{y_1} & R_{z_1} \\ X_{x_2} & X_{y_2} & R_{z_2} \\ \dots & \dots & \dots \end{array} \right)_{\mathcal{R}_R}^t \quad (2.1)$$

où l'exposant t désigne la transposée du vecteur. La dimension du vecteur \mathbf{X}_{Bloc} est ainsi égale à trois fois le nombre de nœuds du bloc.

De plus, le torseur des actions mécaniques appliquées à chaque nœud i comporte également trois composantes : deux glisseurs suivant \mathbf{x}_R et \mathbf{y}_R , notées respectivement F_{x_i} et F_{y_i} , et un moment autour de \mathbf{z}_R , notée M_{z_i} (Fig. 2.5). De même, en concaténant toutes les composantes des actions mécaniques de tous les nœuds d'un même bloc, on forme le vecteur des efforts nodaux, noté \mathbf{F}_{Bloc} , comme suit :

$$\mathbf{F}_{Bloc} = \left(\begin{array}{ccc} F_{x_1} & F_{y_1} & M_{z_1} \\ F_{x_2} & F_{y_2} & M_{z_2} \\ \dots & \dots & \dots \end{array} \right)_{\mathcal{R}_R}^t \quad (2.2)$$

La dimension du vecteur \mathbf{F}_{Bloc} est égale à celle du vecteur \mathbf{X}_{Bloc} .

Assemblage des blocs flexibles

La taille des matrices raideur \mathbf{K}_{Bloc} est fonction du nombre de nœuds. A titre d'exemple, le nombre de degrés de liberté (ddl) au sens des EF est rapporté Fig. 2.6

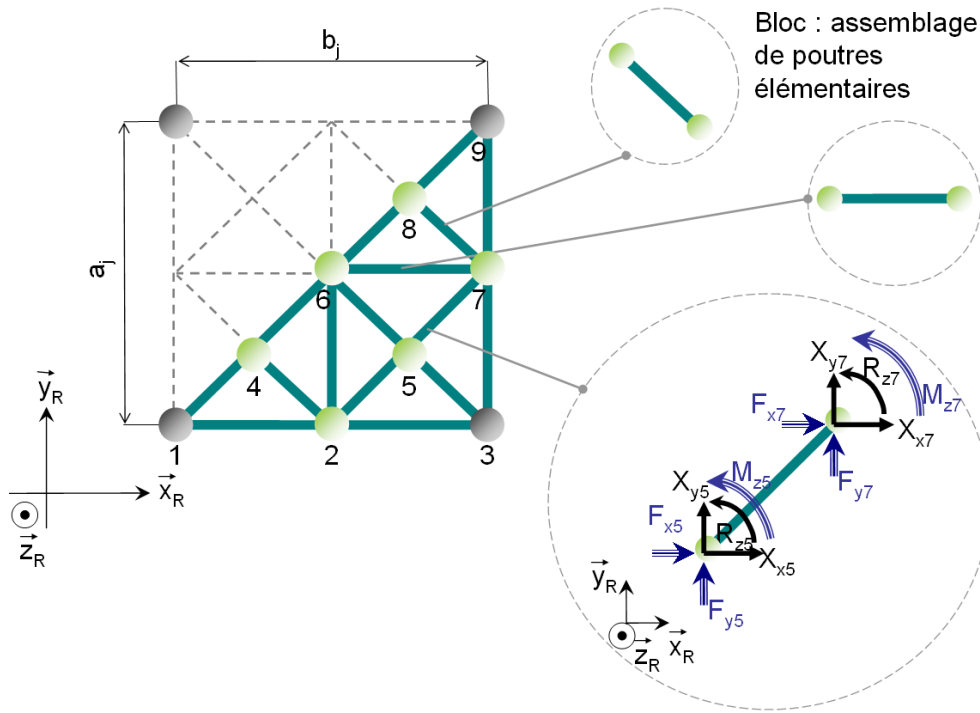


FIGURE 2.5 – Représentation des degrés de libertés nodaux dans le plan à partir de l'exemple du bloc élémentaire n°18 de la bibliothèque de blocs dans le repère \mathcal{R}_R .

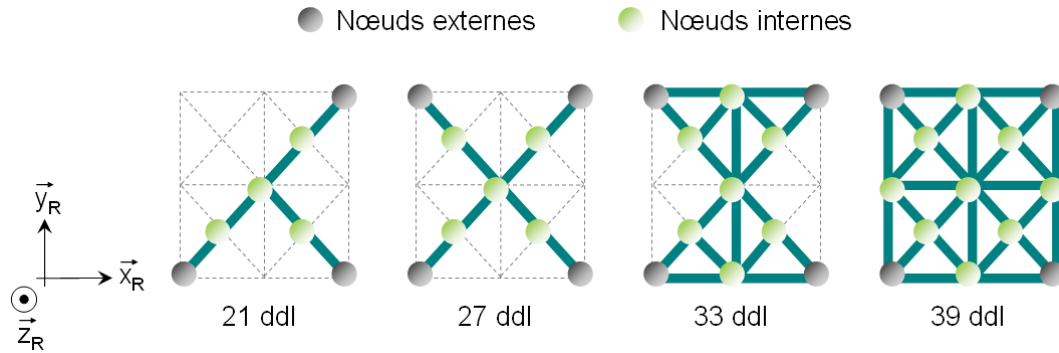


FIGURE 2.6 – Tailles de différentes matrices raideurs (le nombre de *ddl* vaut trois fois le nombre de nœuds reliés par les poutres du bloc considéré).

pour différents types de blocs.

H4 : Afin de réduire la taille des matrices de rigidité, il est fait l'hypothèse que les actions extérieures aux blocs ne peuvent être transmises à ceux-ci que par l'intermédiaire de leurs quatre nœuds externes.

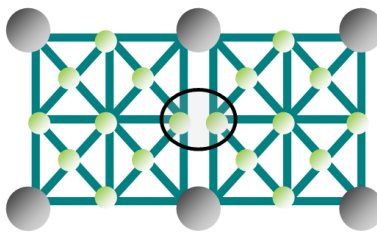


FIGURE 2.7 – Illustration de l’hypothèse de transmission des actions mécaniques entre blocs (cas de deux blocs *pleins* voisins : l’hypothèse **H4** réduit la liaison entre ces deux blocs à deux liaisons encastrement au lieu de trois).

Cette hypothèse, qui limite les conditions de transmissions des efforts entre blocs, est présentée (Fig. 2.7).

Cinq blocs⁴ de la bibliothèque (Fig. 2.3) sur 36 relient les 4 nœuds externes du bloc par des poutres élémentaires, vingt blocs⁵ n’en relient que 3 et dix⁶ n’en relient que 2. Ainsi, dans une structure flexible décrite par un assemblage de blocs, il est rare que deux blocs voisins aient deux nœuds externes en commun reliés par des poutres, encore plus rare qu’ils possèdent deux nœuds externes et un nœud interne, soit trois nœuds sur un même côté [Ber04]. On peut raisonnablement penser que la transmission des efforts d’un bloc à l’autre n’est pas réalisée par les nœuds internes, mais plutôt par les nœuds externes.

En ne considérant que les quatre nœuds externes des blocs, la taille des matrices de raideur à inverser est sensiblement réduite. La méthode de réduction statique linéaire, qui exprime la matrice de rigidité aux quatre nœuds externes, peut donc être appliquée (détails donnés en annexe F) : la matrice initiale \mathbf{K}_{Bloc} de chaque bloc, les vecteurs \mathbf{F}_{Bloc} et \mathbf{X}_{Bloc} sont respectivement condensés en une matrice \mathbf{K}_{Bloc}^c réduite de taille 12×12 et en vecteurs \mathbf{F}_{Bloc}^c et \mathbf{X}_{Bloc}^c réduits de taille 12×1 .

Ainsi, la structure d’un mécanisme déformable est définie par l’assemblage de blocs flexibles élémentaires, qui sont encastres les uns aux autres par leurs quatre nœuds externes. De la même façon que la matrice \mathbf{K}_{Bloc}^c est un assemblage condensé de l’ensemble des matrices poutres élémentaires du bloc, la matrice de rigidité globale de la structure est obtenue par assemblage de toutes les matrices \mathbf{K}_{Bloc}^c des blocs qui la constitue. Cette matrice, notée \mathbf{K}_{Global} , permet d’exprimer le vecteur des déplacements nodaux \mathbf{X}_{Global} en fonction du vecteur \mathbf{F}_{Global} des efforts nodaux externes :

$$\mathbf{F}_{Global} = \mathbf{K}_{Global} \cdot \mathbf{X}_{Global} \quad (2.3)$$

Soit N le nombre de nœuds externes de tous les blocs de la structure. L’équation précédente s’écrit alors :

4. Blocs n°2, 5, 6, 7 et 8.

5. Blocs n°3, 4, 9, 10, 17, 18, 19, 20, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35 et 36.

6. blocs n°11, 12, 13, 14, 15, 16, 21, 22, 23 et 24.

$$\begin{pmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ M_{z1} \\ \vdots \\ F_{xN} \\ F_{yN} \\ M_{zN} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} K_{1,1} & K_{1,2} & K_{1,3} & \dots & K_{1,3N} \\ K_{2,1} & K_{2,2} & K_{2,3} & \dots & K_{2,3N} \\ K_{3,1} & K_{3,2} & K_{3,3} & \dots & K_{3,3N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{3N-2,1} & K_{3N-2,2} & K_{3N-2,3} & \dots & K_{3N-2,3N} \\ K_{3N-1,1} & K_{3N-1,2} & K_{3N-1,3} & \dots & K_{3N-1,3N} \\ K_{3N,1} & K_{3N,2} & K_{3N,3} & \dots & K_{3N,3N} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} X_{x1} \\ X_{y1} \\ R_{z1} \\ \vdots \\ X_{xN} \\ X_{yN} \\ R_{zN} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Ce système est utilisé au paragraphe 2.2.2 pour l'évaluation des critères mécaniques.

Représentation des bases fixes, symétries et contacts

Les mécanismes flexibles sont liés au *bâti* par les bases fixes. Certaines symétries sur la géométrie de la structure, ainsi que des contacts internes (c'est-à-dire entre deux points de la structure) et externes (entre un point de la structure et un corps extérieur rigide) peuvent être par ailleurs spécifiées.

L'application visée est spécifiée par la sortie du mécanisme déformable : la sortie correspond aux points de la structure agissant sur le milieu extérieur, la direction du nœud de sortie dans le repère $\mathcal{R}_{\mathcal{R}}$, ainsi que les caractéristiques en terme de raideur du milieu extérieur. Un mécanisme déformable peut comporter plusieurs *degrés de libertés de sortie* (DDLS) pour représenter les divers comportements entrée/sortie du mécanisme. Pour chacun des DDLS, la performance de la structure peut être évaluée à l'aide d'un ou plusieurs critères.

Les paramètres qui définissent l'assemblage de blocs flexibles, les conditions aux limites et les conditions de contact sont supposés invariants quel que soit le DDLS.

En revanche, les paramètres qui peuvent varier d'un DDLS à l'autre sont :

- la position de la sortie en déplacement du mécanisme et l'interaction de la structure avec le milieu extérieur. Ces paramètres ne sont pas des variables de conception, mais des données d'entrée du problème, qui sont spécifiques à l'application ;
- les effets des actionneurs, qui sont des variables de conception à déterminer pour chaque DDLS (Fig. B.3).

La représentation schématique des différents paramètres est illustrée sur l'exemple d'une pince flexible symétrique modélisée en matériau *SU8* [Ber04]. Elle est inscrite dans un rectangle de $1,2 \times 1,6 \text{ mm}^2$ et se déforme sous l'action d'une force appliquée dans son plan de symétrie d'une part, et sous les réactions des nœuds fixes et des contacts lorsqu'ils sont actifs d'autre part (Fig. 2.8).

Représentation des actionneurs externes

Quatre façons différentes de définir l'actionnement ont été programmées initialement sous FlexIn [Ber04], et sont illustrées sur le cas test représenté en Fig. 2.9.

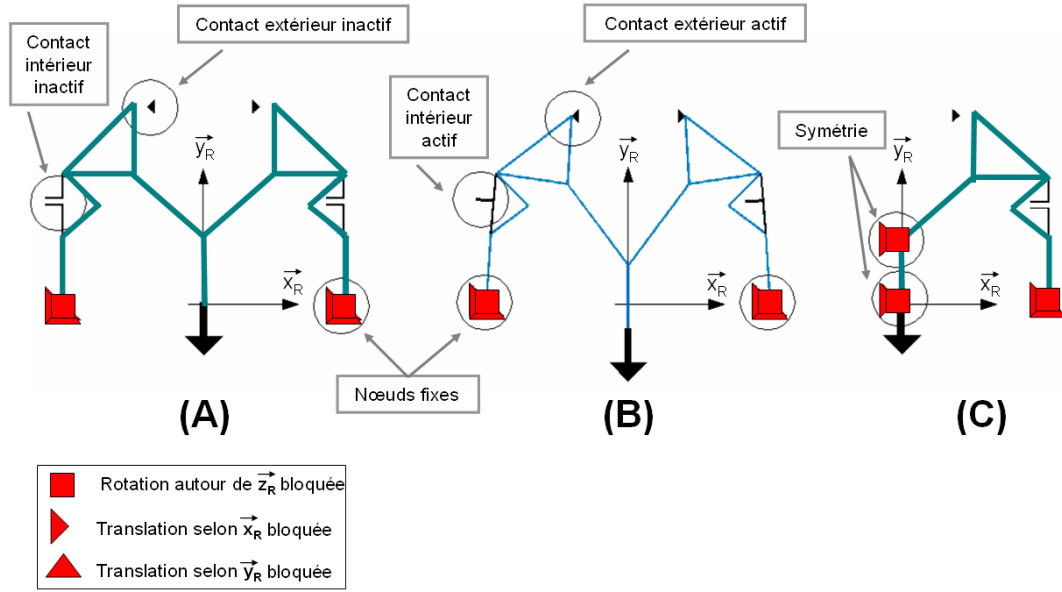


FIGURE 2.8 – Exemple d’une pince simulée par FlexIn, possédant deux contacts internes et externes à l’état *inactif* (A), puis à l’état *actif* après déformation de la structure (B). La spécification de cette pince peut être simplifiée en exploitant la symétrie, ce qui impose de modifier les conditions aux limites (C). (Les degrés de liberté bloqués sont représentés par un triangle pour X_{x_i} et X_{y_i} dans la direction correspondante, et par un carré pour R_{z_i} .)

- Déplacement externe : la première manière consiste à définir le déplacement engendré par l’actionneur externe en un nœud de la structure (exemple A_{1de} dans le cas de chargement *DDLS1*). Sur l’exemple, le déplacement est dirigé selon la direction \vec{y}_R .
- Action mécanique externe : une deuxième façon consiste à définir une action mécanique exercée par l’actionneur externe en un nœud de la structure (exemple A_{2fe} dans le cas de chargement *DDLS2*). Sur l’exemple, cette action mécanique est un glisseur de direction donnée \vec{x}_R .
- Action mécanique interne : une troisième façon consiste à définir une action mécanique exercée entre deux nœuds de la structure (exemple : A_{3fi} dans le cas de chargement *DDLS3*), dont le glisseur est orienté selon la direction $\vec{P}_3\vec{P}_6/\|\vec{P}_3\vec{P}_6\|$. La différence principale avec la définition précédente est que l’actionneur est exclusivement monté sur la structure (sans support fixe).
- Déplacement interne : une dernière façon consiste à spécifier un déplacement mécanique entre deux nœuds de la structure (exemple A_{4di} dans le cas de chargement *DDLS4*).

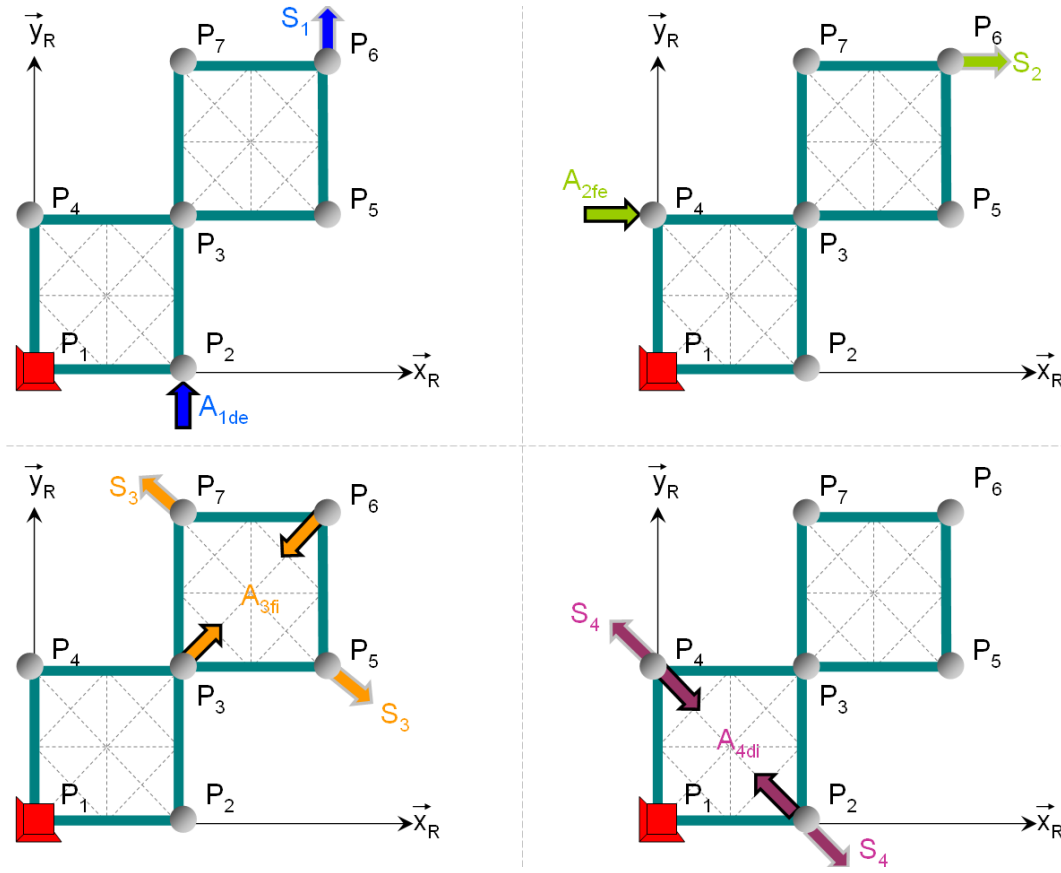


FIGURE 2.9 – Cas test du double carré à 4 DDLS. L'actionneur A_{1de} impose un déplacement vertical au point P_2 (DDLS n°1), l'actionneur A_{2fe} applique une résultante mécanique horizontale au point P_4 (DDLS n°2), l'actionneur A_{3fi} exerce une résultante mécanique entre les points P_3 et P_6 (DDLS n°3), et l'actionneur A_{4di} impose un déplacement entre les points P_2 et P_4 (DDLS n°4).

L'influence des actions mécaniques des actionneurs externes en force (respectivement en déplacement) sur la structure est traduite par des composantes non-nulles correspondantes aux ddl d'actionnement dans le vecteur \mathbf{F}_{Global} (respectivement \mathbf{X}_{Global}).

Ces possibilités d'actionnement permettent d'exercer de manière discrète des actions purement mécaniques sur certains nœuds de la structure. Ils dissocient la structure mécanique des actionneurs externes et nécessitent *a posteriori* une phase d'assemblage des différents composants.

2.2 Algorithme d'optimisation

Le niveau de description des structures ainsi définies convient tout à fait à la conception de mécanismes flexibles, qui peuvent être simulés avec une bonne approximation

dans le cadre de la statique⁷. Dans cette section est présenté l'algorithme d'optimisation générale de la méthode.

2.2.1 Espace de recherche

Dans cette partie est précisé l'espace de recherche des variables, qui interviennent dans la représentation par blocs des structures flexibles et qui seront optimisées par l'algorithme génétique lors de la synthèse de solutions. Certaines de ces variables pourront aussi être fixées à des valeurs arbitraires constantes et non-optimisées.

1. **Domaine de conception** Il délimite la surface dans laquelle le mécanisme déformable est inscrit. Cette zone respecte l'encombrement autorisé par l'application visée et le concepteur doit fournir plusieurs informations relatives au maillage du domaine (nombre de blocs, types de blocs, matériaux admissibles, épaisseur des blocs, contraintes dimensionnelles, etc).
2. **Topologies** On définit ici les types de blocs autorisés et/ou imposés. La nature des blocs constitutifs de la zone maillée définit la topologie du réseau de poutres. En associant un entier différent à chacun des 36 types de bloc de la bibliothèque, ces topologies peuvent être codées à l'aide d'une matrice d'entiers. Un exemple de représentation est donné sur la figure (Fig. 2.10).

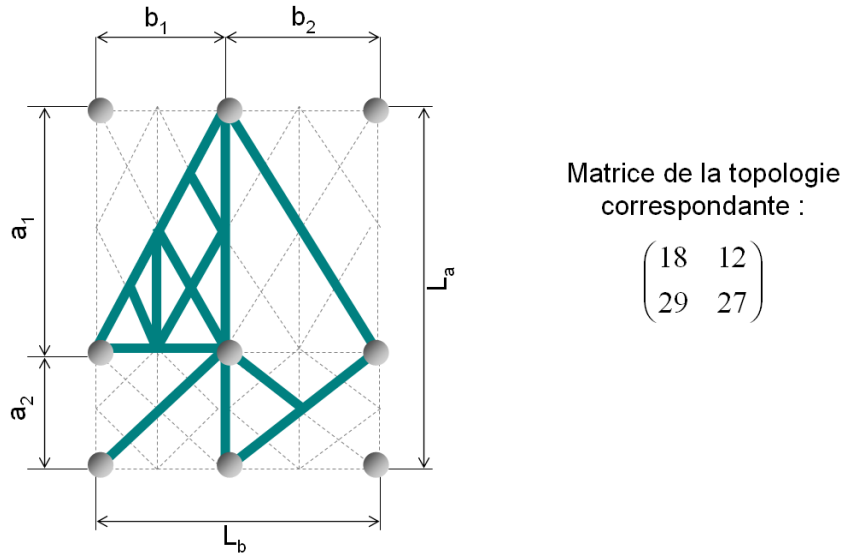


FIGURE 2.10 – Exemple de maillage du domaine de conception. Domaine de conception de L_a de large sur L_b de long, contenant $N_a = 2$ blocs dans la hauteur et $N_b = 2$ blocs dans la largeur. $\mathbf{a} = (a_1, a_2)$ et $\mathbf{b} = (b_1, b_2, b_3, b_4)$ sont variables.

7. Il s'agit de trouver un compromis entre rigidité et compliance.

3. **Configurations** Les dimensions (hauteur et largeur respectivement) des blocs qui constituent le domaine peuvent être fixées ou variables. Deux vecteurs, notés \mathbf{a} et \mathbf{b} (Fig. 2.10), définissent les dimensions d’une configuration du réseau de blocs.
4. **Couples matériau/épaisseur** Pour définir le domaine de conception, les N_m différents matériaux (M_1, M_2, \dots, M_m) ainsi que leurs épaisseurs correspondantes selon \mathbf{z}_R doivent être spécifiés. Pour chacun des matériaux, plusieurs épaisseurs différentes peuvent être proposées.
5. **Conditions aux limites** Les conditions aux limites peuvent varier au cours de l’optimisation : un nombre minimal et maximal de nœuds susceptibles d’être bloqués, ainsi que leur emplacement potentiel dans le maillage, peuvent être spécifiés pour limiter la combinatoire du problème.
6. **Contacts** Un nombre minimal et maximal de contacts à imposer dans la structure, les valeurs de jeu admissibles (en accord avec l’hypothèse des petits déplacements **H4**) peuvent aussi être spécifiés dans le problème d’optimisation.
7. **Actionnement externe** Pour chaque cas de chargement, il est possible de donner les nœuds de la structure susceptibles d’être actionnés, le nombre minimal et le nombre maximal d’actionneurs nécessaires, ainsi que certaines caractéristiques de l’actionnement (course, rigidité...).

2.2.2 Algorithme de résolution EF

De ce paramétrage des structures flexibles sont calculées les matrices \mathbf{K}_{Global} , ainsi que les vecteurs \mathbf{X}_{Global} et \mathbf{F}_{Global} de chaque individu *structure flexible* de la population courante.

Dans ce paragraphe, les principales étapes de l’algorithme de résolution numérique implémenté sous FlexIn sont présentées pour calculer les déplacements et forces nodaux inconnus d’un individu *structure flexible* respectant les conditions aux limites et de chargements. Seule la résolution du problème faisant appel à des critères statiques est présentée dans ce chapitre. L’évolution vers la prise en compte de la dynamique dans le problème de conception fera l’objet d’un chapitre ultérieur.

- Pour ce faire, le système d’équations (2.4) est tout d’abord réordonné :
- le vecteur nodal \mathbf{F}_{Global} est réordonné puis partitionné comme suit :

$$\mathbf{F}_{Global} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_i \\ \mathbf{F}_d \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Le vecteur \mathbf{F}_i représente les actions connues appliquées sur la structure (il s’agit des efforts extérieurs imposés par les actionnements en force ou ceux imposés nuls

- sur les nœuds libres de la structure). Quant au vecteur \mathbf{F}_d , il représente les forces inconnues à calculer (réactions du bâti sur la structure);
- de manière duale, le vecteur nodal \mathbf{X}_{Global} est lui-aussi réordonné et partitionné :

$$\mathbf{X}_{Global} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_i \\ \mathbf{X}_d \end{pmatrix} \quad (2.6)$$

Le vecteur \mathbf{X}_i représente les déplacements nodaux inconnus de la structure (il s'agit des nœuds *libres* de la structure). Le vecteur \mathbf{X}_d représente les déplacements imposés (il s'agit de ceux transmis par les actionnements spécifiés en déplacements, ou ceux imposés nuls pour les nœuds du bâti ou des conditions de symétrie).

Ainsi, le système d'équations (2.4) est réécrit comme suit :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F}_i \\ \mathbf{F}_d \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ii} & \mathbf{K}_{id} \\ \mathbf{K}_{di} & \mathbf{K}_{dd} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{X}_i \\ \mathbf{X}_d \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

où les inconnues du problème \mathbf{X}_i et \mathbf{F}_d sont obtenues par :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{X}_i \\ \mathbf{F}_d \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ii}^{-1} & -\mathbf{K}_{ii}^{-1}\mathbf{K}_{id} \\ \mathbf{K}_{di}\mathbf{K}_{ii}^{-1} & \mathbf{K}_{dd} - \mathbf{K}_{di}\mathbf{K}_{ii}^{-1}\mathbf{K}_{id} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \mathbf{F}_i \\ \mathbf{X}_d \end{pmatrix} \quad (2.8)$$

Par la multiplicité des paramètres associés à la représentation des éléments flexibles, différentes structures à déformations réparties et actionnement distribué peuvent être envisagées pour une application visée. Pour chaque *structure flexible*, un ensemble de critères portant sur les vecteurs \mathbf{F}_{Global} et \mathbf{X}_{Global} ainsi calculés peuvent être évalués.

2.2.3 Evaluation de *structure flexible*

Différents critères statiques spécifiques à l'application visée sont utilisés pour comparer les solutions candidates au problème de conception. Les critères utilisés sont des fonctions à valeurs réelles, qui dépendent des variables de conception définies précédemment. Plusieurs critères statiques sont disponibles dans la méthode, parmi lesquels certaines fonctions-objectifs usuellement rencontrées dans la littérature. Les critères présentés ci-après sont évalués après avoir effectué la résolution EF décrite précédemment.

Fo1 D_s , valeur du déplacement de sortie dans la direction souhaitée.

En maximisant D_s , la projection de la trajectoire du point de sortie sur la direction souhaitée est la plus grande possible. À l'inverse, minimiser le critère D_s revient à rigidifier la structure dans une direction privilégiée.

Par exemple, étant donnés \mathbf{F}_{Global} et \mathbf{X}_{Global} , ce critère est évalué pour un mécanisme de point de sortie correspondant au $i^{\text{ème}}$ *ddl* par :

$$D_{si} = \mathbf{S}_i^t \cdot \mathbf{X}_{Global} \quad (2.9)$$

où le vecteur unitaire de sortie est défini par :

$$\mathbf{S}_i^t = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & \underbrace{1}_{i\text{-ème composante}} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Fo2 D_s/D_e , rapport d'amplification des déplacements sortie/entrée, appelé aussi *avantage géométrique* [Kot99].

A partir d'une entrée correspondant au $j^{\text{ième}}$ *ddl*, il vient :

$$D_{si}/D_{ej} = \mathbf{S}_i^t \cdot \mathbf{X}_{Global} / \mathbf{E}_j^t \cdot \mathbf{X}_{Global} \quad (2.11)$$

où le vecteur unitaire d'entrée est défini par :

$$\mathbf{E}_j^t = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 & \underbrace{1}_{j\text{-ème composante}} & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Fo3 F_s , valeur de la force transmise au milieu extérieur via le point de sortie :

$$F_{si} = \mathbf{S}_i^t \cdot \mathbf{F}_{Global} \quad (2.13)$$

Cette force est obtenue en considérant le nœud de sortie bloqué dans la direction considérée.

Fo4 F_s/F_e , valeur du rapport d'amplification des forces, appelée aussi *avantage mécanique* [Sig97] :

$$F_{si}/F_{ej} = \mathbf{S}_i^t \cdot \mathbf{F}_{Global} / \mathbf{E}_j^t \cdot \mathbf{F}_{Global} \quad (2.14)$$

Signalons que des critères propres à un problème particulier peuvent aussi être développés, puis implémentés dans le logiciel FlexIn.

2.2.4 Optimisation multi-objectifs

L'exploration de l'espace de recherche par l'algorithme génétique a pour but de trouver une (ou un ensemble de) de solution(s) dont les performances, évaluées par le calcul de critères, sont conformes à l'application visée. Si possible, la cible⁸ à atteindre pour les critères doit être précisée pour orienter l'exploration de l'espace de recherche par le processus d'optimisation. Par défaut, l'algorithme cherche par convention à maximiser les critères.

Pour résoudre le problème d'optimisation combinatoire, différents choix ont été opérés concernant :

8. Valeurs minimale et maximale admissibles entre lesquelles doit être comprise la valeur du critère de la solution.

- **le codage des solutions** Chaque solution candidate *structure flexible* est un individu codé par un génotype, découpé en plusieurs chromosomes représentant les différentes variables évoquées précédemment. Celles-ci sont essentiellement codées sous forme de matrices. À partir de ce génotype, il est possible de réaliser l'évaluation de *structure flexible* par des fonctions-objectifs définissant des critères ; Avant le lancement de l'algorithme, les matrices rigidité \mathbf{K}_{Bloc}^c des blocs sont calculées pour toutes les combinaisons possibles des variables admises par l'espace de recherche (voir paragraphe 2.2.1). Elles sont ensuite conservées en mémoire : cela permet d'éviter de calculer ces matrices à chaque itération de l'algorithme et de se limiter à de simples assemblages de \mathbf{K}_{Global} ;
- **la génération de la population initiale** Une population, de taille constante au cours de l'algorithme, est initialisée avant la première génération. Elle peut être générée de manière aléatoire, ou être proposée par le concepteur, sous réserve qu'elle vérifie les contraintes imposées par le problème de conception ;
- **l'évaluation des critères** Après avoir vérifié la validité des structures⁹, les étapes de l'algorithme de résolution sont répétées pour tous les DDLS de tous les individus autant de fois que nécessaire. L'algorithme de résolution par éléments finis est détaillé dans le paragraphe (voir paragraphe 2.2.2) ;
- **la sélection et les opérateurs stochastiques** Une fois la nouvelle population créée, tous les individus sont comparés selon leur évaluation pour les critères spécifiés. Les individus dits de rang 1 ou *dominants* sont tels qu'aucun autre individu ne possède de meilleures évaluations pour tous les critères réunis : ils forment le front de *Pareto*¹⁰ (Fig. 2.11). La sélection des géniteurs parmi les individus de différents rangs est paramétrée pour permettre une sélectivité des élites plus ou moins atténuée. Le croisement et la mutation sont des opérateurs qui s'appliquent sur les géniteurs issus de la sélection. Les règles stochastiques établies pour la constitution des gènes des individus *enfants* sont donnés plus en détails dans [Ber04] ;
- **le critère d'arrêt** Le processus d'optimisation s'arrête lorsqu'au moins un des critères d'arrêt suivant est atteint :
 - nombre maximal de générations atteint ;
 - stagnation de l'algorithme (aucune nouvelle solution de rang 1 pendant un nombre choisi de générations) ;
 - au moins une solution dans la cible.
 L'algorithme restitue alors le front de *Pareto* de rang 1, c'est-à-dire les meilleures solutions parcourues.

9. Mécanisme iso- ou hyperstatique, assurant pour chaque DDLS une continuité de matière entre le (ou les) chargement(s) d'entrée et la sortie.

10. Plus généralement, chaque individu de rang $k \geq 2$ est dominé par au moins un individu de rang $k - 1$.

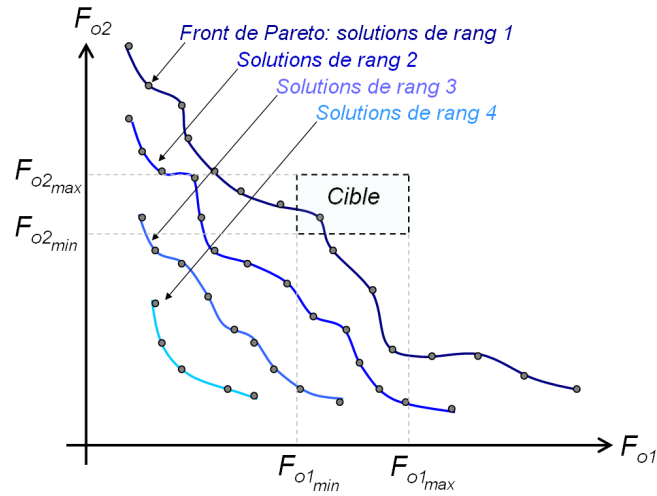


FIGURE 2.11 – Exemple de fronts de *Pareto* d’une population évaluée suivant deux critères F_{o1} et F_{o2} et représentation de la cible (exemple où une solution atteint la cible).

2.3 Conclusion

Ce chapitre a présenté les grandes lignes de la méthode initiale de conception de structures flexibles à déformations réparties et actionnement discret. Cette méthode est basée sur l’agencement optimal de blocs flexibles élémentaires, de type réseaux de poutres, dans un domaine de conception fixé. La topologie, les dimensions, le matériau, le nombre et la position des points fixés au bâti, ceux des contacts et ceux des actionnements externes, peuvent ainsi être générés automatiquement à l’aide d’un algorithme génétique pour fournir un ensemble de solutions optimales, vis-à-vis de critères caractérisant la tâche visée, et en correspondance avec le cahier des charges.

L’utilisation d’une représentation par blocs permet un paramétrage du problème de conception sous forme de variables discrètes, ce qui permet entre autres de réduire l’espace de recherche. De plus, sans faire de compromis *a priori* entre les différents critères considérés (pas de coefficients de pondération) des problèmes de conception complexes et multi-objectifs peuvent être résolus, tirant profit de l’exploration de l’ensemble de l’espace de recherche respectant les contraintes de conception fixées.

Le chapitre suivant présente la première des évolutions apportée à cette méthode que nous avons proposés, en montrant comment la représentation par blocs de ces structures flexibles permet l’intégration de matériaux actifs au sein du mécanisme pour leur actionnement.

Chapitre 3

Evolution de la méthode pour la conception optimale de structures actives

Ce chapitre traite de l'évolution de la méthode présentée dans le chapitre précédent pour optimiser des structures actives. L'approche par blocs flexibles élémentaires abordée au cours du chapitre précédent a été étendue. Désormais, ces blocs peuvent être également actifs permettant l'exploitation par exploitation de l'effet piézoélectrique inverse. Ceci permet de considérer la répartition de matériaux actifs sous forme distribuée au sein de ces structures. En particulier, une formulation éléments finis des blocs piézoélectriques est appropriée pour le formalisme de la méthode. Des résultats préliminaires en simulation et en expérimentation valident le modèle tel qu'il est implémenté dans le logiciel FlexIn. L'intérêt de la méthode est démontré dans le cas statique : le cas de la conception optimale d'un mécanisme piézoélectrique, inspiré du cahier des charges d'une micropince existante, montre que notre méthode est capable de générer des solutions innovantes et efficaces dans le cadre applicatif de la microrobotique.

3.1 Genèse de la méthode des blocs actifs

Ainsi que cela a été décrit au chapitre précédent, quatre premières façons différentes de définir l'actionnement ont été programmées initialement sous FlexIn [Ber04] : deux actionnements possibles en force et deux autres possibles en déplacement voir paragraphe 2.1.3). Ces schémas d'actionnement permettent d'exercer de manière discrète sur certains nœuds de la structure treillis des actions purement mécaniques. Ils dissocient la structure mécanique des actionneurs. Ces derniers sont ainsi rapportés *a posteriori* sur la structure, et obligent à une phase d'assemblage des différents composants.

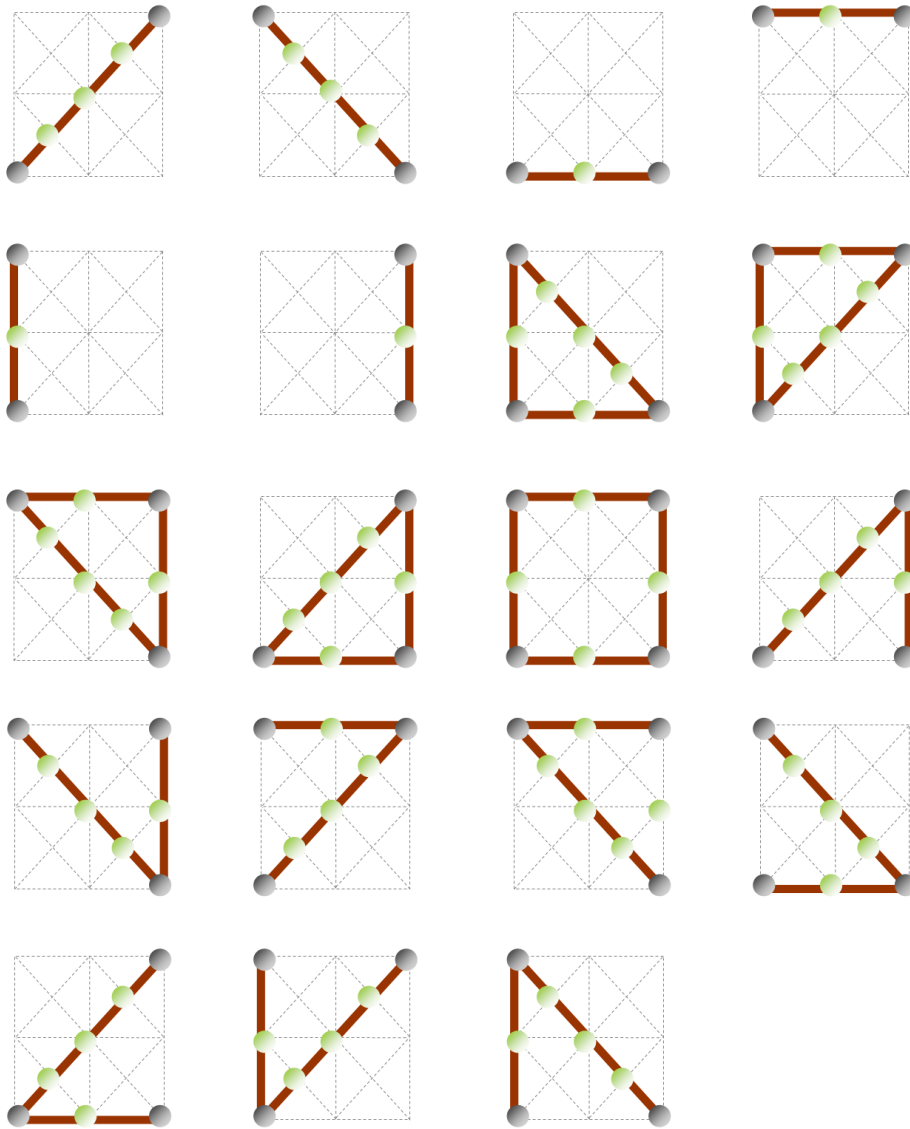


FIGURE 3.1 – Topologies des blocs actifs de la bibliothèque.

Une nouvelle méthode innovante d'actionnement intégré et distribué par blocs actifs piézoélectriques est introduite. À notre connaissance, cette nouvelle méthodologie de synthèse de mécanismes flexibles par blocs actifs piézoélectrique n'a pas été rapportée auparavant dans la littérature. Quatre topologies différentes de blocs actifs (de type *poutre*, *coude*, *triangle* et *carré*) sont considérées pour introduire l'actionnement intégré dans notre méthode. Cela permet d'obtenir une nouvelle bibliothèque de 19 blocs actifs (Fig. 3.1). Remarquons que toutes ces topologies font aussi partie de la bibliothèque de blocs passifs décrite Fig. 2.3.

Ce nouveau mode d'actionnement par bloc actif consiste à actionner la structure par la déformation locale d'un (ou plusieurs) bloc(s) actif(s) présent(s) dans son réseau de maillage par bloc. Le cas test présenté en Fig. 3.2 illustre un exemple d'actionnement par bloc actif. Un bloc actionneur est défini par :

- une topologie de bloc (exemple : bloc *carré*) ;
- un ensemble de points définissant l'emplacement dans le maillage du bloc actif (exemple : $P_1 - P_2 - P_3 - P_4$) ;
- une différence de potentiels électriques d'actionnement entre les électrodes (exemple : 200 V).

Il est sous-entendu que ce bloc possède certaines propriétés piézoélectriques inhérentes au choix du matériau. Ces propriétés nécessaires pour l'actionnement seront détaillées au paragraphe 3.5.1.

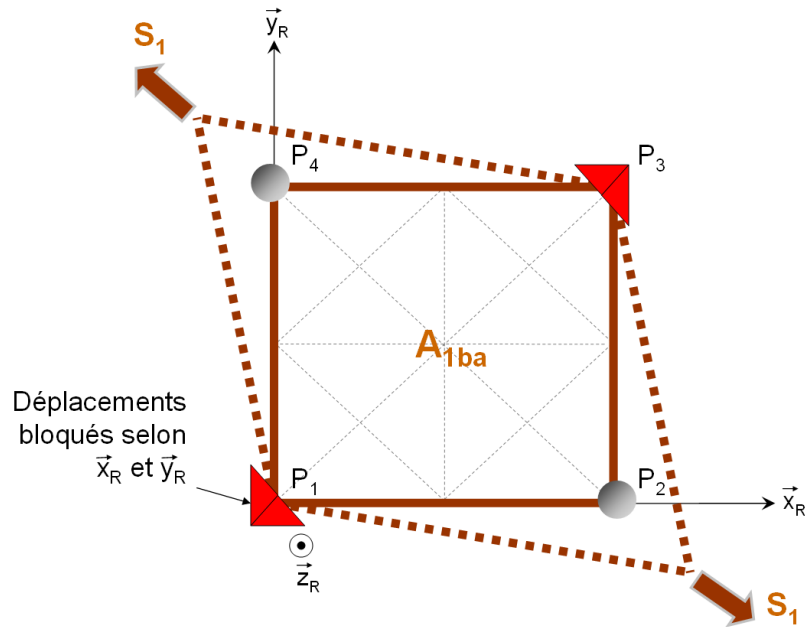


FIGURE 3.2 – Cas test à un seul *DDLS* : l'actionneur distribué A_{1ba} est le bloc *carré* actif qui impose des déplacements couplés selon \mathbf{x}_R et \mathbf{y}_R aux points P_2 et P_4 , ainsi que des rotations aux points P_1 et P_3 . Les traits pointillés indiquent l'esquisse simplifiée de la déformée.

Une des motivations de nos travaux est de concevoir des mécanismes monolithiques §1.6.1. Cela est désormais rendu possible en considérant des structures planes faites de blocs mono-matériaux piézoélectriques dans le plan $(0, \mathbf{x}_R, \mathbf{y}_R)$:

- soit les blocs sont alimentés en tension pour faire office simultanément de structure et d'actionneurs intégrés ;
- soit ils ne sont pas alimentés, auquel cas ils ne jouent que le rôle de structure mécanique passive dans le comportement entrée-sortie du mécanisme.

3.2 Principe d'actionnement des blocs actifs

Après avoir introduit les équations constitutives de la piézoélectricité, ce paragraphe présente le principe d'actionnement des blocs actifs dans notre méthode.

3.2.1 Le phénomène de piézoélectricité

Du point de vue étymologique, le préfixe *piézo* vient du grec et signifie *presser* ou *serrer* : l'électricité peut être produite par l'application d'une pression. Bien qu'ayant été prédit par *Coulomb* et découvert par *Becquerel* en 1819, l'effet de la piézoélectricité n'est correctement expliqué qu'en 1880 par les frères *Jacques* et *Pierre Curie*. La loi théorique du comportement de ce type de matériau est établie par *Lippman* en 1881 se basant sur des considérations thermodynamiques.

Origine de la piézoélectricité

D'un point de vue microscopique, la piézoélectricité est liée à la structure cristalline du matériau : elle apparaît dans un cristal non centro-symétrique (ne possédant pas de centre de symétrie). Dans un tel cristal, une contrainte de compression ou de cisaillement dissocie le barycentre des charges positives et négatives, ce qui a pour effet de créer un moment dipolaire par unité de volume, c'est-à-dire une polarisation. Cette polarisation est proportionnelle à la déformation mécanique résultante et change de signe avec elle. Cet effet, appelé *effet piézoélectrique direct* (utilisé généralement pour la conception de transducteurs de force, d'accéléromètres...), est réversible : une polarisation électrique, résultante de l'application d'un champ électrique, entraîne une déformation du même matériau. On parle alors d'*effet piézoélectrique inverse*, dont une utilisation courante est la conception de micro-actionneurs. Davantage de détails permettant la compréhension phénoménologique des matériaux piézoélectriques sont donnés en Annexe C.

Relations fondamentales de la piézoélectricité

Les relations établies dans le cadre de la théorie de la piézoélectricité demeurent valables dans un domaine fréquentiel où la vitesse des ondes acoustiques dans le matériau est d'un ordre de grandeur au moins cinq fois inférieur à celle des ondes électromagnétiques [Pie87]. Dans ces circonstances, les effets magnétiques sont négligés, amenant à ne considérer que le seul couplage de l'élasticité linéaire et des équations de charge électrostatique via les coefficients piézoélectriques.

La piézoélectricité met en jeu les interactions entre les phénomènes mécaniques et électriques : elle lie la déformation \mathbf{S} et la contrainte \mathbf{T} mécaniques, puis le champ \mathbf{E} et le déplacement \mathbf{D} électriques.

De plus, il est fait l'hypothèse suivante :

H5 Afin de simplifier le modèle utilisé dans notre méthode, le couplage entre les grandeurs mécanique et électrique est décrit par des relations linéaires.

Cette hypothèse revient entre autres à ne pas considérer dans le cadre de notre modélisation les effets d'hystérésis et de dérive naturellement existants dans les matériaux piézoélectriques.

Conformément au standard IEEE [Pie87], le solide volumique piézoélectrique, polarisé par convention selon l'axe 3 ou \mathbf{z} , est repéré dans son système d'axe d'orthotropie par le trièdre orthogonal de référence $0\mathbf{xyz}$ (Fig. 3.3). Notons $\mathcal{R}_{Ortho.} = (0, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ ce repère d'orthotropie.

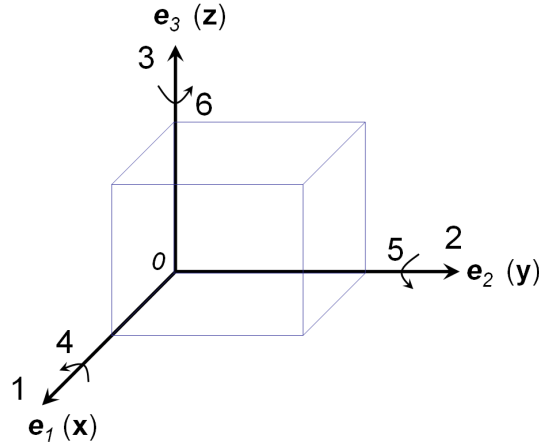


FIGURE 3.3 – Représentation du système d'axe d'un matériau piézoélectrique.

Les contraintes et les déformations sont représentées par des tenseurs de composantes T_{kl} et S_{ij} (i, j, k et l variant de 1 à 3). La composante cartésienne u_i d'un déplacement mécanique infinitésimal du champ de déplacement \mathbf{U} définit le tenseur des déformations \mathbf{S} à partir des coordonnées x_j de l'espace dans le cas des petites perturbations, selon :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} (u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (3.1)$$

où

$$u_{i,j} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (3.2)$$

La partie antisymétrique du gradient des déplacements mécaniques détermine la rotation rigide locale et infinitésimale.

Le vecteur du champ électrique \mathbf{E} est dérivé du potentiel électrique scalaire φ par :

$$E_j = -\varphi_{,j} \quad (3.3)$$

Dans le domaine de fonctionnement linéaire du matériau et en omettant les effets pyroélectriques, plusieurs relations décrivent l'interaction entre les propriétés élastiques et électriques d'un matériau [Ber64]. Elles sont résumées en quatre doublets d'équations qui définissent plusieurs formes d'écritures indépendantes (Table 3.1).

TABLE 3.1 – Equations piézoélectriques.

Variables indépendantes	Relations piézoélectriques	Forme
T, E	$S_{ij} = s_{ijkl}^E T_{kl} + d_{mij} E_m$ $D_m = d_{mkl} T_{kl} + \varepsilon_{mn}^T E_n$	forme d
T, D	$S_{ij} = s_{ijkl}^D T_{kl} + g_{mij} D_m$ $E_m = -g_{mkl} T_{kl} + \beta_{mn}^T D_n$	forme g
S, E	$T_{ij} = c_{ijkl}^E S_{kl} - e_{mij} E_m$ $D_m = e_{mkl} S_{kl} + \varepsilon_{mn}^S E_n$	forme e
S, D	$T_{ij} = c_{ijkl}^D S_{kl} - h_{mij} D_m$ $E_m = -h_{mkl} S_{kl} + \beta_{mn}^S D_n$	forme h

Les constantes des tenseurs piézoélectriques sont données pour certaines conditions électriques ou mécaniques qui sont précisées en exposant :

- D : déplacement électrique constant (ou circuit ouvert) ;
- E : champ électrique constant (ou court-circuit) ;
- T : contrainte constante (ou libre mécaniquement) ;
- S : déformation constante (ou bloqué mécaniquement).

Pour alléger l'écriture, la notation matricielle réduite est introduite, tirant profit des symétries des tenseurs mécaniques [Jor01]. Elle consiste à contracter les indices ij et kl par p et q selon la table d'équivalence de *Voigt* (Table 3.2), amenant à doubler les termes extra-diagonaux du tenseur des déformations :

$$\begin{aligned}
 S_{ij} &= S_p \quad \text{si } i = j \quad (p \in \llbracket 1; 3 \rrbracket) \\
 2S_{ij} &= S_p \quad \text{si } i \neq j \quad (p \in \llbracket 4; 6 \rrbracket)
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

TABLE 3.2 – Correspondances entre les notations tensorielle et matricielle.

ij ou kl	p ou q
11	1
22	2
33	3
23 ou 32	4
13 ou 31	5
12 ou 21	6

Le glossaire correspondant des grandeurs mécaniques, électriques et piézoélectriques est donné en Table 3.3.

TABLE 3.3 – Grandeurs matricielles électriques, mécaniques et piézoélectriques.

Type	Abréviations	Dénominations	Dimension
Electrique	D	Déplacement électrique ou induction (C/m^2)	(3×1)
	E	Champ électrique (V/m)	(3×1)
	ε	Permittivité diélectrique (F/m)	(3×3)
	β	Imperméabilité diélectrique (m/F)	(3×3)
Mécanique	S	Déformation mécanique	(6×1)
	T	Contrainte mécanique (N/m^2)	(6×1)
	s	Compliance ou susceptibilité élastique (m^2/N)	(6×6)
	c	Rigidité mécanique (N/m^2)	(6×6)
Piézoélectrique	d	Constantes entre la contrainte et l'induction à champ constant (C/N ou m/V)	(6×3)
	e	Constantes entre la déformation et l'induction à champ constant (C/m^2 ou $N/V.m$)	(6×3)
	g	Constantes entre la contrainte et le champ à induction constante (m^2/C ou $V.m/N$)	(6×3)
	h	Constantes entre la déformation et le champ à induction constante (N/C ou V/m)	(6×3)

3.2.2 Choix d'une classe de matériau piézoélectrique pour notre méthode

Outre les relations entre coefficients qui découlent de la symétrie des indices tensoriels, les éléments de symétrie de la structure cristalline constituant le matériau piézoélectrique induisent un certain nombre de conséquences remarquables au niveau des différents tenseurs caractérisant les propriétés physiques du milieu.

Précédemment, plusieurs hypothèses de modélisation ont été adoptées pour concevoir des structures sous forme de réseaux de poutres dans notre méthode. Parmi ces hypothèses, intéressons-nous ici à celles qui portent explicitement sur la modélisation des poutres, notées **H1**, **H2** et **H3**. Pour information, les hypothèses considérées pour la modélisation des blocs dans notre méthode sont rappelées en annexe E. Ces hypothèses doivent aussi être respectées pour le cas des poutres actives en matériaux piézoélectriques.

Hypothèse H1

Etudions dans quelle mesure l'hypothèse **H1** d'un matériau élastique, linéaire et isotrope reste vraie pour le cas d'un matériau piézoélectrique.

Pour un matériau à trois plans de symétrie orthogonaux deux à deux, dit *orthotrope*, le tenseur de souplesse défini dans le repère d'orthotropie prend la forme générale suivante :

$$\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix}_{\mathcal{R}_{Ortho.}} \quad (3.5)$$

Pour de tels matériaux *anisotropes*, le module d'*Young* dépend de la direction considérée. Il découle de sa définition que suivant l'axe \mathbf{e}_i , le module d'*Young* noté Y_i est défini par [Bou02] :

$$Y_i = \frac{1}{s_{ii}^X} = \frac{T_i}{S_i} \quad (3.6)$$

X étant le champ électrique E ou le déplacement électrique D , suivant les conditions électriques considérées.

De la même façon, dans la direction \mathbf{e}_j perpendiculaire à \mathbf{e}_i , le coefficient de *Poisson* est défini par :

$$\nu_{ij} = -\frac{s_{ij}^X}{s_{ii}^X} = -\frac{S_j}{S_i} \quad (3.7)$$

Dans le cas d'un bloc actif monolithique réalisé dans un seul même échantillon de matière, le matériau piézoélectrique utilisé doit posséder la propriété d'isotropie transverse : chaque poutre du bloc doit être caractérisée par le même module d'*Young* dans sa direction longitudinale, quelle que soit son orientation θ dans le plan de référence de l'échantillon.

A titre d'exemple, dans le cas du bloc *triangle* (Fig. 3.4), la poutre diagonale référencée B sur la figure présente une orientation θ non-nulle par rapport à la poutre A horizontale dans le repère d'orthotropie $\mathcal{R}_{Ortho.} = (0, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3)$ du bloc complet. Pour un matériau dont la souplesse est celle décrite par le tenseur (3.5) dans le repère $\mathcal{R}_{Ortho.}$, le module d'*Young* de la poutre A selon la première direction vaut :

$$Y_{1A} = \frac{1}{s_{11}^X} \quad (3.8)$$

alors que celui de la seconde poutre B diffère. Les formules de changement de base $\mathcal{R}_{Ortho.} \rightarrow \mathcal{R}' = (0, \mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3)$ [Bri87], conduit à :

$$Y_{1B} = \frac{1}{s_{11}^{X'}} \quad (3.9)$$

où le coefficient de souplesse selon l'axe \mathbf{e}'_1 vaut :

$$s_{11}^{X'} = \cos^4(\theta) s_{11}^X + 2(\cos^2(\theta) - \cos^4(\theta)) s_{12}^X + \sin^4(\theta) s_{22}^X + (\cos^2(\theta) - \cos^4(\theta)) s_{66}^X \quad (3.10)$$

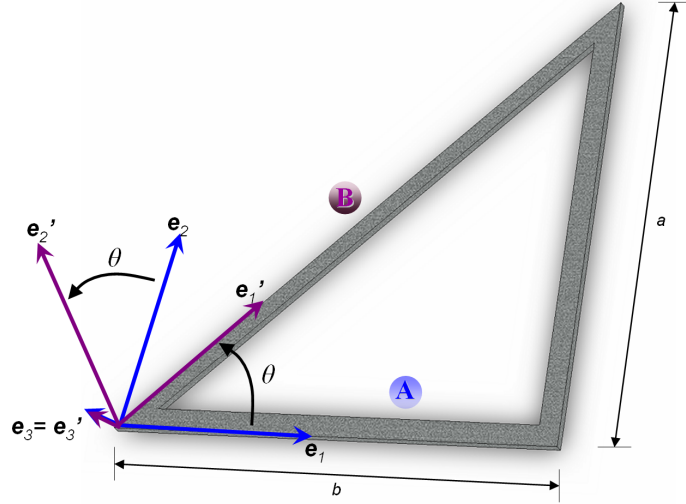


FIGURE 3.4 – Mise en évidence de l'importance de l'isotropie transverse dans le cas exemple du bloc *triangle* piézoélectrique. Soit $\mathcal{R}' = (0, \mathbf{e}'_1, \mathbf{e}'_2, \mathbf{e}'_3)$.

La modélisation éléments finis des blocs fait intervenir le module d'*Young* Y selon l'axe longitudinale indicé 1 de chacune des poutres. L'inégalité $Y_{1B} \neq Y_{1A}$ n'est donc pas permise dans le cas d'un bloc monolithique.

La propriété générale requise sur la spécification du matériau est qu'il soit orthotrope de révolution d'axe \mathbf{e}_3 : ainsi, le module d'*Young* du matériau est invariant quelque soit la direction considérée dans le plan $(0, \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2)$, c'est-à-dire $Y_1 = Y_2$.

Hypothèse H2

La mise en conformité de la modélisation éléments finis des poutres piézoélectriques avec l'hypothèse **H2** sera décrite au paragraphe §3.3.

Hypothèse H3

L'hypothèse **H3** qui prétend que le matériau est supposé n'être sollicité qu'en petites déformations reste bien en accord avec les faibles déformations générées par l'effet piézoélectrique. Signalons que l'effet de la structure sur les déformations des poutres piézoélectriques doit faire l'objet d'un post-traitement après la synthèse par notre méthode pour s'assurer que l'hypothèse **H3** reste valide.

Choix d'une classe de matériau piézoélectrique

Les céramiques *PZT*, déjà plus particulièrement considérées en raison de leurs importants coefficients de couplage électromécaniques, figurent parmi les différentes classes de matériau piézoélectrique répondant à cette exigence d'isotropie dans le plan. Ces matériaux céramiques sont assimilés aux cristaux de la classe $6\ mm$ du système hexagonal [Roy99]. Quelques valeurs de coefficients caractéristiques sont indiqués en Table 3.4. Ses matrices de comportement se présentent selon les formes particulières suivantes :

Effet piézoélectrique *inverse* :

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_3 \\ S_4 \\ S_5 \\ S_6 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{12} & s_{11} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{13} & s_{13} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{66} \end{bmatrix}}_{\text{Compliance}} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{15} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{Couplage}} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Effet piézoélectrique *direct* :

$$\begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{\text{Couplage}} \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \\ T_4 \\ T_5 \\ T_6 \end{bmatrix} + \underbrace{\begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}}_{\text{Permittivité}} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

avec : $s_{66} = 2(s_{11} - s_{12})$.

TABLE 3.4 – Caractéristiques de quelques matériaux PZT souvent rencontrés.

Caractéristiques		PZT-5H [Efu03]	PZT-PIC 151 <i>doux</i> [PI05]	PZT-PIC 181 <i>dur</i> [PI05]
Densité (g/cm^3)		7,5	7,8	7,8
Constante de charge ($10^{-12}C/N$)	d_{31}	-274	-210	-120
	d_{33}	593	500	265
Constante diélectrique relative	$\frac{\varepsilon_{11}^T}{\varepsilon_0}$	3130	1980	1500
	$\frac{\varepsilon_{33}^T}{\varepsilon_0}$	3400	2400	1200
Constante d'élasticité ($10^{-12}m^2/N$)	s_{11}^E	16,5	15,0	11,8
	s_{33}^E	20,7	19,0	14,2
Température de Curie ($^{\circ}C$)		-	250	330

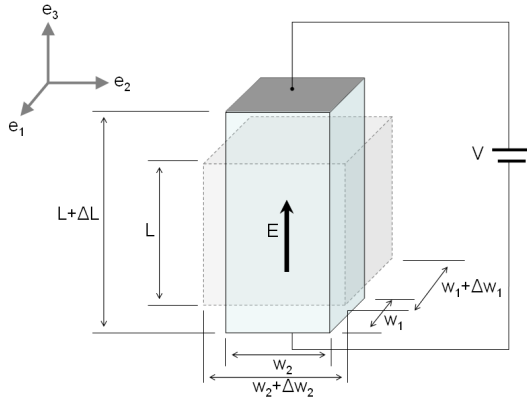
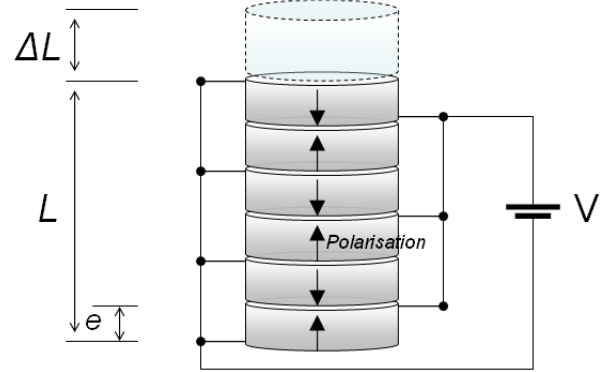


FIGURE 3.5 – Barreau en élongation.

FIGURE 3.6 – Empilage de n disques fonctionnant en mode d_{33} ($\Delta L = nd_{33}V$).

3.2.3 Différents modes de déformations

Trois modes de déformations peuvent être produits par le jeu de l'orientation du champ électrique et des dimensions géométriques de la structure.

Utilisation de l'effet longitudinal

Le champ électrique, appliqué dans le même sens que la polarisation (selon \mathbf{e}_3 par convention), est parallèle au déplacement engendré. Une des géométries qui permet l'exploitation de cet effet est celle d'un barreau ayant ses extrémités métallisées. Avec la convention indiquée (Fig. 3.5), le champ électrique appliqué selon \mathbf{e}_3 génère une élongation pure dans cette même direction puisque les matériaux de la classe $6mm$ ne permettent aucun phénomène de cisaillement ($d_{34} = d_{35} = d_{36} = 0$). La linéarité des relations piézoélectriques reste valable en considérant le champ électrique \mathbf{E} (Table.3.1). En introduisant le potentiel électrique dans ces relations, la linéarité n'est généralement plus assurée.

En régime mécanique libre, l'application directe de la relation d'actionnement (3.11) fournit le déplacement ΔL et les variations de dimensions transverses, pour $i = 1, 2$:

$$\Delta L = d_{33}V \quad \text{et} \quad \Delta w_i = d_{3i} \frac{w_i}{L} V \quad (3.13)$$

La réalisation de céramiques multi-couches, dites en *stack* (par exemple, 20 à 40 lamelles d'épaisseur $100\mu m$ interconnectées et assemblées par collage), permet d'amplifier le déplacement jusqu'à une centaine de microns (Fig. 3.6).

Utilisation du cisaillement

Les déformations de cisaillement peuvent être mises à profit pour obtenir un déplacement parallèle à une surface. Pour un milieu uniaxe dans lequel le champ électrique \mathbf{E}

est orienté selon l'axe \mathbf{e}_1 , et dont les faces principales, situées dans la direction de polarisation du matériau, sont perpendiculaires à cet axe \mathbf{e}_1 (Fig. 3.7), seule une déformation de cisaillement est produite :

$$\Delta L = d_{15}V \quad (3.14)$$

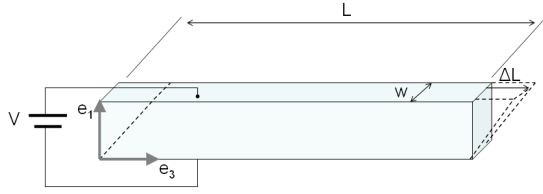


FIGURE 3.7 – Plaque travaillant en cisaillement.

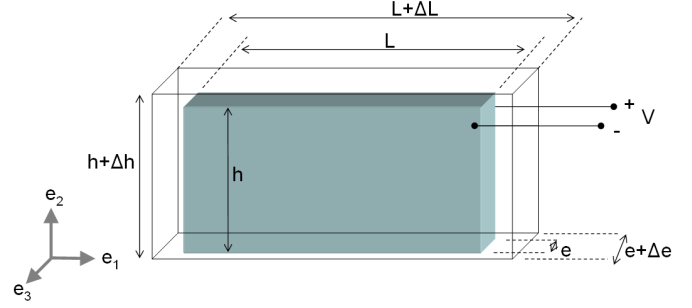


FIGURE 3.8 – Lame utilisant l'effet transverse.

Utilisation de l'effet transverse :

Le champ électrique et le déplacement sont dans ce dernier cas perpendiculaires. Avec la géométrie décrite (Fig. 3.8), une déformation est générée sans cisaillement de la lame dans le cas de matériau de classe $6mm$:

$$\Delta L = d_{31} \frac{L}{e} V \quad (3.15)$$

3.2.4 Choix du mode de déformation pour les blocs actifs

Dans notre méthode, nous avons choisi de solliciter les poutres constituant chaque bloc actif selon le mode de déformation transverse. Deux raisons essentielles ont motivé notre choix. Elles vont être explicitées ci-dessous.

Dimensionnement des blocs actifs

Généralement, si les forces engendrées par un élément piézoélectrique sont considérables, les déformations demeurent néanmoins faibles en régime statique malgré l'application de champs électriques de plusieurs centaines de Volts par millimètre (Table.3.5).

Toutefois, dans l'équation du comportement transverse (3.15), le facteur d'amplification L/e peut atteindre plusieurs dizaines pour les poutres du bloc actif (Fig. 3.9). En effet, le bloc massif monocouche à partir duquel est réalisé le bloc actif peut posséder une superficie de quelques centimètres carrée, alors que son épaisseur e hors-plan disponible commercialement est traditionnellement de l'ordre de la centaine de microns [PI05].

TABLE 3.5 – Comparaison des modes de déformation pour un parallépipède de dimension longitudinale $L = 8 \text{ mm}$ et d'épaisseur $200\mu\text{m}$ actionné sous $V = 100\text{V}$.

Mode de déformation		Coefficient de couplage (PZT-5H)	Déplacement ΔL
Longitudinal <i>stack</i> (empilage de n couches)	d_{33}	593.10^{-12}C/N	$n \times 59 \text{nm}$
Cisaillement	d_{31}	-274.10^{-12}C/N	$-1,09\mu\text{m}$
Transverse	d_{15}	$741 \times 10^{-12} \text{C/N}$	$7,41 \text{nm}$

Par ailleurs, un des avantages de l'emploi d'un algorithme d'optimisation multi-critères dans notre méthode est que le scénario d'optimisation peut envisager, parmi le panel de critères spécifiés dans le cahier des charges, le critère de maximisation du déplacement du nœud de sortie. De nouveaux schémas d'actionnement non-conventionnels présentant de *grands* débattements sont ainsi favorisés dans la synthèse de conception.

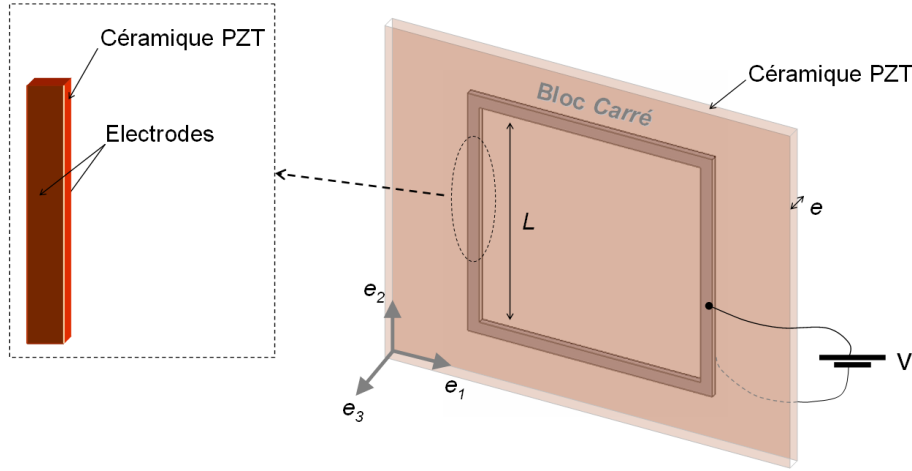


FIGURE 3.9 – représentation du dépôt d'électrodes d'un bloc actif sur une plaque de PZT pour exploiter l'effet transverse.

Intégration fonctionnelle

La contrainte de déformation plane des structures exclut d'emblée le principe d'actionnement en cisaillement. De plus, l'exploitation du mode longitudinale imposerait une disposition physique des électrodes aux extrémités nodales de chaque poutre. La réalisation pratique de blocs monolithiques n'est alors plus possible.

En revanche, l'application d'un champ électrique selon la direction transverse \mathbf{e}_3 de chaque poutre est rendue possible par l'exploitation des pistes d'électrodes disposées sur les faces supérieure et inférieure de ces poutres (Fig. 3.9). Cela posera peut-être le problème de la faisabilité technologique de la disposition des pistes d'électrodes sur ces blocs.

Nous verrons ultérieurement que les techniques d'usinage mises en œuvre pour réaliser nos prototypes de structures piézoélectriques permettent cette disposition des électrodes.

Dans la suite, la description de la modélisation par éléments finis des blocs piézoélectriques sera détaillée. Qu'ils soient actifs ou passifs, ces blocs résultent tous d'un assemblage de poutres élémentaires. La modélisation des blocs actifs commence donc par celle des poutres piézoélectriques élémentaires qui les constituent.

3.3 Modélisation éléments finis en dynamique des poutres piézoélectriques

Cette section présente la formulation générale par éléments finis multiphysiques d'une poutre piézoélectrique telle qu'elle est envisagée sous le formalisme de FlexIn. Le principe de *Hamilton* permet en effet une formulation variationnelle du problème sous forme énergétique, prenant en compte le couplage électromécanique tel qu'il peut exister au sein d'un matériau piézoélectrique. Les développements aboutissent à une formulation matricielle de l'éléments finis poutre à deux nœuds.

3.3.1 Principe de *Hamilton*

Différents types de modélisation existent pour décrire le comportement dynamique de structures piézoélectriques : les méthodes analytiques directes (pour des cas particuliers et des géométries simples) [Cra87] [Pre02], les méthodes d'impédance pour décrire par analogie électrique les grandeurs fréquentielles fondamentales (telles que les résonances et antirésonances) [Wan98] et les méthodes d'approximation, par éléments finis notamment, lorsque la complexité des structures réelles ne permet pas une formulation explicite de la solution [Hag90].

Pour intégration dans la méthode de conception, le choix est porté sur cette dernière modélisation. Avec l'apparition du concept des structures actives et des piézo-laminés, les formulations de type plaque et coque sont apparues. A titre d'exemple, des formulations ont été établies dans le cadre de plaques piézoélectriques vérifiant l'hypothèse de *Kirchhoff-Love* [Hwa93] [Pie97]. Un peu plus tard, cette formulation a été étendue aux éléments de type coque basés sur le modèle introduit par *Reissner-Midlin* : elle reste moins restrictive que la précédente¹, puisqu'elle prend en compte les efforts tranchants présents dans le matériau [Pie01b]. Enfin, une description générale tridimensionnelle éléments finis, basée sur aucune autre hypothèse que celle de la linéarité du modèle piézoélectrique, est établie dans [Ler90].

Dans notre méthode, les poutres sont modélisées sous les hypothèses de *Navier-Bernoulli* en milieu curviligne (hypothèse **H2**). Nous avons développé une formulation

1. Une fibre normale au plan moyen de la coque reste droite après déformation, mais plus nécessairement normale à ce plan moyen.

du problème plan appropriée à cette hypothèse (Fig. 3.10). Les mouvements des poutres sont compris dans le plan $(0, \mathbf{x}, \mathbf{y})$.

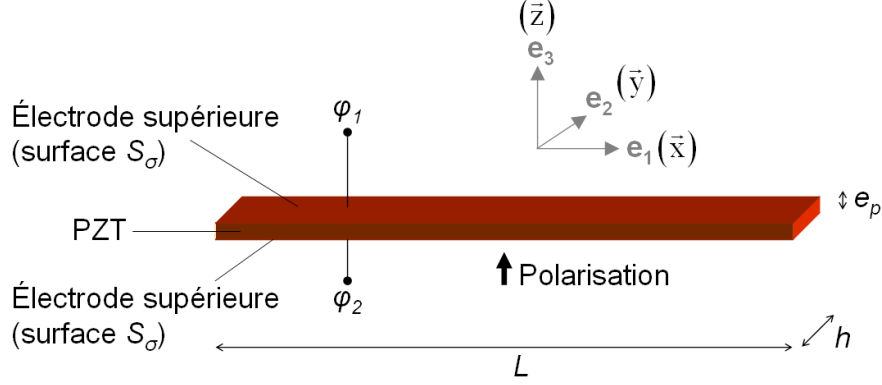


FIGURE 3.10 – Conditions aux limites pour la modélisation d’une poutre piézoélectrique élémentaire de volume \mathcal{V}_p . Le matériau est orienté dans son repère principal d’orthotropie, polarisé selon la direction \mathbf{e}_3 , et uniformément recouvert d’électrodes sur ses parties supérieures et inférieures, respectivement alimentées par les potentiels électriques φ_1 et φ_2 . Soit le repère $\mathcal{R} = (0, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$.

Les hypothèses d’un champ de polarisation du matériau orienté parallèlement à $\mathbf{e}_3 = \mathbf{z}$ et d’un champ électrique appliqué parallèlement à ce même axe implique une réduction des vecteurs champ électrique et déplacement électrique à un seul élément :

$$\begin{cases} \mathbf{D} = D_3 \\ \mathbf{E} = E_3 \end{cases} \quad (3.16)$$

c’est-à-dire

$$D_1 = D_2 = 0 \quad \text{et} \quad E_1 = E_2 = 0 \quad (3.17)$$

Sous les hypothèses du problème plan, les vecteurs déformations et contraintes sont eux-aussi réduits à trois éléments :

$$\begin{cases} \mathbf{S} = [S_1 \ S_2 \ S_6]^t \\ \mathbf{T} = [T_1 \ T_2 \ T_6]^t \end{cases} \quad (3.18)$$

c’est-à-dire

$$S_3 \simeq 0 \quad S_4 = S_5 = 0 \quad \text{et} \quad T_3 = T_4 = T_5 = 0 \quad (3.19)$$

amenant à considérer les nouvelles relations constitutives T - E réduites (Table.3.1) :

$$\begin{pmatrix} D_3 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{33}^T & d_{31} & d_{31} & 0 \\ d_{31} & s_{11}^E & s_{12}^E & 0 \\ d_{31} & s_{12}^E & s_{11}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{66}^E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_3 \\ T_1 \\ T_2 \\ T_6 \end{pmatrix} \quad (3.20)$$

Le Principe de *Hamilton* (ou *Principe de Moindre Action de Lagrange*), qui permet traditionnellement la formulation variationnelle du problème en élasticité linéaire, a été généralisé à la piézoélectricité linéaire [Tie67], dans lequel le *Lagrangien* \mathcal{L} du système et les travaux virtuels sont adaptés pour inclure les contributions mécaniques et électriques. L'état énergétique est décrit compte-tenu des aspects mécaniques, électriques et du couplage électromécanique induit par les propriétés piézoélectriques. Ce principe a par ailleurs été étendu dans le cadre de la modélisation dynamique non-linéaire de structures composites [Yu95] [Yu96].

Selon le principe variationnel, la fonctionnelle $\mathcal{S} = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L} dt$, appelée *action hamiltonienne*, prise le long d'une partie déterminée sur la trajectoire réelle dans l'espace de configuration est extrémale, comparativement aux fonctionnelles prises sur des courbes très voisines dont les extrémités coïncident dans le temps et l'espace. Selon le principe de *Hamilton* généralisé aux systèmes électromécaniques, l'approche variationnelle se traduit par l'égalité des variations d'énergies, telles que sur l'intervalle de temps $[t_1, t_2]$,

$$\delta \mathcal{S} + \int_{t_1}^{t_2} \delta \mathcal{W}_{ext} dt = 0 \quad (3.21)$$

où $\delta \mathcal{W}_{ext}$ est le travail variationnel produit par les forces extérieures non-conservatives d'origine mécanique et électrique [Ler90] [Hag95] [Sta99].

Le *Lagrangien* fait intervenir les contributions de l'énergie cinétique \mathcal{E}_c , potentielle \mathcal{E}_p et électrique \mathcal{E}_e de la poutre piézoélectrique selon :

$$\mathcal{L} = \mathcal{E}_c - \mathcal{E}_p + \mathcal{E}_e \quad (3.22)$$

Ces dernières grandeurs sont définies par :

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}_p} \rho \dot{\mathbf{U}}^t \dot{\mathbf{U}} d\mathcal{V} \quad (3.23)$$

$$\mathcal{E}_p = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}_p} \mathbf{S}^t \mathbf{T} d\mathcal{V} \quad (3.24)$$

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}_p} \mathbf{E}^t \mathbf{D} d\mathcal{V} \quad (3.25)$$

où la notation \mathcal{V}_p désigne le volume de la poutre.

3.3.2 Paramètres du problème

Modéliser par une représentation linéique un solide signifie qu'il faut ramener de manière pertinente aux points de la courbe directrice l'information relative au solide. Les paramètres géométriques attachés aux points matériels du modèle curviligne doivent donc traduire de façon significative la constitution du solide tridimensionnel.

D'une manière générale, la position d'un point courant P d'une section de poutre, orientée d'un angle ω_z par rapport à la fibre moyenne, est repérée par ses coordonnées u selon \mathbf{x} et v selon \mathbf{y} dans le repère $\mathcal{R} = (0, \mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$:

$$(P) : \begin{cases} u(x, y) \mathbf{x} \\ v(x, y) \mathbf{y} \\ \omega_z(x, y) \mathbf{z} \end{cases} \quad (3.26)$$

Les relations cinématiques impliquent un champ de déformations correspondant \mathbf{S} du type :

$$\begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ S_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{bmatrix} \quad (3.27)$$

La poutre est supposée être sollicitée en traction-compression et en flexion simple. Chaque phénomène peut être analysé séparément selon le principe de superposition dans l'hypothèse des petits déplacements.

Traction-compression

Sous l'effet d'un effort normal N_x seul, le champ de déformation des points de la section $\mathcal{A} = h \cdot e_p$ de poutre droite est uniforme et est décrit par la seule déformation S_1 :

$$N_x = \iint_{\mathcal{A}} T_1 dA \quad (3.28)$$

dans laquelle

$$T_1 = Y S_1 + \nu T_2 - Y d_{31} E_3 \quad \text{et} \quad S_1 = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (3.29)$$

Les quantités ν et Y désignent respectivement le module d'*Young* et le coefficient de *Poisson*, définis par [Bou02] :

$$\nu = \nu_{12} = -\frac{s_{12}^E}{s_{11}^E} \quad \text{et} \quad Y = Y_1 = \frac{1}{s_{11}^E} \quad (3.30)$$

Flexion simple

Si la section reste droite après déformation (Fig. 3.11) et que les déformations et déplacements demeurent faibles, la dépendance des grandeurs ω_z et v n'est seulement

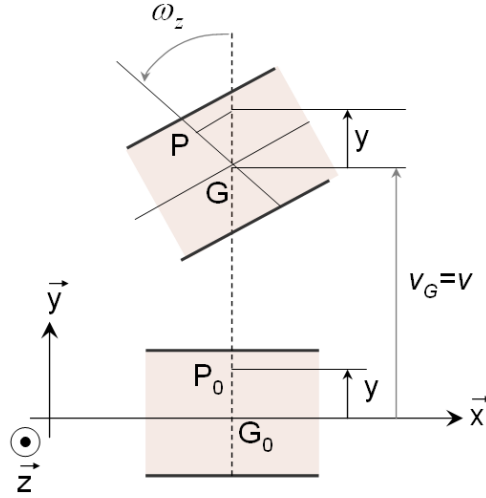


FIGURE 3.11 – Déplacement de la section droite d'abscisse x dans le cas d'une sollicitation en flexion de la poutre (l'axe x est la fibre moyenne de la poutre, et les axes y et z sont les axes centraux principaux de la section droite).

fonction que de la variable x :

$$(P) : \begin{cases} u(x, y) \mathbf{x} \\ v(x, y) \mathbf{y} = v_G(x) \mathbf{y} = v(x) \mathbf{y} \\ \omega_z(x, y) \mathbf{z} = \omega_z(x) \mathbf{z} \end{cases} \quad (3.31)$$

avec l'égalité immédiate $S_2 = \frac{\partial v}{\partial y} = 0$.

De plus, la configuration cinématique d'une section de poutre implique un champ de déplacement en flexion simple (Fig. 3.11) :

$$\begin{cases} u(x, y) = -y\omega_z(x) \\ v(x, y) = v_G(x) = v(x) \\ \omega_z(x, y) = \omega_z(x) \end{cases} \quad (3.32)$$

Les déformations non-nulles sont déduites par :

$$S_1 = -y \frac{\partial \omega_z}{\partial x} \quad \text{et} \quad S_6 = -\omega_z(x) + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (3.33)$$

Si la section droite reste normale à la déformée de la fibre moyenne (hypothèse **H2**) (Fig. 3.12), la relation dite de *Navier-Bernoulli*, qui se traduit par :

$$\omega_z(x) = \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (3.34)$$

permet de négliger, d'après (3.33), la déformation S_6 due à l'effort tranchant T_y :

$$T_y = \iint_A T_6 dA \quad (3.35)$$

Cela conduit à ne considérer dans la flexion simple que le phénomène de flexion pure [Cou80]. Les efforts résultants sont réduits au seul moment fléchissant [Cra97] :

$$M_z = \iint_A -y T_1 dA \quad (3.36)$$

dans lequel la contrainte normale T_1 vérifie toujours (3.29).

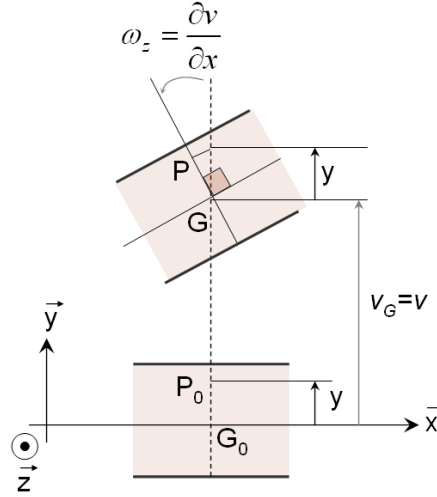


FIGURE 3.12 – Hypothèse de *Navier-Bernoulli* dans le cas d'une poutre en flexion : poutre non-déformable à l'effort tranchant.

Modèle résultant

Si la contrainte T_2 est négligée devant T_1 , le modèle électromécanique unidimensionnel à considérer s'écrit alors :

$$\begin{cases} T_1 = Y S_1 - Y d_{31} E_3 \\ D_3 = d_{31} T_1 + \varepsilon_{33}^T E_3 \end{cases} \quad (3.37)$$

ou encore

$$\begin{cases} T_1 = Y S_1 - Y d_{31} E_3 \\ D_3 = d_{31} Y S_1 + \tilde{\varepsilon}_{33} E_3 \end{cases} \quad (3.38)$$

dans lequel la permittivité électrique modifiée $\tilde{\varepsilon}_{33}$ est :

$$\tilde{\varepsilon}_{33} = \varepsilon_{33}^T (1 - k_{31}^2) \quad (3.39)$$

Le terme k_{31} est le facteur de couplage électromécanique du matériau en mode transversal. Il est adimensionnel et est défini par :

$$k_{31} = \frac{d_{31}}{\sqrt{\varepsilon_{33}^T s_{11}^E}} \quad (3.40)$$

Plus généralement, le coefficient de couplage traduit la faculté d'un matériau piézoélectrique à transformer l'énergie mécanique qu'il reçoit en énergie électrique ou inversement².

Paramètres du problème

Compte-tenu des conclusions précédentes, la description des mouvements modélisés se résume à l'évolution de la position géométrique de chaque point P de la fibre neutre de la poutre et à celle de l'orientation ω_z de la section droite qui lui est associée à chaque instant. L'abscisse curviligne se mesure directement sur l'axe \mathbf{x} et les équations de comportement doivent alors être exprimées en fonction du champ de déplacement $\mathbf{U} = [u, v, \omega_z]^t$ défini dans le repère $\mathcal{R} = (\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$, et de N_x , T_y , M_z qui désignent respectivement les forces normale et tangentielle à la section droite et le moment de flexion autour de \mathbf{z} (Fig. 3.13).

Dans la suite, nous introduisons les vecteurs suivants :

- le vecteur des déplacements nodaux de la poutre à deux nœuds A et B dans le repère \mathcal{R} (Fig. 3.13),

$$\mathbf{X}_p(t) = [u^A(t) \quad v^A(t) \quad \omega_z^A(t) \quad u^B(t) \quad v^B(t) \quad \omega_z^B(t)]_{\mathcal{R}}^t; \quad (3.41)$$

- les efforts mécaniques externes (forces et moments mécaniques appliqués aux extrémités de la poutre) dans le repère \mathcal{R} (Fig. 3.13),

$$\mathbf{F}_p^m = [R_x^A \quad R_y^A \quad H_z^A \quad R_x^B \quad R_y^B \quad H_z^B]_{\mathcal{R}}^t; \quad (3.42)$$

- le vecteur des charges électriques dans le repère \mathcal{R} ,

$$\mathbf{q}_p = [q_{p1} \quad q_{p2}]_{\mathcal{R}}^t; \quad (3.43)$$

(dans lequel q_{p1} et q_{p2} désignent respectivement les quantités de charge présentes sur les électrodes supérieure et inférieure de la poutre);

- le vecteur des potentiels électriques φ sur les électrodes dans le repère \mathcal{R} ,

$$\mathbf{V}_p = [\varphi_1 \quad \varphi_2]_{\mathcal{R}}^t. \quad (3.44)$$

2. Par exemple, le matériau PZT PIC151 est caractérisé par un coefficient $k_{31} = 38\%$ [P105].

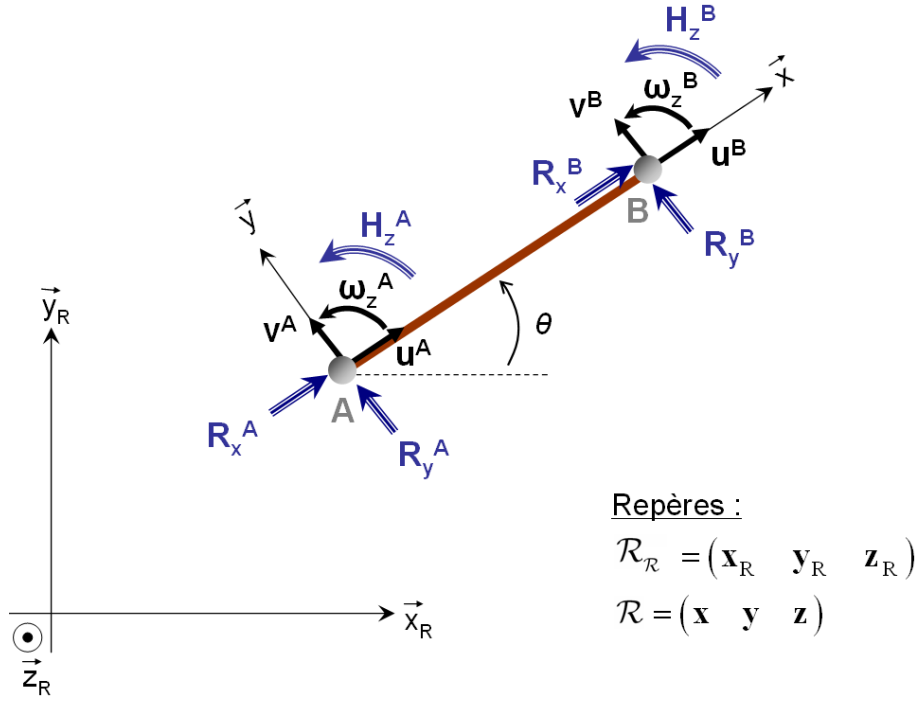


FIGURE 3.13 – Coordonnées curvilignes de la poutre d'extrémités A et B , orientée dans le repère global \mathcal{R}_R et chargée mécaniquement dans son plan.

3.3.3 Relation champ de déformation/déplacements

Le champ de déplacement \mathbf{U} de la fibre neutre peut être défini en fonction des valeurs nodales des déplacements aux points d'extrémités A et B de la poutre (Fig. 3.13). Les fonctions d'interpolation en déplacement (Annexe D) :

$$\mathbf{F}_m = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_u \\ \mathbf{F}_v \\ \mathbf{F}_{\omega_z} \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

assurent le passage du discret au continu [Bat90] :

$$\mathbf{U}(x, t) = \mathbf{F}_m(x) \mathbf{X}_p(t) \quad (3.46)$$

Le champ de déformations, réduit à S_1 dans le cas curviligne, s'exprime grâce à l'opérateur de dérivation \mathbf{L}_m tiré de (3.29) et (3.33) :

$$S_1 = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & 0 & -y \frac{\partial}{\partial x} \end{pmatrix} \mathbf{U} = \mathbf{L}_m \mathbf{U} \quad (3.47)$$

Il en découle la relation du champ de déformations en fonction du vecteur nodal \mathbf{X}_p :

$$S_1 = \mathbf{N}_m \mathbf{X}_p(t) \quad (3.48)$$

dans laquelle \mathbf{N}_m est la fonction de forme des déformations, définie par :

$$\mathbf{N}_m = \mathbf{L}_m \mathbf{F}_m \quad (3.49)$$

3.3.4 Relation champ électrique/potentiels

Etant donnée la répartition uniforme des électrodes sur les faces supérieure et inférieure de la poutre, le potentiel électrique φ à l'intérieur du domaine piézoélectrique ne dépend pas de l'abscisse curviligne x , mais seulement de sa coordonnée en z

$$\varphi(z, t) = \mathbf{F}_e(z) \mathbf{V}_p(t) \quad (3.50)$$

où \mathbf{F}_e est la matrice de forme électrique et $\mathbf{V}_p(t) = [\varphi_1(t) \quad \varphi_2(t)]^t$ est le vecteur des potentiels électriques sur les électrodes.

Le champ électrique, réduit à sa composante E_3 selon l'épaisseur, vérifie :

$$E_3 = -\text{grad}(\varphi) = \mathbf{L}_e \varphi \quad (3.51)$$

où l'opérateur \mathbf{L}_e convertit la forme du potentiel φ dans le domaine en un champ électrique.

En substituant (3.50) dans (3.51), le champ électrique est déduit de la tension aux électrodes par

$$E_3 = \mathbf{N}_e \mathbf{V}_p \quad (3.52)$$

où l'opérateur \mathbf{N}_e est donné par

$$\mathbf{N}_e = \mathbf{L}_e \mathbf{F}_e \quad (3.53)$$

3.3.5 Travaux des forces extérieures

Le travail variationnel regroupe l'influence des forces externes d'origine mécanique δW_m appliquées sur la poutre piézoélectrique, ainsi que les efforts d'origine électrique δW_e appliqués sur les surfaces \mathcal{S}_σ d'électrodes [Tie67] [Nis67] :

$$\delta W = \delta W_m - \delta W_e \quad (3.54)$$

- La variation du travail électrique se déduit des vecteurs de charges électriques et de tension tel que :

$$\delta W_e = \mathbf{q}_p^t \delta \mathbf{V}_p \quad (3.55)$$

avec \mathbf{q}_p le vecteur de charge électrique, défini par l'intégration de la densité de charge surfacique σ sur les électrodes (Fig. 3.10) :

$$\mathbf{q}_p = \iint_{\mathcal{S}_\sigma} \sigma dS \quad (3.56)$$

- Le travail variationnel des efforts mécaniques se déduit du vecteur F_p^m des forces de réaction nodales appliquées aux coordonnées généralisées :

$$\delta W_m = \delta \mathbf{X}_p^t \mathbf{F}_p^m \quad (3.57)$$

Finalement, l'expression du travail variationnel devient :

$$\delta W = \delta \mathbf{X}_p^t \mathbf{F}_p^m - \mathbf{q}_p^t \delta \mathbf{V}_p \quad (3.58)$$

3.3.6 Calcul des énergies

- **Energie cinétique** : le développement de l'énergie cinétique définie à partir de (3.23) et (3.46) amène à l'expression matricielle :

$$\mathcal{E}_c = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}_p} \rho \dot{\mathbf{U}}^t \dot{\mathbf{U}} d\mathcal{V} = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}_p} \dot{\mathbf{X}}_p^t \mathbf{F}_m^t \rho \mathbf{F}_m \dot{\mathbf{X}}_p d\mathcal{V} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{X}}_p^t \mathbf{M}_p \dot{\mathbf{X}}_p \quad (3.59)$$

où \mathbf{M}_p est la matrice masse de la poutre dans le repère \mathcal{R} :

$$\mathbf{M}_p = \int_{\mathcal{V}_p} \mathbf{F}_m^t \rho \mathbf{F}_m d\mathcal{V} \quad (3.60)$$

- **Energie potentielle** : en substituant (3.38) dans (3.24), l'énergie s'écrit dans le cas unidimensionnel :

$$\mathcal{E}_p = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}_p} S_1^t T_1 d\mathcal{V} = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}_p} S_1^t (Y S_1 - Y d_{31} E_3) d\mathcal{V} \quad (3.61)$$

- L'énergie potentielle mécanique pure dans la poutre se déduit grâce à (3.48) :

$$\frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}_p} S_1^t Y S_1 d\mathcal{V} = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}_p} \mathbf{X}_p^t \mathbf{N}_m^t Y \mathbf{N}_m \mathbf{X}_p d\mathcal{V} = \frac{1}{2} \mathbf{X}_p^t \mathbf{K}_p \mathbf{X}_p \quad (3.62)$$

où \mathbf{K}_p désigne la matrice raideur de la poutre dans le repère \mathcal{R}

$$\mathbf{K}_p = \int_{\mathcal{V}_p} \mathbf{N}_m^t Y \mathbf{N}_m d\mathcal{V} \quad (3.63)$$

- L'énergie potentielle due au couplage électromécanique dans le domaine piézo-électrique se déduit de (3.48) et (3.52) :

$$\frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}_p} S_1^t Y d_{31} E_3 d\mathcal{V} = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}_p} \mathbf{X}_p^t \mathbf{N}_m^t Y d_{31} \mathbf{N}_e \mathbf{V}_p d\mathcal{V} = \frac{1}{2} \mathbf{X}_p^t \mathbf{G}_p \mathbf{V}_p \quad (3.64)$$

où \mathbf{G}_p est la matrice de couplage électromécanique :

$$\mathbf{G}_p = \int_{\mathcal{V}_p} \mathbf{N}_m^t Y d_{31} \mathbf{N}_e d\mathcal{V} \quad (3.65)$$

L'énergie potentielle totale devient :

$$\mathcal{E}_p = \frac{1}{2} \mathbf{X}_p^t \mathbf{K}_p \mathbf{X}_p - \frac{1}{2} \mathbf{X}_p^t \mathbf{G}_p \mathbf{V}_p \quad (3.66)$$

- **Energie électrique** : compte-tenu de (3.38), l'équation initiale (3.25) devient dans le cas unidimensionnel :

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}_p} E_3^t (d_{31} Y S_1 + \tilde{\varepsilon}_{33}^T E_3) d\mathcal{V} \quad (3.67)$$

En substituant (3.48) et (3.52) dans (3.67), deux contributions distinctes sont identifiées :

- l'énergie purement électrique, présente à l'intérieur du domaine piézoélectrique :

$$\frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}_p} E_3^t \tilde{\varepsilon}_{33} E_3 d\mathcal{V} = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}_p} \mathbf{V}_p^t \mathbf{N}_e^t \tilde{\varepsilon}_{33} \mathbf{N}_e \mathbf{V}_p d\mathcal{V} = \frac{1}{2} \mathbf{V}_p^t \mathbf{C}_p \mathbf{V}_p \quad (3.68)$$

La matrice \mathbf{C}_p définit la capacitance piézoélectrique de la poutre :

$$C_p = \int_{\mathcal{V}_p} \mathbf{N}_e^t \tilde{\varepsilon}_{33} \mathbf{N}_e d\mathcal{V} \quad (3.69)$$

- l'énergie électrique due au couplage électromécanique à l'intérieur du domaine piézoélectrique :

$$\frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}_p} E_3^t d_{31} Y S_1 d\mathcal{V} = \frac{1}{2} \int_{\mathcal{V}_p} \mathbf{V}_p^t \mathbf{N}_e^t d_{31} Y \mathbf{N}_m \mathbf{X}_p d\mathcal{V} = \frac{1}{2} \mathbf{V}_p^t \mathbf{G}_p^t \mathbf{X}_p \quad (3.70)$$

L'énergie électrique totale devient :

$$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2} \mathbf{V}_p^t \mathbf{C}_p \mathbf{V}_p + \frac{1}{2} \mathbf{V}_p^t \mathbf{G}_p^t \mathbf{X}_p \quad (3.71)$$

Dans ce qui suit, les équations du mouvement vont être déduites par les substitutions adéquates pour \mathcal{E}_c , \mathcal{E}_p , \mathcal{E}_e , δW_m et δW_e dans (3.21).

3.3.7 Variation du *Lagrangien*

En substituant (3.71), (3.66) et (3.60) dans l'équation de définition du *Lagrangien* (3.22), on obtient :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{X}}_p^t \mathbf{M}_p \dot{\mathbf{X}}_p - \frac{1}{2} \mathbf{X}_p^t \mathbf{K}_p \mathbf{X}_p + \frac{1}{2} \mathbf{X}_p^t \mathbf{G}_p \mathbf{V}_p + \frac{1}{2} \mathbf{V}_p^t \mathbf{C}_p \mathbf{V}_p + \frac{1}{2} \mathbf{V}_p^t \mathbf{G}_p^t \mathbf{X}_p \quad (3.72)$$

ce qui peut se condenser en³ :

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{X}}_p^t \mathbf{M}_p \dot{\mathbf{X}}_p - \frac{1}{2} \mathbf{X}_p^t \mathbf{K}_p \mathbf{X}_p + \mathbf{X}_p^t \mathbf{G}_p \mathbf{V}_p + \frac{1}{2} \mathbf{V}_p^t \mathbf{C}_p \mathbf{V}_p \quad (3.73)$$

Les identités suivantes de dérivation sont utilisées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \delta \left(\frac{1}{2} \dot{\mathbf{X}}_p^t \mathbf{M}_p \dot{\mathbf{X}}_p \right) = \delta \dot{\mathbf{X}}_p^t \mathbf{M}_p \dot{\mathbf{X}}_p = \dot{\mathbf{X}}_p^t \mathbf{M}_p \delta \dot{\mathbf{X}}_p \\ \delta \left(\frac{1}{2} \mathbf{X}_p^t \mathbf{K}_p \mathbf{X}_p \right) = \delta \mathbf{X}_p^t \mathbf{K}_p \mathbf{X}_p = \mathbf{X}_p^t \mathbf{K}_p \delta \mathbf{X}_p \\ \delta \left(\frac{1}{2} \mathbf{V}_p^t \mathbf{C}_p \mathbf{V}_p \right) = \delta \mathbf{V}_p^t \mathbf{C}_p \mathbf{V}_p = \mathbf{V}_p^t \mathbf{C}_p \delta \mathbf{V}_p \\ \delta (\mathbf{X}_p^t \mathbf{G}_p \mathbf{V}_p) = \delta \mathbf{X}_p^t \mathbf{G}_p \mathbf{V}_p + \mathbf{X}_p^t \mathbf{G}_p \delta \mathbf{V}_p \end{array} \right. \quad (3.74)$$

pour réarranger les termes de l'équation (3.73) selon :

$$\delta \mathcal{L} = \dot{\mathbf{X}}_p^t \mathbf{M}_p \delta \dot{\mathbf{X}}_p - \delta \mathbf{X}_p^t \mathbf{K}_p \mathbf{X}_p + \delta \mathbf{X}_p^t \mathbf{G}_p \mathbf{V}_p + \mathbf{X}_p^t \mathbf{G}_p \delta \mathbf{V}_p + \mathbf{V}_p^t \mathbf{C}_p \delta \mathbf{V}_p \quad (3.75)$$

La propriété de dérivation suivante, tirée de l'intégration par partie de l'énergie cinétique,

$$\dot{\mathbf{X}}_p^t \mathbf{M}_p \delta \dot{\mathbf{X}}_p = \delta \dot{\mathbf{X}}_p^t \mathbf{M}_p \dot{\mathbf{X}}_p = \frac{d}{dt} \left(\delta \mathbf{X}_p^t \mathbf{M}_p \dot{\mathbf{X}}_p \right) - \delta \mathbf{X}_p^t \mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{X}}_p \quad (3.76)$$

permet de déduire l'expression finale de la variation du *Lagrangien*

$$\delta \mathcal{L} = \frac{d}{dt} \left(\delta \mathbf{X}_p^t \mathbf{M}_p \dot{\mathbf{X}}_p \right) - \delta \mathbf{X}_p^t \left(\mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{X}}_p + \mathbf{K}_p \mathbf{X}_p - \mathbf{G}_p \mathbf{V}_p \right) + (\mathbf{X}_p^t \mathbf{G}_p + \mathbf{V}_p^t \mathbf{C}_p) \delta \mathbf{V}_p \quad (3.77)$$

3.3.8 Développement du modèle EF de l'élément poutre

L'équation d'équilibre est obtenue par substitution des équations (3.58) et (3.77) dans (3.21)

$$\int_{t_2}^{t_1} \left[\frac{d}{dt} \left(\delta \mathbf{X}_p^t \mathbf{M}_p \dot{\mathbf{X}}_p \right) - \delta \mathbf{X}_p^t \left(\mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{X}}_p + \mathbf{K}_p \mathbf{X}_p - \mathbf{G}_p \mathbf{V}_p - \mathbf{F}_p^m \right) + (\mathbf{X}_p^t \mathbf{G}_p + \mathbf{V}_p^t \mathbf{C}_p - \mathbf{q}_p^t) \delta \mathbf{V}_p \right] dt = 0 \quad (3.78)$$

où les grandeurs $\delta \mathbf{X}_p^t$ et $\delta \mathbf{V}_p$ sont indépendantes et varient arbitrairement.

3. Etant sous-entendu que $\mathbf{V}_p^t \mathbf{G}_p^t \mathbf{X}_p = \mathbf{X}_p^t \mathbf{G}_p \mathbf{V}_p$ car la transposée d'un scalaire est lui-même.

Modèle matriciel

L'équation d'équilibre précédente permet notamment d'aboutir au doublet d'équations matricielles dynamiques suivantes, qui caractérisent le comportement d'une poutre élémentaire dans son repère $\mathcal{R} = (\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z})$:

Effet piézoélectrique *inverse* :

$$\boxed{\mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{X}}_p + \mathbf{K}_p \mathbf{X}_p = \mathbf{G}_p \mathbf{V}_p + \mathbf{F}_p^m} \quad (3.79)$$

Effet piézoélectrique *direct* :

$$\boxed{\mathbf{G}_p^t \mathbf{X}_p + \mathbf{C}_p^t \mathbf{V}_p = \mathbf{q}_p} \quad (3.80)$$

En notant $I = e_p h^3 / 12$ le moment quadratique de la section \mathcal{A} de poutre (constante sur chaque poutre) (Fig. 3.10), les différentes matrices intervenant dans le modèle (3.79) et (3.80) s'écrivent dans le repère \mathcal{R} (Fig. 3.13) (les détails des calculs des fonctions de forme permettant d'obtenir ensuite ces matrices sont donnés en Annexe D) :

Matrice masse :

$$\mathbf{M}_p = \begin{pmatrix} \frac{\rho AL}{3} & 0 & 0 & \frac{\rho AL}{6} & 0 & 0 \\ & \frac{13\rho AL}{35} & \frac{11\rho AL^2}{210} & 0 & \frac{9\rho AL}{70} & -\frac{13\rho AL^2}{420} \\ & & \frac{\rho AL^3}{105} & 0 & -\frac{13\rho AL^2}{420} & -\frac{\rho AL^3}{140} \\ & & & \frac{\rho AL}{3} & 0 & 0 \\ & \text{(sym.)} & & & \frac{13\rho AL}{35} & -\frac{11\rho AL^2}{210} \\ & & & & & \frac{\rho AL^3}{105} \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \quad (3.81)$$

Matrice raideur :

$$\mathbf{K}_p = \begin{pmatrix} \frac{YA}{L} & 0 & 0 & -\frac{YA}{L} & 0 & 0 \\ & \frac{12YI}{L^3} & \frac{6YI}{L^2} & 0 & -\frac{12YI}{L^3} & \frac{6YI}{L^2} \\ & & \frac{4YI}{L} & 0 & -\frac{6YI}{L^2} & \frac{2YI}{L^2} \\ & & & \frac{YA}{L} & 0 & 0 \\ & \text{(sym.)} & & & \frac{12YI}{L^3} & -\frac{6YI}{L^2} \\ & & & & & \frac{4YI}{L} \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \quad (3.82)$$

Matrice de couplage électromécanique :

$$\mathbf{G}_p = \begin{pmatrix} hd_{31}Y & -hd_{31}Y \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -hd_{31}Y & hd_{31}Y \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \quad (3.83)$$

Matrice de capacité électrique :

$$\mathbf{C}_p = \begin{pmatrix} \frac{hL\tilde{\epsilon}_{33}}{e_P} & -\frac{hL\tilde{\epsilon}_{33}}{e_P} \\ (\text{sym.}) & \frac{hL\tilde{\epsilon}_{33}}{e_P} \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} \quad (3.84)$$

Discussion

Deux régimes de fonctionnement de la poutre sont ainsi mis en évidence :

- les conditions aux limites électriques considérées dans notre configuration (Fig. 3.10) particularisent le problème initial, amenant à considérer l'effet piézoélectrique, en mode actionnement, comme un chargement extérieur directement proportionnel à la tension électrique $U_p = [\varphi_1 - \varphi_2]$ entre les électrodes.

En effet, le chargement piézoélectrique est décrit par le terme $\mathbf{G}_p \mathbf{V}_p$ (3.79). A partir du vecteur des potentiels électriques sur les électrodes défini en (3.44), ce chargement piézoélectrique est équivalent à une force électrique, notée \mathbf{F}_p^e , qui est une grandeur de commande de la déformation de la poutre :

$$\mathbf{F}_p^e = \mathbf{G}_p \mathbf{V}_p = \begin{pmatrix} hd_{31}Y \\ 0 \\ 0 \\ -hd_{31}Y \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\mathcal{R}} U_p \quad (3.85)$$

Le chargement piézoélectrique est donc perçu par la poutre comme des forces supplémentaires de couplage électromécanique agissant uniquement en mode de traction/compression. Les contraintes d'origine piézoélectrique se superposent algébriquement aux éventuelles contraintes d'origine mécanique \mathbf{F}_p^m ;

- en mode capteur, la quantité de charges récupérée sur les électrodes mises en court-circuit ($U_p = 0$) est directement liée aux déplacements des nœuds extrêmes de la poutre.

Dans la suite de ce travail, nous considérons l'exploitation de l'effet piézoélectrique *inverse* comme moyen d'actionnement des poutres piézoélectriques et nous implémenterons le modèle des blocs actifs dans notre méthode d'optimisation. L'exploitation de l'effet piézoélectrique *direct* (3.80) comme moyen de mesure par des blocs sensitifs fait partie des perspectives apportées à ce travail.

3.4 Construction du modèle EF des blocs actifs

Dans cette section nous détaillons la construction du modèle EF décrivant les blocs actifs. Ensuite, la validation en simulation puis en expérimentation de ce modèle est présentée.

3.4.1 Assemblage de poutres piézoélectriques

L'assemblage de poutres piézoélectriques élémentaires permet la construction de blocs actifs de topologies variées (Fig. 3.14).

L'intérêt d'utiliser des blocs actifs est qu'ils permettent de coupler directement plusieurs *ddl* mécaniques, autorisant ainsi des mouvements complexes au sein d'un seul élément du maillage de la structure flexible. Ce phénomène a été mis en évidence dans [Gro07c] sur le cas de la conception d'un micro-actionneur piézoélectrique monolithique avec FlexIn. L'étude comparative des performances statiques du mécanisme pour deux optimisations distinctes (l'une en ne considérant que les blocs *poutres*, l'autre en considérant l'ensemble des 19 types de blocs actifs) a montré que la prise en compte de topologies variées de blocs conduit à une plus grande richesse de solutions d'une part, et à des solutions caractérisées par de meilleures performances mécaniques d'autre part.

Afin de prendre en compte l'orientation des poutres dans le plan, les matrices caractérisant le comportement électromécanique de chaque poutre sont d'abord exprimées dans la base générale $\mathcal{R}_R = (\mathbf{x}_R, \mathbf{y}_R, \mathbf{z}_R)$, selon les formules de transformation suivantes :

$$\begin{aligned}\mathbf{M}_{\mathcal{R}_R} &= (\mathbf{P}_{\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}_R})^t \mathbf{M}_p \mathbf{P}_{\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}_R} \\ \mathbf{K}_{\mathcal{R}_R} &= (\mathbf{P}_{\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}_R})^t \mathbf{K}_p \mathbf{P}_{\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}_R} \\ \mathbf{F}_{\mathcal{R}_R}^e &= (\mathbf{P}_{\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}_R})^t \mathbf{F}_p^e\end{aligned}\tag{3.86}$$

où $\mathbf{P}_{\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}_R}$ est la matrice de la rotation θ autour de \mathbf{z}_R dans le plan (Fig. 3.13) :

$$\mathbf{P}_{\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}_R} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\tag{3.87}$$

Selon la même démarche que celle décrite au paragraphe 2.1.3, ces matrices sont ensuite assemblées pour donner les matrices raideur \mathbf{K}_{Bloc} , masse \mathbf{M}_{Bloc} et forces piézo-électriques \mathbf{F}_{Bloc}^e de chaque bloc dans le repère \mathcal{R}_R .

Dans la suite, les forces d'origine mécanique et piézoélectrique sont regroupées par sommation dans le terme générique \mathbf{F}_{Bloc} des efforts extérieurs⁴ appliqués sur les nœuds *externes* des blocs :

$$\mathbf{F}_{Bloc} = \mathbf{F}_{Bloc}^e + \mathbf{F}_{Bloc}^m\tag{3.88}$$

4. Dans le chapitre précédent, \mathbf{F}_{Bloc} était assimilé aux seules contributions mécaniques des efforts extérieurs (2.4). Désormais, le vecteur \mathbf{F}_{Bloc} regroupe l'ensemble des contributions électromécaniques.

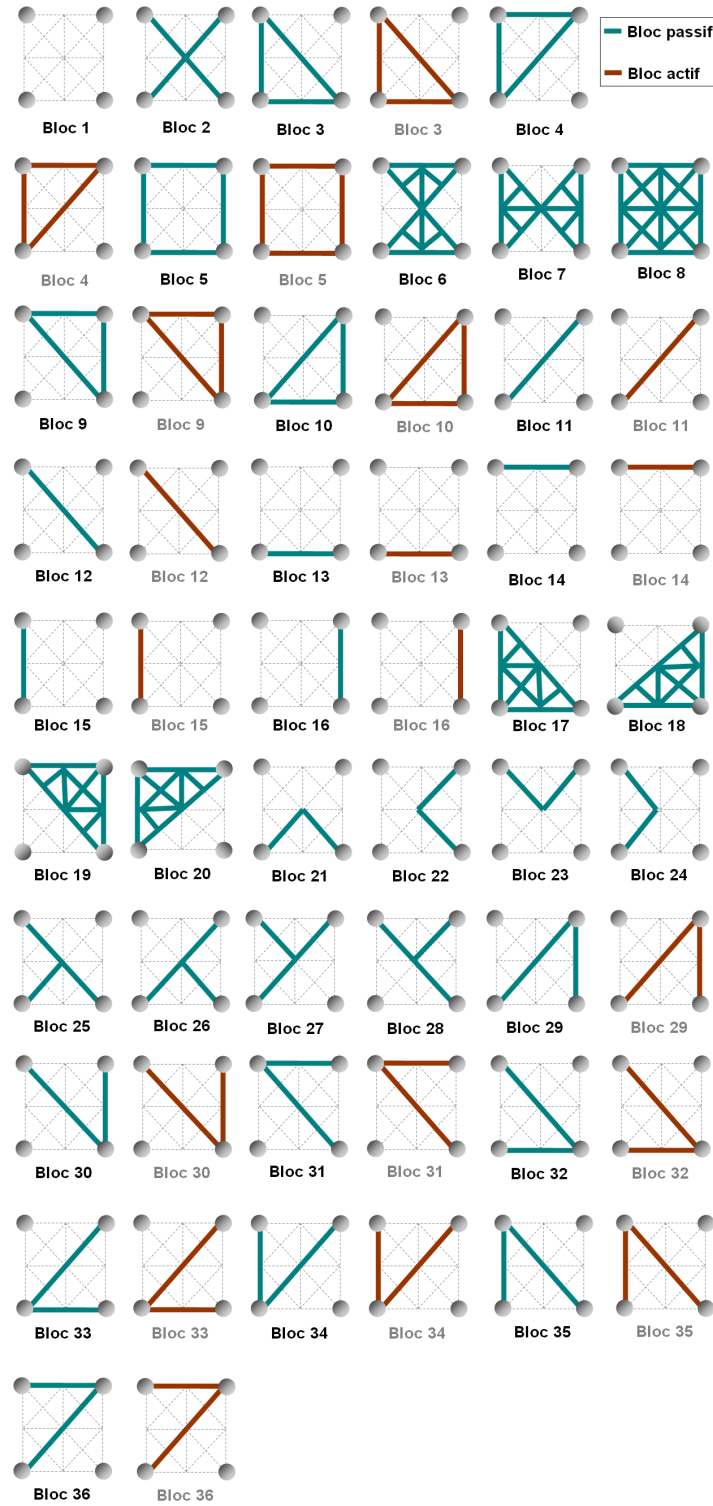


FIGURE 3.14 – Bibliothèques de 19 blocs actifs (en rouge) et 36 blocs passifs (en vert).

Remarque 1 : Toutes les poutres constitutives d'un même bloc actif sont supposées être actionnées par une même tension U_{Bloc} .

Remarque 2 : L'écriture du modèle matriciel des blocs de la bibliothèque passive est identique à celle donnée par (3.79), à la seule exception que la tension d'alimentation est nulle, c'est-à-dire $\mathbf{F}_{Bloc}^e = \mathbf{0}$.

Validité de la condensation statique des blocs actifs

Il s'agit de vérifier si l'hypothèse **H4** reste valable dans le cas des blocs actifs, pour permettre la condensation statique de la matrice raideur \mathbf{K}_{Bloc} aux quatre nœuds externes du bloc. Pour cela, la condition à remplir est que les chargements piézoélectriques ne soient concentrés qu'aux quatre nœuds externes du bloc actif.

Les topologies choisies pour constituer la bibliothèque de blocs actifs laissent apparaître une annulation des efforts d'origines piézoélectriques sur les nœuds internes du bloc (Fig. 3.1). En effet, pour tous les blocs actifs de la bibliothèque, deux poutres ayant un nœud interne en commun sont nécessairement de même dimension et de même orientation dans le plan $\mathcal{R}_{\mathcal{R}}$. Ainsi, les sollicitations en traction/compression sur les nœuds internes des blocs s'annulent, car deux poutres ayant un nœud interne en commun produisent deux chargements piézoélectriques égaux mais de sens opposés (3.85). La force d'origine piézoélectrique d'un bloc actif devient nul sur les nœuds *internes* après assemblage des vecteurs $\mathbf{F}_{\mathcal{R}\mathcal{R}}^e$ de chaque poutre constituant le bloc actif. Le chargement est seulement concentré aux quatre nœuds *externes* des blocs actifs, ce qui valide l'hypothèse **H4**.

La méthode de condensation statique linéaire, qui exprime la matrice de rigidité aux quatre nœuds externes, peut donc être généralisée au cas des blocs actifs (détails donnés en Annexe F) : la matrice initiale \mathbf{K}_{Bloc} de chaque bloc et le vecteur \mathbf{F}_{Bloc} des forces électromécaniques sont condensés en une matrice \mathbf{K}_{Bloc}^c réduite de taille 12×12 et un vecteur \mathbf{F}_{Bloc}^c réduit de taille 12×1 .

3.4.2 Prototypage de blocs actifs

L'objectif de ce paragraphe est de valider l'étape de fabrication de tels blocs actifs par au moins un procédé technologique de réalisation. Cette première étape est cruciale, car elle permet de s'assurer que les futurs mécanismes synthétisés par la méthode FlexIn seront potentiellement prototypables. L'expérience acquise par le concepteur sur les dimensions atteignables par ces techniques de prototypage permettra à terme de spécifier au mieux les problèmes d'optimisation sous FlexIn.

Le choix fait dans cette étude porte sur l'exploitation de plaques piézoélectriques mono-couches, associées à une technique d'usinage laser. Celle-ci reste la technique la

plus souvent rencontrée parmi les différents procédés offerts pour la découpe du matériau piézoélectrique (sciage par des outils diamantés, usinage ultra-sonore, découpe laser, etc [Agn03a]).

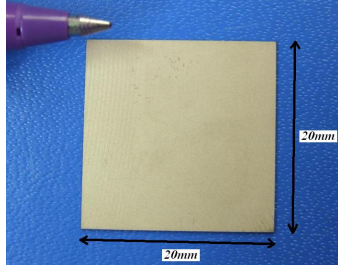


FIGURE 3.15 – Plaque de matériau piézoélectrique PZT avec répartition des électrodes sur les faces supérieures et inférieures.

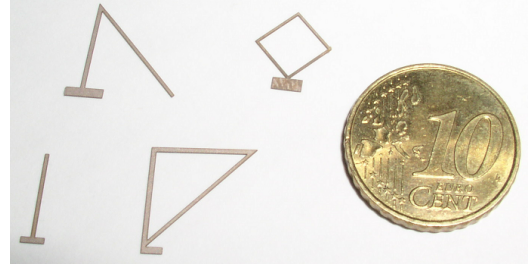


FIGURE 3.16 – Exemplaires de quelques blocs actifs en PZT PIC151 (avec leur point d'encastrement) réalisés par procédé de micro-usinage laser.

Bien que très rigides, les céramiques piézoélectriques, même lorsqu'elles sont fournies sous forme de plaques de quelques centaines de microns d'épaisseur, restent très fragiles, car facilement cassables. Les dimensions, dans le plan, des plaques de PZT que nous avons utilisées pour l'usinage (modèle PIC151 de la société *PI* [PI05]) sont reportées Fig. 3.15. Ces plaques ont une épaisseur e_p de $200\mu m$, et possèdent des électrodes Nickel-Or réparties uniformément sur les faces supérieure et inférieure, permettant l'application d'un champ électrique selon l'épaisseur.

Pour comparaison, deux lasers différents ont été employés pour le micro-usinage des blocs actifs (Fig. 3.17) :

- la machine de découpe Laser de l'*Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et des Microtechniques (ENSMM)* à Besançon⁵ est de technologie laser *Nd YAG* (longueur d'onde $1064nm$, puissance moyenne $100W$ et diamètre du spot $40\mu m$). Les impulsions laser sont de l'ordre de la microseconde. Une campagne d'essais préliminaires a permis de dégager la meilleure stratégie d'usinage qui permette de conserver une qualité de découpe convenable ;
- un deuxième laser de la société *Impulsions – SAS* [IS03], capable de fournir des impulsions lumineuses ultra-brèves de quelques dizaines de femto-secondes, a également permis la réalisation de quelques blocs élémentaires avec une précision micrométrique. L'avantage des impulsions ultra-brèves est que elles minimisent les effets collatéraux, essentiellement thermiques. En réduisant les durées des impulsions laser, le risque d'échauffer le matériau au-delà de sa température de *Curie*, synonyme d'une dépolérisation de la céramique, est réduit. La découpe par micro-usinage laser femto-seconde offre moins d'irrégularités sur le flanc des poutres,

5. Machine de découpe Laser *DML40SI* (série Lasertec) de la société Geildemeister.

ainsi qu'une meilleure précision de la géométrie dans les zones de raccords de poutres (Fig. 3.17).

Les essais effectués ont montré que le prototypage de blocs actifs de quelques millimètres carrés est rendu possible par procédé laser, confortant ainsi le choix de la création de blocs actifs dans la méthode d'aide à la conception optimale.

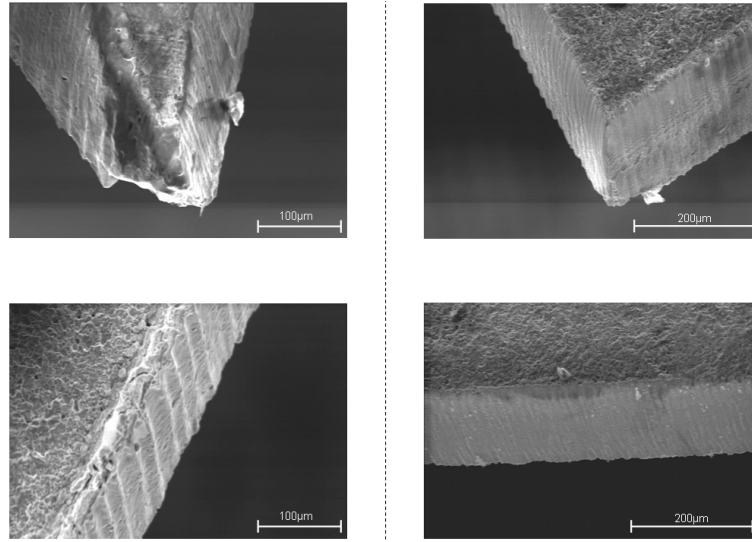


FIGURE 3.17 – Vues au Microscope Electronique à Balayage d'une extrémité angulaire (en haut) et d'une poutre selon sa tranche (en bas) d'un bloc élémentaire *carré* réalisé par micro-usinage laser : à gauche laser YAG, à droite laser à impulsions femto-secondes.

3.4.3 Validation expérimentale du modèle des blocs actifs : cas statique

Pour vérifier la précision du modèle d'actionnement implémenté dans la méthode de conception, les résultats en déflexion des quatre topologies de blocs élémentaires sont comparés en régime permanent, pour certaines conditions aux limites d'encastrement, avec les résultats obtenus par un logiciel commercial et par expérimentation.

La figure 3.18 montre que les résultats prédits par FlexIn sont comparables avec ceux obtenus par un logiciel de calculs aux éléments finis multiphysiques commercial⁶ : les effets volumiques de bord et de cisaillement, négligés dans la méthode de conception préliminaire, restent en première approximation négligeables devant les déflexions occasionnées par l'effet transverse d'intérêt.

Les résultats tirés des mesures expérimentales sur les blocs actifs sont conformes aux résultats en simulation et indiquent que les procédés de micro-usinage laser ne détériorent pas les propriétés piézoélectriques de la céramique.

6. COMSOL Multiphysics[®] 3.2, module MEMS *Effets piézoélectriques* [Mul03].

La comparaison des fréquences propres de ces blocs sera détaillée dans le chapitre suivant, qui traite de la dynamique.

Remarque : Grâce à un appareil que nous avons à notre disposition, nous avons vérifié que le coefficient de couplage piézoélectrique d_{33} du matériau restait inchangé après l'usinage, $d_{33} \approx 500 \times 10^{-12}$ C/N.

3.5 Spécification des structures flexibles à actionnement piézoélectrique intégré dans la méthode d'optimisation

Dans cette section sont présentées les spécifications nécessaires à la conception de structures à actionnement par blocs actifs dans notre méthode.

Dans le cas d'une structure active, l'originalité de la méthode réside dans le couplage existant entre la structure (la géométrie, les matériaux) et le principe d'actionnement.

En effet, l'expression de la force de couplage piézoélectrique donnée par le vecteur \mathbf{F}_p^e (3.85) met en évidence l'interaction du choix du matériau via les coefficients d_{31} et $Y = \frac{1}{s_{11}}$, ainsi que celui de la largeur h des poutres constitutives du bloc, avec l'intensité de la force piézoélectrique générée.

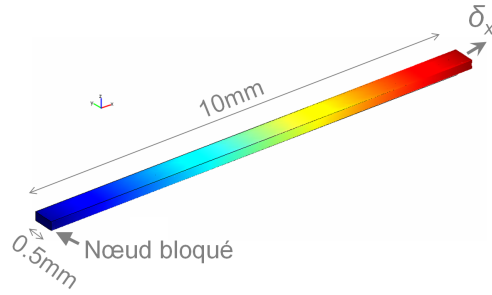
3.5.1 Spécifications du matériau piézoélectrique

Pour définir le problème de conception, les m différents matériaux (M_1, M_2, \dots, M_m) ainsi que leurs épaisseurs doivent être spécifiés.

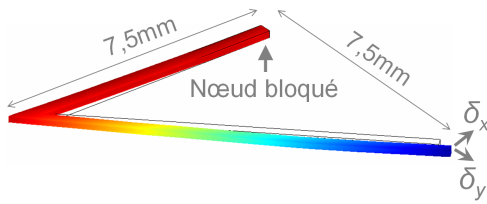
Pour permettre un actionnement distribué par bloc actif, le concepteur doit spécifier un coefficient piézoélectrique transverse d_{31} non-nul, pour permettre l'évaluation de la force de couplage électromécanique \mathbf{F}_{Bloc}^e .

Un couple matériau/épaisseur est ainsi défini par :

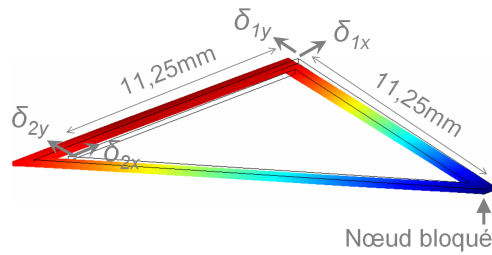
- le module d'Young $Y = \frac{1}{s_{11}}$ du matériau en MPa ;
- le coefficient de Poisson ν ;
- l'épaisseur hors-plan e_p donnée en mm ;
- la masse volumique ρ du matériau ;
- le coefficient piézoélectrique transverse d_{31} en $mm.V^{-1}$, éventuellement nul si le matériau est *passif* ;
- deux coefficients, baptisés α_1 et α_2 , qui seront définis dans le chapitre suivant traitant de l'introduction de la partie dynamique dans notre méthode ;



Bloc poutre	δ_x
<i>FlexIn</i>	2,10
<i>Comsol Multiphysics</i>	2,05
Expérimentation	2,09

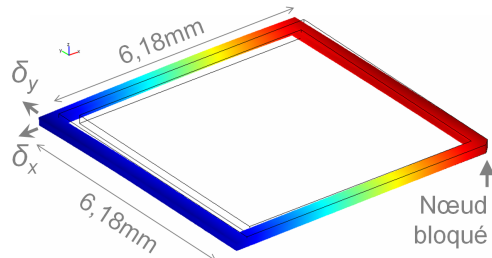


Bloc coude	δ_x	δ_y
<i>FlexIn</i>	0,00	-1,57
<i>Comsol Multiphysics</i>	0,29	-1,33
Expérimentation	0,33	-1,35



Bloc triangle	δ_{1x}	δ_{1y}
<i>FlexIn</i>	0,00	-2,36
<i>Comsol Multiphysics</i>	-0,04	-2,29
Expérimentation	-0,14	-2,16

Bloc triangle	δ_{2x}	δ_{2y}
<i>FlexIn</i>	-2,36	2,36
<i>Comsol Multiphysics</i>	-2,41	2,12
Expérimentation	-3,02	2,00



Bloc carré	δ_x	δ_y
<i>FlexIn</i>	-1,30	1,30
<i>Comsol Multiphysics</i>	-1,31	1,31
Expérimentation	-1,15	1,19

FIGURE 3.18 – Comparaison des résultats de déplacements en statique en μm (blocs soumis à une tension $U_{Bloc} = 200\text{V}$) : cas des blocs *poutre* (laser YAG), *coude* (laser femto-seconde), *triangle* (laser femto-seconde) et *carré* (laser YAG).

- une contrainte limite autorisée du matériau, nécessaire pour la prise en compte de certains critères mécaniques [RL06] (par exemple, contrainte limite d'élasticité ou de rupture pour le critère de *Von Mises*⁷).

3.5.2 Spécification des actionneurs par blocs actifs

Pour contraindre le nombre de possibilités d'actionnement, il est possible de spécifier plusieurs champs lors de la spécification du problème d'optimisation :

- le nombre minimal et le nombre maximal de blocs actifs contenus dans l'assemblage de blocs. Dans le cas d'une structure piézoélectrique, le nombre minimal de blocs actifs est par défaut fixé à 1 par l'algorithme ;
- les nœuds de la structure pouvant potentiellement faire partie d'un bloc actif. En se basant sur des critères d'accessibilité, ou de fabrication, il est ainsi possible de limiter l'ensemble des nœuds susceptibles d'être actionnés⁸ ;
- les caractéristiques de tension d'actionnement. Si le concepteur connaît la source de tension électrique disponible pour alimenter la structure active, il peut renseigner les tensions minimale U_{Bloc}^{mini} et maximale U_{Bloc}^{maxi} admissibles pour l'optimisation de la conception.

Finalement, la topologie complète résulte d'un assemblage de deux topologies (Fig. 3.19) : l'une faite de blocs passifs (pouvant éventuellement être en matériau piézoélectrique, mais ces blocs ne seront pas alimentés en tension électrique) et l'autre de blocs actifs (nécessairement en matériau piézoélectrique et alimentés en tension électrique). Dans l'implémentation logicielle actuelle, les blocs actifs sont considérés comme *dominants* sur les blocs passifs, eux-mêmes *dominants* sur le bloc *vide*, numéroté 1 dans la bibliothèque de blocs (Fig. 3.14). Ainsi, pour un emplacement donné du maillage, la topologie finale active/passive est déduite selon la règle suivante :

- lorsqu'un bloc actif et un bloc passif co-existent sur le même emplacement de maillage, c'est le bloc actif qui l'emporte ;
- lorsqu'un bloc actif ou passif co-existent avec le bloc *vide* numéroté 1, c'est le bloc non-*vide* qui l'emporte ;
- lorsque deux blocs *vides* co-existent, c'est le bloc *vide* qui figure sur l'emplacement.

3.6 Intérêt de la méthode d'optimisation dans le cas statique : cas de la pince *MMOC* de l'AS2M

Dans cette section, notre méthode d'optimisation de structures à actionnement intégré est testée dans un cas particulier de système microrobotique : la micropince piézoélectrique à deux doigts de serrage, baptisée *MMOC* (*Microprehensile Microrobot On Chip*)

7. Dans le cas de matériau piézoélectrique, la contrainte limite à la rupture est de l'ordre de 250MPa . En pratique, cette valeur ne doit jamais être approchée, car la dépolarisation du matériau apparaît pour des pressions égales à seulement 20% de la limite élastique.

8. Pour des raisons pratiques ou de sécurité, il peut parfois être souhaitable d'imposer une distance minimale entre les nœuds actionnés en tension et les nœuds effecteurs de la sortie.

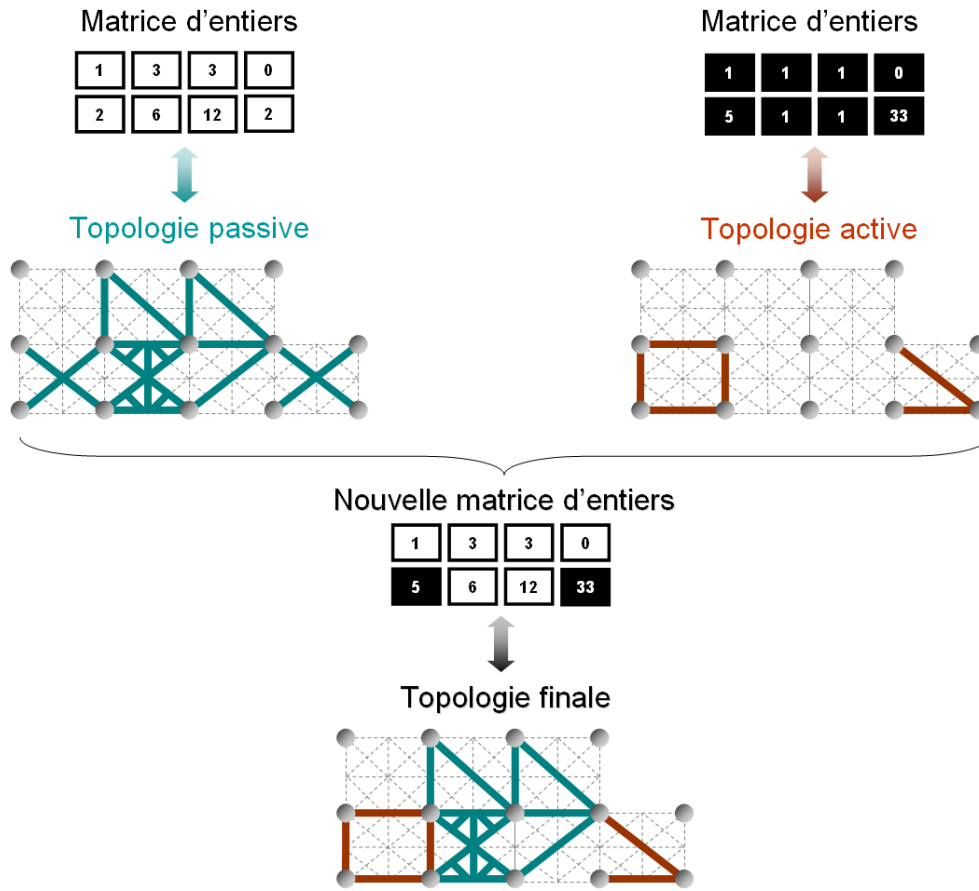


FIGURE 3.19 – Création de la topologie d'un individu constitué de blocs passifs et actifs (exemple de représentation avec deux blocs actifs).

[Agn03c] [Agn03d] [Pér05], développée au *Département Automatique et Systèmes Micro-Mécatroniques* de l'Institut *FEMTO-ST* à *Besançon*. Sur la base des résultats obtenus par notre méthode, une étude comparative en simulation est présentée [Gro07b].

3.6.1 Caractéristiques du *MMOC*

Ce micropréhenseur est capable de saisir, maintenir et lâcher des objets de taille submillimétrique à l'aide de deux doigts de serrage. Chacun d'entre eux est capable de se mouvoir indépendamment dans deux directions perpendiculaires, offrant ainsi quatre degrés de liberté élémentaires (Fig. 3.20).

Ce système microrobotique est essentiellement constitué de deux composants :

- les deux actionneurs élémentaires de la pince sont deux actionneurs piézoélectriques monolithiques offrant chacun deux degrés de liberté, appelés *duo-bimorphes* (Fig. 3.21). Un actionneur, réalisé par usinage ultrasonore, consiste en deux struc-

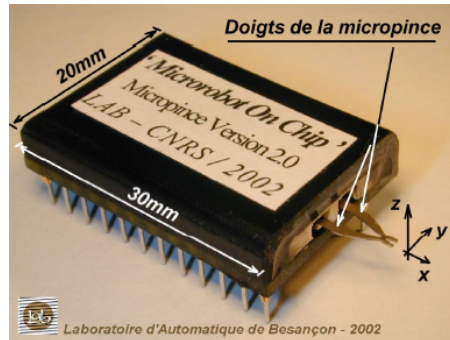


FIGURE 3.20 – Version du *MMOC* en boîtier DIL (d'après [Agn03a]) : le composant microrobotique se présente sous la forme d'un boîtier compact dont émerge la partie utile (organes terminaux de préhension).

- tures bimorphes parallèles réalisées en céramique piézoélectrique PZT PIC 151. Un *duo-bimorphe* est capable de fournir deux degrés de libertés découplés selon les directions y et z grâce à deux couches superposées piézoélectriques d'épaisseur $e_b = 200\mu m$;
- des organes terminaux d'épaisseur $200\mu m$ et d'écartement initial entre mors de $250\mu m$ sont réalisés par procédé LIGA⁹UV (Fig. 3.22).

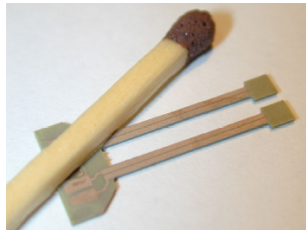


FIGURE 3.21 – Actionneurs piézocéramiques : doigts actifs.

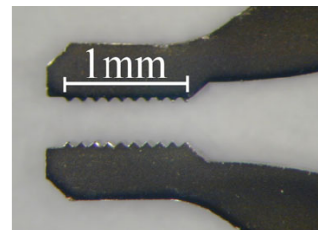


FIGURE 3.22 – Organes terminaux en Nickel.

Notre étude comparative se concentre sur la conception des micro-actionneurs *duo-bimorphes*. Par le jeu des différentes tensions appliquées sur ses électrodes, un *duo-bimorphe* est capable de générer indépendamment des déformations mécaniques dans les plan $(\mathbf{x}_R, \mathbf{y}_R)$ et $(\mathbf{y}_R, \mathbf{z}_R)$ (Fig. 3.23).

Pour les déformations dans le plan $(\mathbf{x}_R, \mathbf{y}_R)$, les tensions appliquées sur les électrodes adjacentes et opposées sont respectivement $+V_y$ et $-V_y$ (Fig. 3.23-a). Ainsi, les directions selon \mathbf{z}_R des champs électriques E_1 et E_2 sont opposées. Les couches de matériau piézoélectrique situées sous le champ E_1 se déforment dans la direction \mathbf{x}_R en s'étirant, proportionnellement à la constante piézoélectrique d_{31} : $S_{xE_1} = -d_{31} \frac{V_y}{e_b}$ (avec $d_{31} < 0$

9. Acronyme allemand de "Röntgenlithographie, Galvanoformung, A bformung" pour désigner un procédé de fabrication par lithographie aux rayons X.

pour le cas du PZT PIC 151). Comme le champ E_2 est orientée en sens opposé, la partie des couches piézoélectriques soumise à ce champ électrique se contracte, résultant dans un mouvement global de flexion du bimorphe dans le plan $(\mathbf{x}_R, \mathbf{y}_R)$.

Pour les déformations dans le plan $(\mathbf{x}_R, \mathbf{z}_R)$, les tensions appliquées sur les électrodes sont toutes égales à $+V_z$ (Fig. 3.23-b), ce qui a pour effet de créer des champs électriques qui sont uniformes dans chaque couche de matériau piézoélectrique. En revanche, les champs sont de sens opposés dans ces deux couches, ce qui a pour effet d'induire un mouvement global de flexion dans le plan $(\mathbf{x}_R, \mathbf{z}_R)$.

Dans la suite, notre étude se limite à la synthèse optimale d'un micro-actionneur dont les mouvements sont contenus dans le plan $(\mathbf{x}_R, \mathbf{y}_R)$: les mouvements hors-plan ne sont pas pris en compte.

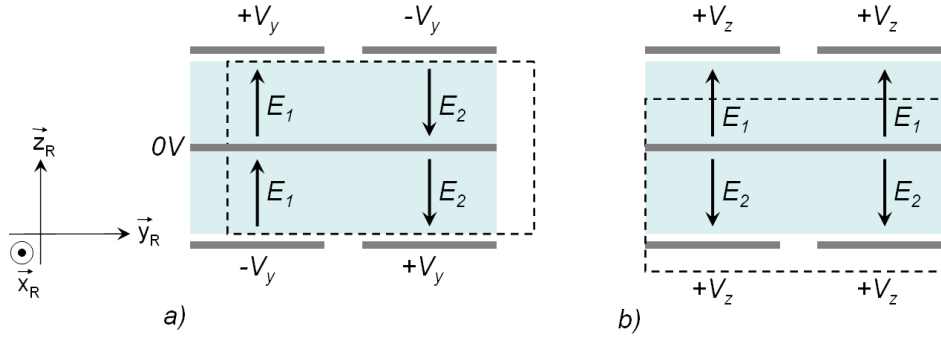


FIGURE 3.23 – Principe de fonctionnement de l'actionneur piézoélectrique du *duo-bimorphe* dans les plans $(\mathbf{x}_R, \mathbf{y}_R)$ (a) et $(\mathbf{x}_R, \mathbf{z}_R)$ (b). La section du *duo-bimorphe* dans le plan $(\mathbf{y}_R, \mathbf{z}_R)$ est présentée en traits continus ; la déformée en traits pointillés.

Les formulations analytiques de la déflexion libre δ_y^{MMOC} et de la force de blocage F_y^{MMOC} en statique d'un tel actionneur peuvent en première approximation être établies grâce aux équations de la mécanique des milieux continus, des relations de la piézoélectricité [Lit03] et sur une généralisation aux cas du couplage hors-plan du modèle de Smits [Smi91a] [Smi91b]. Avec les dimensions qui sont celles du microsystème, la déflexion libre¹⁰ et la force de blocage¹¹, estimées pour une tension d'actionnement $V_y = \pm 100V$, valent respectivement :

$$\delta_y^{MMOC} = \pm 26,5 \mu m \quad \text{et} \quad F_y^{MMOC} = 81,8 mN \quad (3.89)$$

3.6.2 Spécification du problème de conception des micro-actionneurs

Pour tirer profit de la taille maximale occupée par les micro-actionneurs dans le boîtier (Fig. 3.24), la moitié symétrique du domaine d'optimisation topologique est choisie

10. La déflexion libre est définie ici comme le mouvement de la sortie du mécanisme lorsque celle-ci n'est contrainte mécaniquement par aucune force extérieure.

11. La force de blocage est définie ici comme la force générée par la sortie du mécanisme sur l'objet manipulé lorsque la sortie mécanique ne produit aucun déplacement mécanique.

comme ayant une aire égale à $13 \times 7,5 \text{ mm}^2$ dans le plan (l'épaisseur étant fixée à $200 \mu\text{m}$ pour rester en conformité avec la conception initiale).

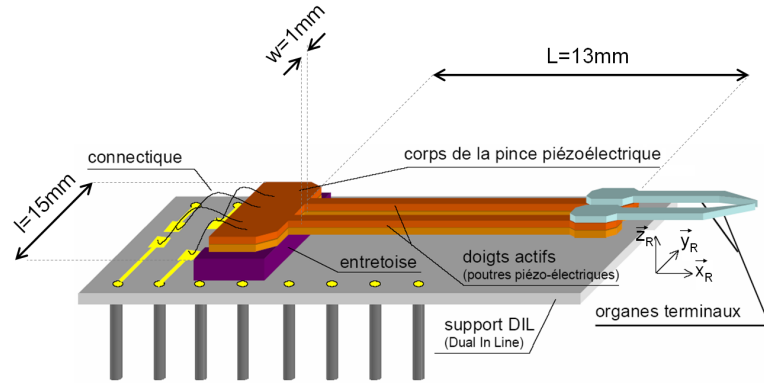


FIGURE 3.24 – Éléments constituant le MMOC et dimensions associées.

Ce domaine est constitué d'un assemblage de blocs actifs et passifs à déterminer par la méthode d'optimisation : il est testé ici la synthèse d'une structure treillis totalement monolithique dont certaines poutres sont alimentées pour l'actionnement, exploitant ainsi l'effet piézoélectrique. Pour la synthèse, le nombre de blocs actifs peut être compris entre 1 et 9. La différence de potentiels électriques permise pour chaque bloc actif est choisie comme pouvant être égale soit à $+100\text{V}$, soit à -100V .

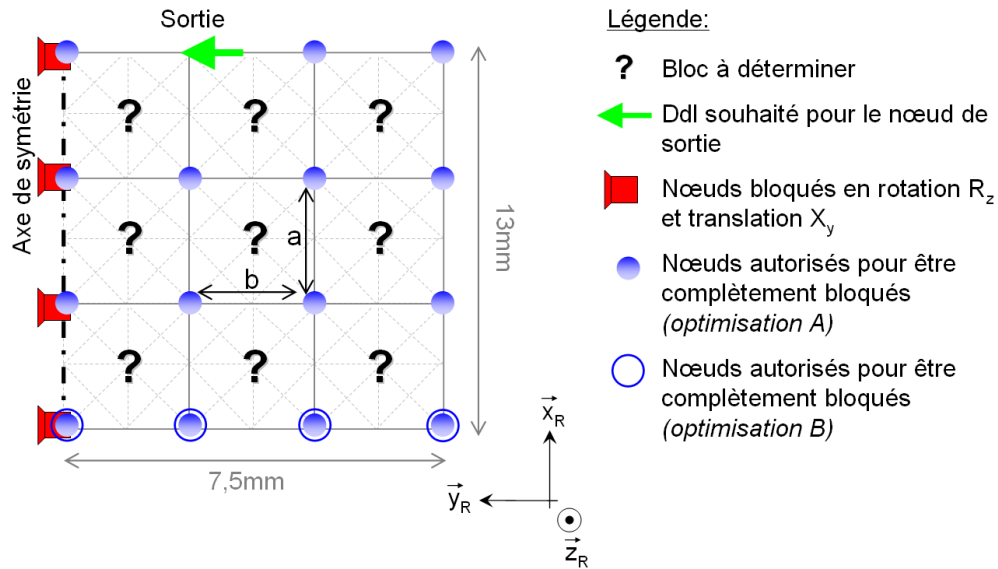


FIGURE 3.25 – Maillage FlexIn de la demi-partie du microactionneur flexible symétrique avec conditions aux limites imposées et autorisées.

Lorsque soumise à ces différences de potentiels, la structure doit assurer selon \mathbf{y}_R un déplacement ainsi qu'une force de blocage du nœud de sortie. Deux spécifications différentes du problème, appelées *Optimisation A* et *Optimisation B*, sont envisagées, ce qui permet la prise en compte de deux types de conditions aux limites différentes sur les nœuds bloqués (Fig. 3.25). Dans les deux cas, le rapport de taille des blocs est borné selon $1 \leq b_{\max}/b_{\min} \leq 5$ et $1 \leq a_{\max}/a_{\min} \leq 8$.

3.6.3 Résultats

Les deux problèmes de conception optimale sont résolus avec pour objectif la maximisation simultanée du déplacement libre δ_y et de la force de blocage F_y . Les meilleurs compromis sont conservés lorsque l'algorithme ne fournit plus de nouvelle solution pseudo-optimale pendant 250 générations (critère d'arrêt choisi). Les deux fronts de *Pareto A* et *B* regroupent l'ensemble des solutions pseudo-optimales au problème de conception, proposant ainsi des structures non-intuitives, qui sont capables d'améliorer les caractéristiques statiques en terme de déplacement/force du bimorphe piézoélectrique du MMOC (Fig. 3.26).

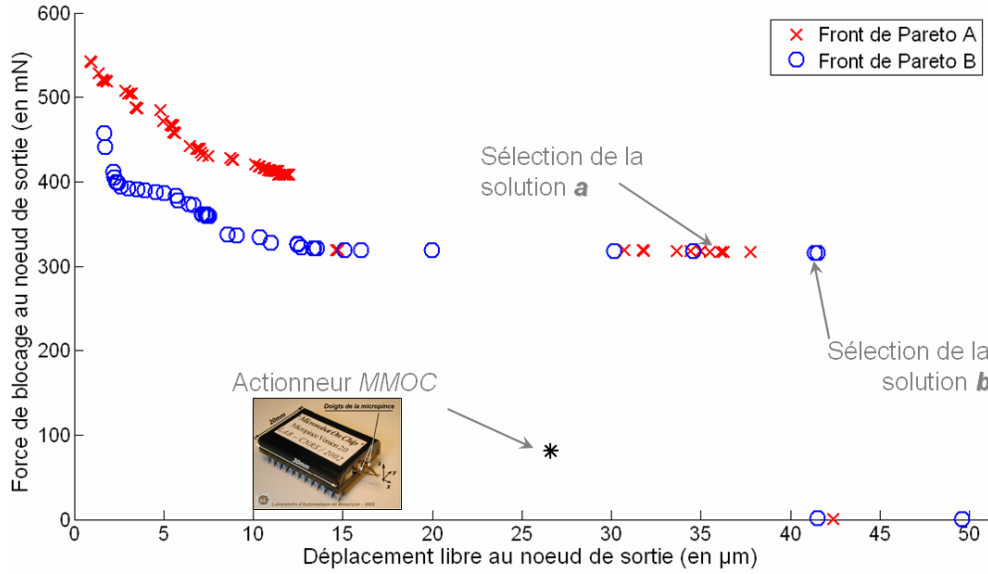


FIGURE 3.26 – Fronts de *Pareto A* et *B* des solutions synthétisées par FlexIn. Les performances des solutions sont évaluées pour une tension d'actionnement de $\pm 100V$. (Paramètres génétiques utilisés : population de 200 individus, probabilité de mutation sur les individus et les gènes de 40%, critère de stagnation à 250 générations).

Le front de *Pareto A* est globalement situé au-dessus du front *B* : la relaxation des contraintes sur les nœuds bloqués en déplacement amène à de meilleures solutions, en

particulier pour les faibles valeurs de déplacement.

Pour illustrer les performances obtenues par des nouvelles conceptions de structures flexibles, deux solutions, notées **a** et **b**, sont tirées de chacun des deux fronts de *Pareto* *A* et *B*, puis analysées (Fig. 3.26). Les topologies, les représentations volumiques, ainsi que les déformées spatiales de ces deux structures sont illustrées en Fig. 3.27. Pour une tension d'actionnement $V = \pm 100V$, leurs performances mécaniques en déplacement (respectivement en forces) sont de l'ordre de 1,5 fois (respectivement 4,9 fois) plus importantes que celles de la pince *MMOC* :

$$\begin{cases} \delta_y^a = \pm 37,8\mu m \\ \delta_y^b = \pm 41,4\mu m \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} F_y^a = 316,8mN \\ F_y^b = 315,9mN \end{cases} \quad (3.90)$$

La représentation par blocs permet de calculer différents critères globaux, mais sous réserve d'hypothèses restrictives. Dans le cadre d'hypothèses plus larges, de la prise en compte des non-linéarités géométriques, de la vérification des charges critiques de flambage, etc, les simulations peuvent se faire grâce à un maillage volumique en post-traitement. Grâce aux fonctions développées dans FlexIn autorisant l'export des structures sous formes d'assemblage de poutres, ces performances de critères δ_y et F_y ont été validés pour les structures **a** et **b** sous *Comsol Multiphysics*. En simulation, l'erreur d'estimation commise par FlexIn est inférieure à 6%.

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, une nouvelle méthode de conception optimale pour les mécanismes piézoélectriques à actionnement intégré a été présentée. Cette méthode considère le mécanisme comme un assemblage de blocs élémentaires, qui peuvent être passifs ou rendus actifs par effet piézoélectrique transverse.

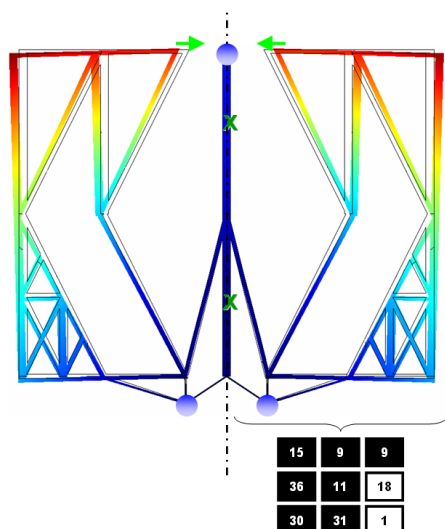
Chaque bloc piézoélectrique est décrit par une formulation éléments finis multiphysiques de type poutre à deux nœuds, qui considère, sous certaines hypothèses, l'action piézoélectrique comme un chargement supplémentaire, directement proportionnel à la tension. La précision du modèle de prédiction implémenté sous FlexIn est en conformité avec les résultats obtenus en simulation par un logiciel de simulation par éléments finis multiphysiques du commerce, ainsi que par ceux obtenus en expérimentation.

Afin d'expérimenter la méthode, FlexIn a été testé sur un exemple de conception optimale d'un système piézoélectrique, issu du champ applicatif de la microrobotique. Les résultats préliminaires, validés en statique, démontrent l'intérêt de la nouvelle méthode d'aide à la conception optimale : celle-ci est capable de générer des conceptions monolithiques innovantes et efficaces, proposant des schémas d'actionnement différents de ceux habituellement rencontrés lors d'applications de micromanipulation avec des géométries peu ou pas du tout intuitives.

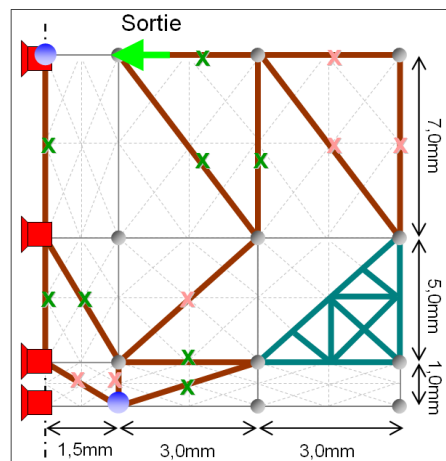
Légende:

- Nœuds complètement bloqués
- X Poutres actionnées par une différence de potentiel +100V (contraction)
- ← ddl souhaité pour le nœud de sortie
- X Poutres actionnées par une différence de potentiel -100V (élongation)
- - - Axe de symétrie

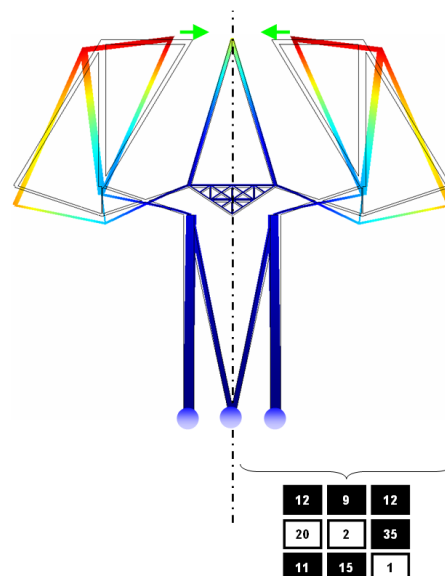
Structure (a) : représentation Comsol Multiphysics



Demi-structure (a) : modèle FlexIn



Structure (b) : représentation Comsol Multiphysics



Demi-structure (b) : modèle FlexIn

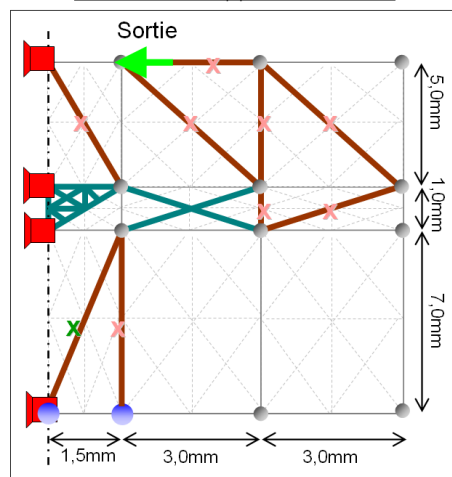


FIGURE 3.27 – Représentations sous *Comsol Multiphysics* des micro-actionneurs **a** (en haut) et **b** (en bas) complets à partir de la demi-structure optimisée, ainsi que de leur déformée en configuration *mors ouverts* pour des tensions d'actionnement de +100V ou -100V selon les blocs.

Dans la phase finale de mise en œuvre de tels systèmes, la commande reste une étape cruciale. Pour autant, certains critères relatifs au domaine de l'automatique peuvent être pris en compte dès l'étape de conception préliminaire pour faciliter à terme la tâche de l'automaticien et adopter ainsi une démarche adaptronique. Cela nécessite d'abord de prendre en compte la dynamique de ces systèmes sous une forme qui soit compatible avec le formalisme adopté dans notre méthode. Le chapitre suivant aborde ces aspects.

Chapitre 4

Intégration de la dynamique dans la méthode d'optimisation - Introduction de nouveaux critères pour la *commande*

Ce chapitre présente les développements menés pour introduire une représentation dynamique du comportement entrée(s)-sortie(s) des mécanismes flexibles sous FlexIn. L'écriture d'un modèle dynamique permet d'envisager la prise en compte de nouvelles stratégies de conception optimale de ces systèmes. Deux nouveaux critères numériques sont introduits dans FlexIn pour tenter de répondre, dès l'étape amont de conception du mécanisme, aux problématiques liées à l'identification et à la commande des systèmes flexibles. Ces nouveaux critères, une fois numérisés, sont ensuite mis à profit pour étudier la conception optimale d'un micro-actionneur piézoélectrique monolithique par le logiciel de synthèse FlexIn. En plus de critères mécaniques usuels (du type force et déplacement), la prise en compte de ces nouveaux critères orientés commande a permis de synthétiser des structures dont la réponse fréquentielle est orientée par le concepteur. Parmi le panel des solutions pseudo-optimales candidates au problème de conception, une structure a été choisie, puis spécifiquement étudiée en vue de son prototypage et de son test ultérieurs.

4.1 Extension de la méthode à la dynamique

Dans l'algorithme d'optimisation, le modèle dynamique de chaque individu *structure flexible* de la population courante est calculé numériquement à partir de ses propriétés géométriques, de sa topologie et d'un modèle de connaissance de son (ou ses) matériau(x)

constitutif(s).

La modélisation qui a été adoptée pour implémenter la partie dynamique dans FlexIn est présentée dans ce paragraphe. Dans l'algorithme, les individus sont modélisés comme des systèmes dynamiques linéaires temporellement invariants (*LTI*) d'entrée(s) \mathbf{u} et de sortie(s) \mathbf{y} . Ces modèles de comportement sont exprimés en termes de masse, raideur et amortissement.

4.1.1 Problématique de la condensation matricielle pour la dynamique

Dans le logiciel FlexIn, les individus sont modélisés par un assemblage de blocs élémentaires, contraints par des conditions aux limites en force et en déplacement.

De cette structuration par blocs, il est possible de déduire le comportement dynamique global de la structure de plusieurs manières :

- par *synthèse modale*¹ à partir des modes des blocs (cas de la méthode de *Craig-Bampton* [Cra68]) ;
- par *couplage impédanciel* à partir des fonctions de transfert des sous-structures [Ott90] [Cup00] ;
- ou par *assemblage matriciel* [Gir97].

Dans FlexIn, le comportement de chacun des blocs étant caractérisé par un jeu de matrices élémentaires, la technique d'analyse dynamique par *assemblage matriciel* semble de prime abord la plus appropriée. Contrairement à la méthode de *Craig-Bampton*, elle présente l'avantage de ne pas nécessiter, au cours de l'algorithme, de stockages de données autres que les matrices raideur et masse élémentaires de chaque bloc.

Dans un premier temps, le modèle du comportement dynamique conservatif de chaque individu est calculé par assemblage des matrices de raideur et de masse des différents blocs. De ce fait, la précision du modèle linéaire matriciel, qui influe sur l'exactitude des réponses statique et fréquentielle, est directement liée à celle des calculs numériques des matrices des blocs.

Nous avons vu au chapitre 2 que la modélisation adoptée dans FlexIn initial, dans le cadre restrictif de la forme statique (paragraphe 2.2), considère la condensation de *Guyan* pour l'obtention des matrices des blocs à leur quatre nœuds externes (annexe F). Cette méthode de condensation n'introduit pas d'erreur sur l'exactitude de la réponse statique du bloc : elle est exacte à fréquence nulle. Si l'on applique la transformation statique \mathbf{T}_{Bloc}^s , qui a servi à condenser la matrice raideur \mathbf{K}_{Bloc} (F.5), au cas de la matrice masse \mathbf{M}_{Bloc} selon

$$\mathbf{K}_{Bloc}^c = (\mathbf{T}_{Bloc}^s)^t \mathbf{K}_{Bloc} \mathbf{T}_{Bloc}^s \quad \text{et} \quad \mathbf{M}_{Bloc}^c = (\mathbf{T}_{Bloc}^s)^t \mathbf{M}_{Bloc} \mathbf{T}_{Bloc}^s, \quad (4.1)$$

1. Ces méthodes de *modes composants* combinent l'exactitude de la réduction statique du modèle avec celle d'un nombre restreint de premiers modes propres. Le comportement de la structure est calculé sur la base de ses propriétés statique et vibratoire locales.

TABLE 4.1 – Comparaisons des estimations des trois premières fréquences propres d’une poutre passive encastrée-libre dans le plan, bloc passif n°13 de la bibliothèque (caractéristiques mécaniques : $Y = 66,7\text{MPa}$, $\rho = 7800\text{kg/m}^3$, longueur 1mm , largeur $100\mu\text{m}$ et épaisseur $e_p = 200\mu\text{m}$).

Trois premières fréquences propres (Hz)	f_{n1}	f_{n2}	f_{n3}
FlexIn (cas condensé)	237,7	1898,8	8136,8
FlexIn (cas non-condensé)	237,9	1447,9	4333,1
Cast3M (2 éléments de maillage)	237,9	1476,0	4089,5
Modèle analytique théorique	238,4	1494,1	5020,6

il s’avère que des termes inertiels sont négligés² lors de cette transformation, alors qu’ils sont en réalité prépondérants dans la réponse dynamique de la structure si elle est sollicitée à des fréquences importantes. Pour illustrer ce phénomène, une rapide comparaison de l’estimation des premières fréquences propres a été réalisée pour le cas test du bloc *poutre* n°13 de la bibliothèque de FlexIn (Table.4.1). Elle indique que la méthode de réduction statique de *Guyan* ne peut être appliquée dans notre méthode qu’au prix d’une estimation très grossière des fréquences propres du système. La condensation statique de la matrice masse des blocs est donc une piste à exclure pour les problèmes de conception traitant d’aspects dynamiques.

Néanmoins, pour des raisons de coûts de calculs, la réduction de *Guyan* reste tout à fait justifiée pour les problèmes d’optimisation dans le cas statique, d’autant plus que dans ce cas l’évaluation des critères reste exactes via la matrice condensée \mathbf{K}_{Bloc}^c ³.

Pour pallier ce manque de précision sur la dynamique, la technique de réduction statique peut être affinée par la technique dite *IRS* (*Improved Reduced System*) [O’C89], puis par ses variantes itératives [Fri95] [Fri98] [Kou07]. Ces méthodes, qui consistent à modifier la matrice de transformation \mathbf{T}_{Bloc}^s en prenant en compte a posteriori les termes inertiels négligés, ne permettent pas pour autant de rendre compte fidèlement de la réponse du système complet au-delà d’une certaine fréquence limite. Seules les premières fréquences de résonance correspondent à celles du système initial non-réduit. Un autre inconvénient est que le modèle de réduction *IRS* n’est pas exact dans l’estimation du cas statique, la raideur de la structure étant alors surestimée par l’ajout artificiel de termes inertiels dans la matrice de transformation. Enfin, il existe d’autres techniques de réduction dynamique qui sont capables de prendre en compte les effets inertiels à une fréquence d’intérêt particulière [Paz84]. Cela augmente la précision de la réponse de manière significative. Mais, si plusieurs fréquences naturelles sont à considérer, cela n’est souvent possible qu’au prix d’un temps de calcul élevé. Enfin, signalons que la plupart

2. Ceux relatifs aux nœuds internes.

3. Une raison supplémentaire est liée au fait que la modélisation par éléments poutres de *Navier-Bernoulli* représente déjà une simplification du modèle des structures. Il vaut mieux éviter d’en ajouter d’autres qui pourraient entraîner de trop gros écarts *a posteriori* entre la prédiction de FlexIn et les structures réelles.

de ces méthodes de condensation de modèles omettent les termes d'amortissement [Pil98].

Sur la base de ces considérations, il est finalement choisi d'utiliser dans l'algorithme une description complète des blocs par leur matrices non-réduites \mathbf{M}_{Bloc} et \mathbf{K}_{Bloc} .

Pour vérifier la précision de la matrice masse \mathbf{M}_{Bloc} issue du modèle curviligne des blocs, les prédictions des modes propres de déformation des blocs par FlexIn sont comparées à celles du logiciel commercial *COMSOL Multiphysics*. La résolution numérique mise en œuvre pour estimer les fréquences propres de ces structures sera expliquée au paragraphe 4.1.3. Puisque la modélisation adoptée dans la méthode de conception est plane, seuls les modes plans de déformation sont comparés ici.

Les cinq premières fréquences propres des quatre topologies de blocs (*poutre* (Fig. 4.1), *coude* (Fig. 4.2), *triangle* (Fig. 4.3) et *carré* (Fig. 4.4)) sont comparées. Les dimensions des blocs considérées sont celles données en Fig. 3.18.

Les écarts relatifs sur l'estimation des fréquences propres sont jugés acceptables : la démarche de conception proposée a pour vocation d'être préliminaire, en ce sens qu'elle devra toujours s'accompagner *a posteriori* de simulation en phase de post-traitement pour prendre en compte les effets non-modélisés et potentiellement coûteux en temps d'optimisation (par exemple, l'étude des non-linéarités, la prise en compte des effets volumiques).

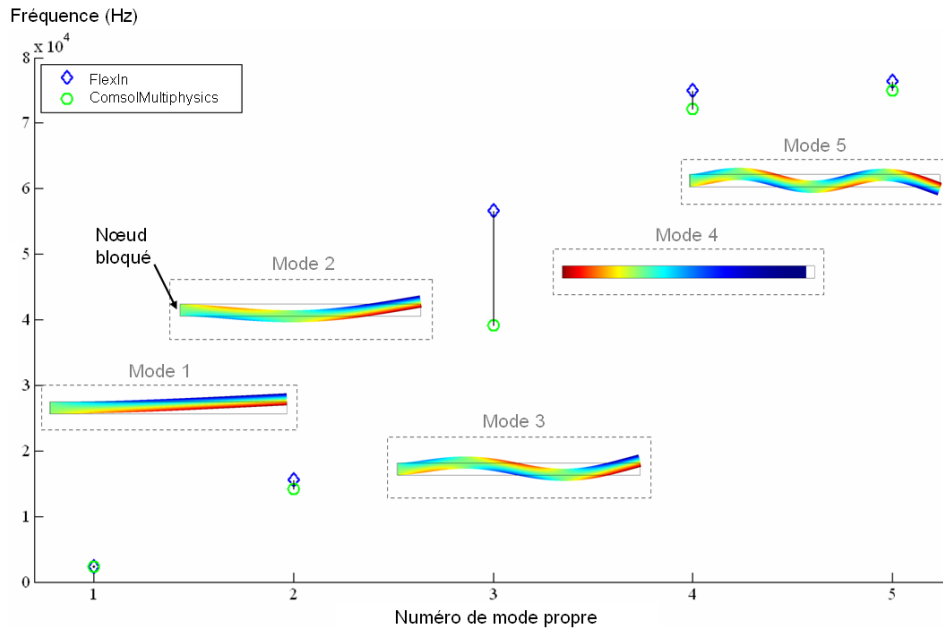


FIGURE 4.1 – Comparaison FlexIn/*Comsol Multiphysics* des estimations des cinq premières fréquences propres du bloc *poutre* (maillage *Comsol Multiphysics* en 4137 éléments tétraédriques).

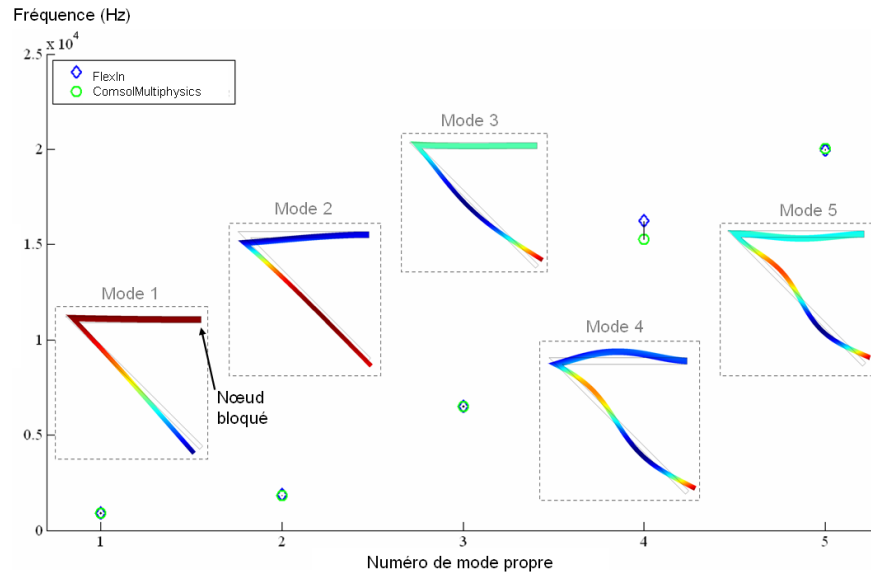


FIGURE 4.2 – Comparaison FlexIn/*Comsol Multiphysics* des estimations des cinq premières fréquences propres du bloc *coudé* (maillage *Comsol Multiphysics* en 4482 éléments tétraédriques).

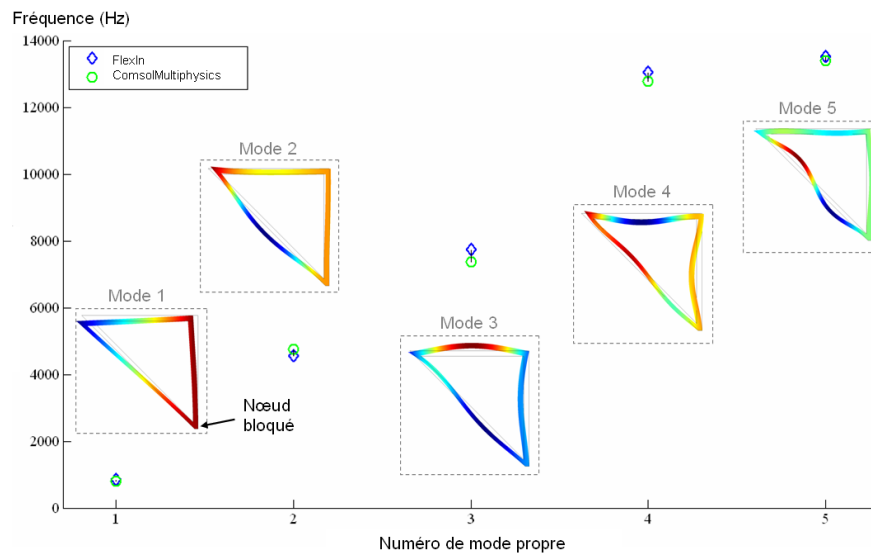


FIGURE 4.3 – Comparaison FlexIn/*Comsol Multiphysics* des estimations des cinq premières fréquences propres du bloc *triangle* (maillage *Comsol Multiphysics* en 4347 éléments tétraédriques).

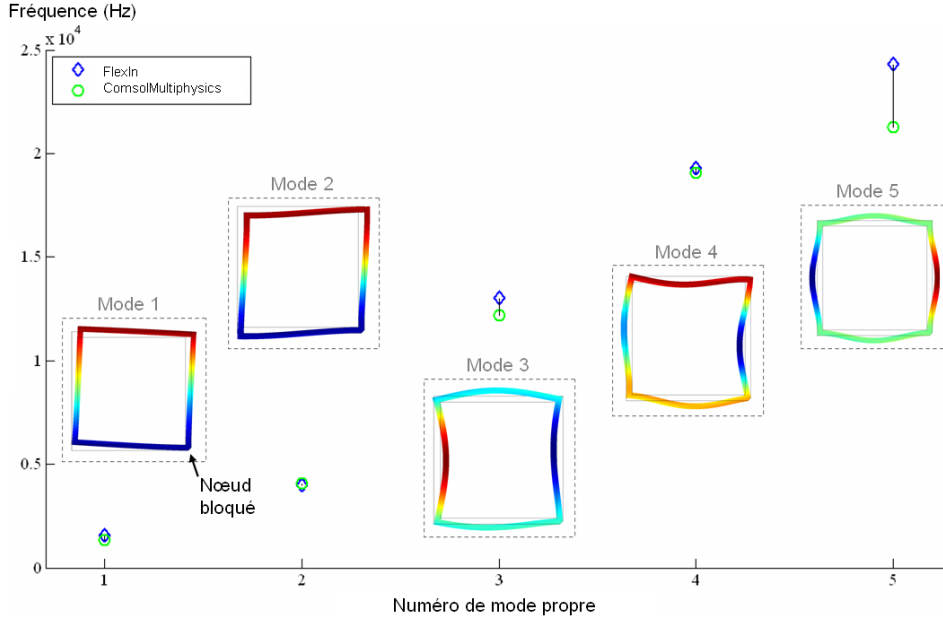


FIGURE 4.4 – Comparaison FlexIn/*Comsol Multiphysics* des estimations des cinq premières fréquences propres du bloc *carré* (maillage *Comsol Multiphysics* en 5378 éléments tétraédriques).

A l'instar de la matrice $\mathbf{K}_{Globale}$ qui avait été introduite précédemment pour décrire la raideur de la structure (comme un assemblage des matrices raideur des blocs condensées \mathbf{K}_{Bloc}^c), les matrices qui seront considérées pour décrire le comportement dynamique de la structure globale sont \mathbf{M}_g et \mathbf{K}_g . Elles résultent de l'assemblage des matrices *pleines* des blocs : \mathbf{M}_{Bloc} et \mathbf{K}_{Bloc} .

4.1.2 Modèle dynamique des structures dans FlexIn

A partir de \mathbf{M}_g et \mathbf{K}_g , un modèle dynamique matriciel du 2^{nd} ordre est établi pour chaque individu. Il prépare la mise sous forme de représentation d'état du système : celle-ci reste un outil privilégié pour la mise en place de critères relatifs à la commande des systèmes, ainsi que pour simuler leur comportement entrée(s)-sortie(s).

Le modèle dynamique discrétisé du comportement non-dissipatif des structures s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_g \ddot{\mathbf{X}}_g + \mathbf{K}_g \mathbf{X}_g &= \mathbf{E}_g \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{F}_g \mathbf{X}_g \end{aligned} \quad (4.2)$$

Remarque 1 : De manière générale, FlexIn peut permettre la modélisation de systèmes *MIMO* (*Multi-Inputs Multi-Outputs*), définis au sens automatique du terme.

Remarque 2 : La sortie mécanique \mathbf{y} est supposée être dans ce qui suit à commander en déplacement. Dans ce chapitre, l'attention sera plus particulièrement focalisée sur l'actionnement. Ainsi, il ne sera pas fait de distinction entre sortie commandée et observée⁴.

Sur le plan logiciel, à partir du génotype d'une *structure flexible* sélectionnée par le concepteur, il est possible de simuler ses réponses fréquentielles (Fig. B.5).

Dans FlexIn, le modèle dynamique d'un mécanisme flexible est paramétré par un triplet (p, r, s) d'entiers, qui définissent la taille des matrices impliquées dans l'écriture du modèle :

- p pour dénombrer le nombre de degrés de liberté (au sens éléments finis) de la structure ($p = 3 \times Nbrenuds$) ;
- r pour représenter le nombre de sorties mécaniques du système (à rapprocher de la définition des *DDLs* définis précédemment⁵) ;
- s pour caractériser le nombre d'actionneurs (données d'entrée).

Avec ces notations, il s'ensuit que :

- les vecteurs \mathbf{X}_g et $\ddot{\mathbf{X}}_g$, qui représentent respectivement les déplacements et accélérations nodaux de la structure treillis, sont de dimension $p \times 1$;
- le vecteur \mathbf{u} , dont les composantes dépendent du temps, est de taille $s \times 1$; il définit les actions de commande sur le système. Par convention, les composantes de la matrice \mathbf{E}_g de répartition des entrées sur le système sont calculées de sorte que la (ou les) grandeur(s) de commande soi(en)t normée(s). Dans le système d'unités propre à FlexIn, les grandeurs de commande élémentaires sont de :
 - 1 N dans le cas d'un actionneur en force ;
 - 1 mm dans le cas d'un actionneur en déplacement ;
 - 1 V dans le cas d'un actionnement par bloc actif.
- le vecteur des sorties \mathbf{y} à commander est de dimension $r \times 1$; la matrice de sortie \mathbf{F}_g traduit la répartition des nœuds à commander. Dans une première implémentation, cette matrice, de taille $r \times p$, est uniquement constituée de 0 et de 1. Ces derniers sont placés aux emplacements nodaux correspondants aux sorties du mécanisme et les 0 sont disposés aux emplacements des nœuds libres qui ne désignent pas de sortie mécanique.

Chaque élément de \mathbf{u} (respectivement \mathbf{y}) traduisant une action de commande (respectivement d'observation) sur un actionneur (respectivement sur un capteur de sortie) de la structure est défini par une entrée non-nulle dans la colonne correspondante de \mathbf{E}_g (respectivement ligne de \mathbf{F}_g).

4. Pour le moment, la sortie sera toujours supposée être mesurée par un procédé approprié.

5. Par analogie, un *DDLs* (*Degré De Liberté de Sortie*), défini au sens mécanique, caractérise un régime de fonctionnement donné du système. Ce dernier est décrit comme une sortie mécanique du système actionnée par une (ou plusieurs) entrée(s).

Considérant des sorties à commander en déplacement, FlexIn est ainsi capable d'optimiser la flexibilité dynamique (cas d'un actionneur en force), ou la transmissibilité dynamique (cas d'un actionneur en déplacement) d'un mécanisme [Gir97].

Pour être complet, le modèle programmé dans FlexIn doit intégrer les phénomènes dissipatifs. La matrice amortissement est introduite à partir du modèle écrit dans la base modale. Ainsi, il convient de présenter en premier lieu la manière dont le modèle conservatif peut s'écrire dans la base des modes propres (paragraphe 4.1.3), puis de présenter ensuite la façon dont l'amortissement est spécifié dans le formalisme FlexIn (paragraphe 4.1.4).

4.1.3 Ecriture du modèle dans la base modale

L'analyse modale d'une structure permet d'en améliorer la connaissance de son comportement physique. Le calcul de la base modale en est une étape importante.

En effet, des critères portant sur l'optimisation des valeurs propres des vibrations libres peuvent se révéler être des outils cruciaux pour éviter par exemple les problèmes d'amplification dynamique, souvent synonymes d'inconfort voire de rupture de la structure [Jog02]. Les moyens de modélisation pour en obtenir le calcul fiable ont un sens physique immédiat limité, car les modes propres calculés ont une amplitude indéterminée en l'absence de phénomène dissipatif. Cependant, il existe, à une fréquence propre donnée, un champ de contraintes dynamiques dans la structure, qu'il peut être utile de connaître.

Dans FlexIn, la réponse dynamique des structures est résolue par superposition modale, dans laquelle une solution de la forme :

$$\mathbf{X}_g(t) = \sum_{i=1}^p \mathbf{Q}_i \mathbf{q}_g(t) \quad (4.3)$$

est obtenue par une approche *modes réels*.

Les vecteurs \mathbf{q}_g sont de taille $p \times 1$ et décrivent l'évolution temporelle de l'amplitude des modes vibratoires. Les vecteurs \mathbf{Q}_i représentent les déformées modales correspondantes et forment la matrice des vecteurs modaux indépendants :

$$\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1 \quad \dots \quad \mathbf{Q}_p] \quad (4.4)$$

Les déformées modales et les pulsations propres associées ω_i , qui forment une matrice diagonale $\mathbf{diag}(\omega_i^2)$, sont obtenues par résolution du problème libre aux valeurs propres⁶ :

$$(\mathbf{K}_g - \omega_i^2 \mathbf{M}_g) \mathbf{Q}_i = 0 \quad (4.5)$$

6. Etant données une masse symétrique définie positive et une raideur semi-définie positive, l'équation possède p racines réelles.

Dans la suite, les p pulsations propres sont rangées conventionnellement par ordre croissant $\omega_1^2 \leq \omega_2^2 \leq \dots \omega_p^2$.

Les modes propres sont orthogonaux entre eux par rapport aux matrices \mathbf{K}_g et \mathbf{M}_g : pour deux modes \mathbf{Q}_i et \mathbf{Q}_j qui vérifient les conditions d'équilibre dynamique et qui sont normés par rapport à la masse, il découle de la symétrie des matrices raideur et masse :

$$\mathbf{Q}_i^t \mathbf{M}_g \mathbf{Q}_j = \delta_{ij} \quad \text{et} \quad \mathbf{Q}_i^t \mathbf{K}_g \mathbf{Q}_j = \omega_i^2 \delta_{ij} \quad (4.6)$$

en utilisant le symbole de *Kronecker* δ_{ij} , qui a pour valeur 1 si $i = j$ et 0 autrement.

Sous ces hypothèses

$$\mathbf{Q}^t \mathbf{M}_g \mathbf{Q} = \mathbf{I}_{p \times p} \quad \text{et} \quad \mathbf{Q}^t \mathbf{K}_g \mathbf{Q} = \mathbf{diag}(\omega_i^2), \quad (4.7)$$

et le changement de variables des coordonnées physiques aux coordonnées modales

$$\mathbf{X}_g = \mathbf{Q} \mathbf{q}_g \quad (4.8)$$

peut être opéré dans (4.2). En pré-multipliant par \mathbf{Q}^t cette équation dynamique, les relations d'orthogonalité (4.7) conduisent au nouveau système écrit dans la base modale⁷ :

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}}_g + \mathbf{diag}(\omega_i^2) \mathbf{q}_g &= \mathbf{Q}^t \mathbf{E}_g \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{F}_g \mathbf{Q} \mathbf{q}_g \end{aligned} \quad (4.9)$$

4.1.4 Spécification de l'amortissement

L'amortissement reste un phénomène complexe à estimer *a priori* en phase de conception. Les phénomènes de dissipation d'énergie sont multiples et peuvent être représentés par différents modèles rhéologiques et mathématiques (structural, viscoélastique, visqueux [Ber73] [Zha94] [Rao02]). Ils sont généralement dépendants de la fréquence, de la température, du type de déformation, de la géométrie, du matériau [Zen48]. L'introduction de l'amortissement dans la méthode de synthèse optimale demeure donc une tâche délicate.

Les termes d'amortissement sont toutefois difficilement mesurables, et ne peuvent être évalués que grossièrement. Ceci explique en partie pourquoi la matrice d'amortissement de la structure \mathbf{D}_g sera introduite *a posteriori* de façon tout à fait artificielle. Son rôle reste néanmoins crucial, car ce terme assure la restitution d'une stabilité absolue (partie réelle négative des pôles).

7. Par analogie, le système d'entrée \mathbf{u} et de sortie \mathbf{y} résulte, dans la base modale, du découplage de p oscillateurs simples à un seul degré de liberté.

Contrairement à l'approche *modes complexes* qui considère l'amortissement dans la résolution des équations modales⁸, la stratégie adoptée pour l'étude modale sous FlexIn consiste à considérer le système non-dissipatif pour simplifier sa résolution. Cette approche *modes réels*, qui conduit à des composantes modales réelles, a l'avantage de la simplicité, mais elle comporte une difficulté qu'on ne peut contourner qu'au prix d'une hypothèse réductrice. En effet, supposer une matrice $\mathbf{Q}^t \mathbf{D}_g \mathbf{Q}$ d'amortissement exprimée dans la base modale non-diagonale empêcherait de découpler les équations vérifiées par les déplacements modaux \mathbf{q}_g . Cette approche *modes réels* peut être poursuivie en faisant l'hypothèse suivante, dite de *Basile*, qui est justifiée sous certaines réserves, la plus importante étant celle de modes non-voisins [Has76] :

H6 : La matrice d'amortissement sera choisie diagonale dans la base des modes propres, c'est-à-dire que les amortissements seront découplés dans cette base.

D'un point de vue analytique, l'hypothèse **H6** est équivalente à l'existence d'un modèle d'amortissement particulier qui peut toujours s'écrire sous la forme d'une série proposée par *Caughey* [Cau65]

$$\mathbf{D}_g = \mathbf{M}_g \sum_{j=1}^{\mathcal{N}} \alpha_j (\mathbf{M}_g^{-1} \mathbf{K}_g)^{j-1} \quad (4.10)$$

où les coefficients α_j sont à valeurs réelles. Le cas le plus souvent rencontré correspond à $\mathcal{N} = 2$ et est connu sous le nom d'*amortissement de Rayleigh*. Celui-ci envisage initialement la matrice amortissement comme une combinaison linéaire des matrices masse et raideur [Ray77] [Adh06]

$$\mathbf{D}_g = \alpha_1 \mathbf{M}_g + \alpha_2 \mathbf{K}_g \quad (4.11)$$

En définissant l'amortissement du i -ème mode ξ_i et en posant la relation suivante :

$$\mathbf{Q}^t \mathbf{D}_g \mathbf{Q} = \text{diag} (2\xi_i \omega_i), \quad (4.12)$$

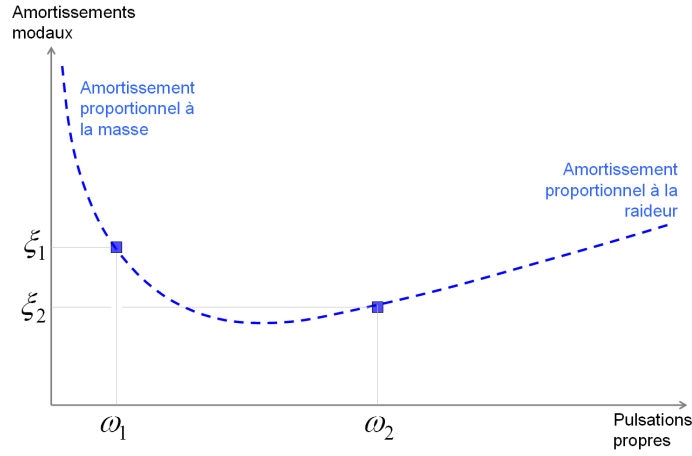
l'amortissement de *Rayleigh* introduit par (4.11) impose une relation particulière de l'amortissement modal, qui est fonction de la fréquence :

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha_1}{\omega_i} + \alpha_2 \omega_i \right) \quad (4.13)$$

Pour pouvoir déterminer les coefficients de proportionnalité α_1 et α_2 , l'amortissement doit être connu pour deux pulsations propres particulières ω_1 et ω_2 . Ce modèle, qui est souvent utilisé dans les codes de logiciels EF (par exemple, *Comsol Multiphysics*) a été implémenté dans FlexIn.

Néanmoins, cela conduit au fait que les amortissements sont alors sur-estimés en basses et hautes fréquences et sous-estimés dans l'intervalle intermédiaire de fréquences

8. Généralement, les modes complexes sont réservés à des cas particuliers comme les structures fortement amorties.

FIGURE 4.5 – Loi d'évolution des amortissements modaux selon le modèle de *Rayleigh*.

(Fig. 4.5). Si la bande de fréquence d'intérêt reste assez large, il peut être difficile d'obtenir des pôles avec des taux d'amortissement proches de ceux qui seront rencontrés expérimentalement.

Cette limitation est une motivation pour introduire dans FlexIn un second modèle d'amortissement, qui consiste à choisir une matrice d'amortissement diagonale de coefficients modaux constants. En effet, lors de la spécification du problème d'optimisation, le concepteur de mécanisme peut sans a priori choisir une distribution uniforme des amortissements modaux sur le spectre fréquentiel d'intérêt. C'est généralement lors des phases de post-traitement que le concepteur affine le modèle pour simuler plus rigoureusement le comportement dynamique de la structure.

Ces valeurs de coefficients d'amortissement sont à renseigner sur la base d'essais d'identification modale sur la structure, ou, le cas échéant, à partir de connaissances estimées a priori. Généralement, les amortissements modaux des structures flexibles restent très faibles (de l'ordre de quelques pourcents [Pre02]). Par ailleurs, les amortissements modaux rencontrés dans les transducteurs piézoélectriques, utilisés notamment en vibro-acoustique pour la conception de micro-résonateurs en raison de leur grand facteur de qualité mécanique Q_m (de l'ordre de 50 à 150), possèdent intrinsèquement de faibles amortissements, souvent inférieurs à 1% [Ant03] [Nad04].

4.1.5 Modèle d'état des structures flexibles

Sous les hypothèses d'amortissement proportionnel (hypothèse **H6**), les structures FlexIn possèdent un modèle dynamique amorti qui se présente sous la forme du doublet d'équations matricielles suivant :

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{q}}_g + \text{diag}(2\xi_i\omega_i) \dot{\mathbf{q}}_g + \text{diag}(\omega_i^2) \mathbf{q}_g &= \mathbf{b}_g^t \mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{c}_g \mathbf{q}_g \end{aligned} \quad (4.14)$$

dans lequel $\mathbf{b}_g = [\mathbf{b}_1 \dots \mathbf{b}_p]$ de dimension $s \times p$ et $\mathbf{c}_g = [\mathbf{c}_1 \dots \mathbf{c}_p]$ de dimension $r \times p$ sont définis à partir des vecteurs réels (4.9) :

$$\begin{aligned}\mathbf{b}_i &= \mathbf{E}_g^t \mathbf{Q}_i \\ \mathbf{c}_i &= \mathbf{F}_g \mathbf{Q}_i\end{aligned}\tag{4.15}$$

$\mathbf{b}_i \in \mathbb{R}^s$ (respectivement $\mathbf{c}_i \in \mathbb{R}^r$) définit la i -ème colonne de $\mathbf{E}_g^t \mathbf{Q}$ (respectivement $\mathbf{F}_g \mathbf{Q}$).

En accord avec [Lim93], un vecteur d'état modal \mathbf{x} de dimension $N \times 1$ (où $N = 2p$) peut être choisi tel que :

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}}_{g_1} & \omega_1 \mathbf{q}_{g_1} & \dots & \dot{\mathbf{q}}_{g_p} & \omega_p \mathbf{q}_{g_p} \end{pmatrix}^t \tag{4.16}$$

avec l'avantage que les composantes du vecteur d'état possèdent toutes la même unité, contrairement à un choix plus classique du type position et vitesse [Hac93]. Dans ce choix de vecteur d'état, ω_i représente la pulsation du i -ème mode et \mathbf{q}_{g_i} le vecteur de déplacement modal associé. Le triplet de matrices $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ de la représentation d'état

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}\end{aligned}\tag{4.17}$$

qui est associée à ce choix de vecteur s'écrit :

$$\mathbf{A} = \text{diag}(\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_p), \quad \mathbf{B} = (\mathbf{B}_1^t, \dots, \mathbf{B}_p^t)^t, \quad \text{et} \quad \mathbf{C} = (\mathbf{C}_1, \dots, \mathbf{C}_p) \tag{4.18}$$

avec, pour $i = 1, \dots, p$,

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} -2\xi_i \omega_i & -\omega_i \\ \omega_i & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_i^t \\ \mathbf{0}_{1 \times s} \end{bmatrix}, \quad \text{et} \quad \mathbf{C}_i = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{r \times 1} & \frac{1}{\omega_i} \mathbf{c}_i \end{bmatrix} \tag{4.19}$$

La matrice d'état \mathbf{A} est implicitement fonction des caractéristiques de certains paramètres de spécifications de la structure mécanique (comme la configuration, la topologie, le couple matériau(x)/épaisseur). La matrice de commande \mathbf{B} est plus directement liée au type⁹ et à l'emplacement des actionneurs, et la matrice d'observation \mathbf{C} à l'emplacement de la sortie mécanique observée.

Ainsi, dans la terminologie automatique [Lim93], la structure flexible est définie comme un système linéaire temporellement invariant (*LTI*), faiblement amorti, de dimension finie, commandable et observable¹⁰, qui possède des paires de pôles complexes conjugués.

A partir du calcul du modèle d'état des structures, une nouvelle stratégie de conception optimale de mécanismes flexibles est proposée. Elle est présentée dans les paragraphes suivants. Elle prend en considérations les caractéristiques de la réponse fréquentielle de ces systèmes flexibles.

9. Actionneurs définis en force ou en déplacement.

10. Les notions duales de commandabilité et observabilité seront abordées au paragraphe 4.2.2.

En effet, deux problèmes ardues se posent pour l'automaticien qui souhaite aborder la commande des mécanismes flexibles [Gro08] :

- l'identification des modes dominants pour le calcul d'un modèle réduit qui soit le plus précis possible d'une part ;
- la synthèse de correcteurs robustes adaptés aux systèmes flexibles d'autre part.

Dans FlexIn, chacun de ces deux points fait donc l'objet d'un nouveau critère qui lui est dédié. Le paragraphe 4.2 aborde spécifiquement la notion de réduction de modèle pour aboutir à l'écriture du premier critère. Quant au paragraphe 4.3, il propose un indice de performances qui prend en compte certaines considérations de stabilité robuste.

4.2 Un nouveau critère pour l'évaluation de la qualité de la réduction de modèle : \mathcal{J}_1^k

4.2.1 Identification modale

Le mot *identification* est utilisé ici pour désigner l'ensemble des méthodes dont l'objectif est de caractériser un modèle paramétrique (modèle d'état, pôle/mode complexe, ou modes normaux/amortissement) à partir de mesures de la réponse dynamique d'une structure. Ce problème général fait l'objet d'une littérature abondante en *analyse modale expérimentale* pour les mécaniciens, ou *identification de systèmes* pour les automaticiens.

Dans les coordonnées physiques, le nombre de degrés de liberté d'un modèle discrétisé de structure par la méthode EF est généralement très important (4.9) et ce, d'autant plus que la géométrie laisse apparaître un nombre de nœuds important. Cependant, pour la commande, et notamment pour l'utilisation des méthodologies de synthèse modernes, il reste indispensable de se ramener à des modèles identifiés qui soient d'ordre le plus faible possible. La réduction de modèle semble donc être la seule solution pour se ramener à un système d'ordre raisonnable.

La technique de la troncature dans la base de représentation modale peut être un moyen de réduire de manière drastique le nombre de degrés de liberté contribuant effectivement à la réponse du mécanisme. Cette technique impose de calculer la matrice de transfert \mathbf{G} en fonction de la variable de Laplace s ,

$$\mathbf{y}(s) = \mathbf{G}(s) \mathbf{u}(s), \quad (4.20)$$

qui lie les entrée(s)-sortie(s) du système par une décomposition en matrices de transfert modales.

La réponse continue \mathbf{y} de la structure à une excitation harmonique stationnaire \mathbf{u} est également harmonique de même fréquence, puisque le système est considéré linéaire. La matrice des fonctions de transfert de la structure dans les coordonnées modales est :

$$\mathbf{G}(s) = \mathbf{C}(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \quad (4.21)$$

Sa décomposition en fonctions de transfert modales devient :

$$\mathbf{G}(s) = \sum_{i=1}^p \mathbf{G}_i(s) \quad (4.22)$$

où

$$\mathbf{G}_i(s) = \mathbf{C}_i (s\mathbf{I} - \mathbf{A}_i)^{-1} \mathbf{B}_i = \frac{\mathbf{c}_i \mathbf{b}_i^t}{s^2 + 2\xi_i \omega_i s + \omega_i^2} \quad (4.23)$$

est la matrice de fonctions de transfert du i -ième mode [Gaw03].

Pour une bande de fréquence limitée aux m premiers modes, le développement dynamique peut être scindé en la contribution des modes basse-fréquence ($i \leq m$) qui répondent de manière dynamique et la contribution des modes haute-fréquence qui répondent de manière statique :

$$\mathbf{G}(s) = \sum_{i=1}^m \frac{\mathbf{c}_i \mathbf{b}_i^t}{s^2 + 2\xi_i \omega_i s + \omega_i^2} + \sum_{i=m+1}^p \frac{\mathbf{c}_i \mathbf{b}_i^t}{\omega_i^2} \quad (4.24)$$

Ce dernier terme, parfois appelé *modes résiduels*, est indépendant de la fréquence et introduit une relation de proportionnalité entre la sortie et l'entrée. Par ailleurs, il joue un rôle important dans la prédiction des zéros du transfert entrée-sortie.

A partir de l'expansion modale du transfert entrée(s)-sortie(s), la troncature modale peut s'avérer être une opération délicate.

Elle passe nécessairement par un choix à faire sur le compromis entre l'ordre du modèle tronqué et sa précision de représentation du modèle complet. Sans que l'ordre ne deviennent trop élevé, il faut veiller à ce que le contenu fréquentiel ne soit pas insuffisant en ne retenant qu'un nombre trop faible de modes .

La troncature modale peut aussi engendrer des phénomènes indésirables liés aux modes non-modélisés, car le contrôleur agira non-seulement sur les modes contrôlés, mais aussi sur les modes résiduels. Les effets de ce phénomène, qualifié de *spillover de contrôle*, peuvent être atténués par un choix de conception judicieux pouvant porter sur le dimensionnement de la structure ou l'emplacement des actionneurs/capteurs pour que ceux-ci agissent efficacement sur les modes contrôlés, tout en réduisant l'influence du contrôle sur les modes résiduels.

De la même façon, la troncature modale du modèle de contrôle utilisé pour calculer l'observateur introduit des erreurs dans l'estimation du vecteur d'état à contrôler : c'est le phénomène de *spillover d'observation* [Col01].

Ces erreurs d'observation sont amplifiées par les gains d'observation, qui sont à nouveau amplifiées par les gains de contrôle. L'ensemble *spillover de contrôle* et *spillover d'observation* peut éventuellement former une boucle instable.

Pour éviter ce risque, il est nécessaire de conduire les simulations avec un modèle de structure (modèle de simulation) le plus fin possible, qui inclut tous les modes possédant une contribution significative dans la réponse du système. Ainsi, un nouveau critère \mathcal{J}_1^k est implémenté dans FlexIn. Il s'appuie sur les notions duales de commandabilité et d'observabilité, qui sont décrites dans le paragraphe suivant.

4.2.2 Commandabilité et observabilité de l'état

Les notions de commandabilité et observabilité sont fondamentales pour l'étude des systèmes en vu de leur commande. Elles sont généralement définies à partir du modèle d'état du système considéré, ce qui permet de les caractériser facilement grâce à divers critères. Les définitions suivantes sont données dans le cadre de la théorie des systèmes *LTI*, modélisés par leur représentation d'état (4.17).

La commandabilité d'un système caractérise sa capacité à voir son comportement évoluer sous l'action de la commande.

Définition de la commandabilité : Une variable d'état x_i est commandable s'il est possible de déterminer une commande $\mathbf{u}(t)$ sur un intervalle $[t_0, t_f]$ conduisant tout état initial $x_i(t_0)$ en 0 en un temps t_1 tel que $t_0 < t_1 < t_f$.

Si cette propriété est vraie pour tout t_0 et pour toute variable du vecteur d'état, alors le système est dit complètement commandable. On dit aussi que la paire (\mathbf{A}, \mathbf{B}) est commandable.

Plus généralement, toute paire (\mathbf{A}, \mathbf{B}) peut se décomposer en sous-espaces d'états commandables et non-commandables par transformation orthogonale [Bor92].

L'observabilité d'un système caractérise, quant à elle, la possibilité de déterminer son état à partir des mesures de sa sortie.

Définition de l'observabilité : Une variable d'état x_i est observable s'il est possible de déterminer $x_i(t_0)$ à partir de la connaissance de la sortie $\mathbf{y}(t)$ sur un intervalle $[t_0, t_f]$.

Si cette propriété est vraie pour tout t_0 et pour toute variable du vecteur d'état, alors le système est dit complètement observable. On dit aussi que la paire (\mathbf{A}, \mathbf{C}) est observable.

De la même manière, toute paire (\mathbf{A}, \mathbf{C}) peut se décomposer en sous-espaces d'états observables et non-observables.

Les critères classiques de *Kalman*, de *Popov/Belevitch/Hautus (PBH)* qui sont calculés à partir des matrices de la représentation d'état, sont utilisés pour déterminer ou non la commandabilité/observabilité du système linéaire. Chacun d'entre eux est brièvement présenté ci-après.

Critères de Kalman : Ces critères reposent sur le calcul du rang de deux matrices $\mathcal{C}_{\mathbf{A},\mathbf{B}}$ et $\mathcal{O}_{\mathbf{A},\mathbf{C}}$, dites de commandabilité et d'observabilité. Celles-ci sont calculées comme suit :

$$\mathcal{C}_{\mathbf{A},\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{AB} & \dots & \mathbf{A}^{N-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \mathcal{O}_{\mathbf{A},\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \vdots \\ \mathbf{C}^{N-1}\mathbf{A} \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Si $\mathcal{C}_{\mathbf{A},\mathbf{B}}$ (respectivement $\mathcal{O}_{\mathbf{A},\mathbf{C}}$) est de rang plein, c'est-à-dire égal à la dimension de l'état, alors le système est commandable (respectivement observable).

Critères de PHB : Deux tests différents portant sur les valeurs et vecteurs propres de la matrice dynamique \mathbf{A} permettent de caractériser la commandabilité et l'observabilité de l'état.

– Commandabilité :

- (a). Un système linéaire est commandable si, pour chaque valeur propre λ de \mathbf{A} , la matrice suivante est de rang N :

$$\begin{bmatrix} (\lambda\mathbf{I} - \mathbf{A}) & \mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

- (b). Un système linéaire est commandable s'il n'existe pas de vecteur propre à gauche \mathbf{v}_i de \mathbf{A} qui soit orthogonal à toutes les colonnes de \mathbf{B} :

$$\text{Si } \mathbf{v}_i^t \mathbf{A} = \lambda_i \mathbf{v}_i^t \quad \text{alors} \quad \mathbf{v}_i^t \mathbf{B} = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{v}_i \equiv \mathbf{0} \quad (4.27)$$

– Observabilité :

- (a). Un système linéaire est observable si, pour chaque valeur propre λ de \mathbf{A} , la matrice suivante est de rang N :

$$\begin{bmatrix} \lambda\mathbf{I} - \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (4.28)$$

- (b). Un système linéaire est observable s'il n'existe pas de vecteur propre à droite \mathbf{p}_i de \mathbf{A} qui soit orthogonal à toutes les colonnes de \mathbf{C} :

$$\text{Si } \mathbf{A}\mathbf{p}_i = \lambda_i \mathbf{p}_i \quad \text{alors} \quad \mathbf{C}\mathbf{p}_i = \mathbf{0} \Rightarrow \mathbf{p}_i \equiv \mathbf{0} \quad (4.29)$$

Enfin, il existe encore d'autres critères portant sur l'écriture des grammiens, qui permettent de qualifier la commandabilité et l'observabilité d'un système. Ils sont rappelés ici.

Critères sur les grammiens : Ces critères reposent sur les grammiens asymptotiques pour les systèmes stables¹¹.

11. La stabilité est assurée dès lors que la matrice \mathbf{A} de la représentation d'état est *Hurwitz*, c'est-à-dire ne possède que des valeurs propres à parties réelles strictement négatives.

Le système est commandable si le grammien de commandabilité asymptotique W_C calculé comme suit :

$$W_C = \int_0^{+\infty} e^{A\tau} B B^t e^{A^t\tau} d\tau \quad (4.30)$$

est défini positif.

Le système est observable si le grammien d'observabilité asymptotique W_O calculé comme suit :

$$W_O = \int_0^{+\infty} e^{A^t\tau} C^t C e^{A\tau} d\tau \quad (4.31)$$

est défini positif.

Il peut également être montré que les grammien de commandabilité et d'observabilité asymptotiques peuvent être obtenus à l'aide des équations de Lyapunov suivantes :

$$\begin{aligned} A W_C + W_C A^t + B B^t &= 0 \\ A^t W_O + W_O A + C^t C &= 0 \end{aligned} \quad (4.32)$$

W_C et W_O sont définis comme les uniques solutions de (4.32). Ils sont symétriques définis positifs.

Ces différents critères permettent de déterminer de manière binaire si le système est, ou n'est pas, commandable/observable. Toutefois, ils ne permettent pas de quantifier les degrés de commandabilité et observabilité du système, ni ceux de chacun des modes dans le cas des systèmes flexibles.

Remarque : Pour les systèmes *MIMO*, la commandabilité (respectivement l'observabilité) est étudiée pour une entrée j (respectivement sortie k) en remplaçant dans les différents critères les matrices B (respectivement C) par le vecteur colonne constitué de la $j^{texttime}$ colonne de B (respectivement par le vecteur ligne constitué de la $k^{texttime}$ ligne de C).

4.2.3 Interprétation des grammien

Le problème de commande des structures flexibles, plus particulièrement celui du nombre et de l'emplacement des actionneurs et des capteurs, constitue un axe de recherche important [Gaw96]. En particulier, des stratégies de placement ont été menées à l'aide de certaines mesures des degrés de commandabilité et d'observabilité :

- par l'approximation de la taille de l'hyper-région des états commandables [Vis84] ;
- par des fonctions de coût modal des entrées et des sorties sur les performances du système [Ske80] [Ske83] ;

- par des interprétations géométriques sur les vecteurs propres de la matrice dynamique \mathbf{A} et les colonnes de la matrice d'entrée \mathbf{B} ou les lignes de la matrice \mathbf{C} [Ham89].

Le plus souvent, ces mesures sont fondées sur l'interprétation énergétique qu'il est possible de faire des grammians de commandabilité et observabilité. La maximisation de certains critères mathématiques permet d'optimiser les échanges d'énergie entre le système et son environnement, c'est-à-dire de minimiser l'énergie de commande nécessaire au contrôle de l'état et de maximiser l'énergie de sortie générée par l'état du système.

Résultats : *L'énergie de sortie d'un système libre (c'est-à-dire $\mathbf{u}(t)=\mathbf{0}$) générée par un état initial \mathbf{x}_0 est donnée par :*

$$\int_0^{+\infty} \mathbf{y}(t)^t \mathbf{y}(t) dt = \mathbf{x}_0^t \mathbf{W}_O \mathbf{x}_0 \quad (4.33)$$

L'énergie de commande minimale pour atteindre un état final $\mathbf{x}(+\infty) = \mathbf{x}_f$ depuis une condition initiale nulle $\mathbf{x}(0) = \mathbf{x}_0$ s'exprime selon :

$$\underset{\mathbf{u}}{\text{Min}} \int_0^{+\infty} \mathbf{u}(t)^t \mathbf{u}(t) dt = \mathbf{x}_f^t \mathbf{W}_C \mathbf{x}_f \quad (4.34)$$

Ainsi, des stratégies peuvent s'attacher à rechercher la forme optimale des grammians \mathbf{W}_C et \mathbf{W}_O indépendamment des conditions initiales [Geo95].

Par ailleurs, une interprétation géométrique de ces grammians est également possible grâce à leur décomposition en valeurs singulières [Moo81] [Enn84]. En effet, pour un système LTI stable, l'ensemble de l'espace commandable (respectivement observable) définit un ellipsoïde de commandabilité (respectivement observabilité), dont les axes sont portés par les directions engendrées par les vecteurs singuliers [Gre05]. Quant aux longueurs des axes, elles sont fonctions des valeurs singulières de chacun des grammians.

L'optimisation par la maximisation de critères portant sur la trace des grammians permet de prendre en compte toutes les directions principales [Mar03]. L'inconvénient d'un tel critère comme mesure métrique globale pour le placement optimal actionneur/capteur est qu'il ignore les directions les moins commandables et/ou observables ; en effet, ces dernières sont occultées par celles de plus fort degré de commandabilité/observabilité [Gaw96]. Une approche alternative consiste à maximiser le déterminant des grammians¹², ce qui permet de tenir compte de toutes les directions de manière équivalente [Gaw96]. D'autres auteurs comme [Geo95] proposent de maximiser la plus petite valeur propre des grammians pour assurer un transfert minimal dans chaque direction principale. Enfin, d'autres critères plus complexes sont évidemment possibles, le choix précis du critère dépendant des objectifs retenus pour la commande [Lac93] [Lel01] [Ker02].

12. Géométriquement, ce critère est directement lié au volume de l'ellipsoïde.

4.2.4 Ecriture des grammians modaux

Sous les hypothèses d'amortissement modaux faibles et de fréquences naturelles bien espacées, les formes diagonales par blocs du triplet matriciel $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$ de la représentation d'état 4.17 peuvent être exploitées pour donner une expression analytique des solutions aux équations modales de *Lyapunov*. Les grammians modaux de commandabilité et d'observabilité sont à dominance diagonale [Wil90] [Gaw91] et sont donnés par :

$$\begin{aligned}\mathbf{W}_C &= \text{diag} \left(\mathbf{W}_{C_{11}}, \dots, \mathbf{W}_{C_{pp}} \right) \\ \mathbf{W}_O &= \text{diag} \left(\mathbf{W}_{O_{11}}, \dots, \mathbf{W}_{O_{pp}} \right)\end{aligned}\quad (4.35)$$

où les équations de Lyapunov deviennent pour un mode stable i ,

$$\begin{aligned}\mathbf{A}_i \mathbf{W}_{C_{ii}} + \mathbf{W}_{C_{ii}} \mathbf{A}_i^t + \mathbf{B}_i \mathbf{B}_i^t &= \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_i^t \mathbf{W}_{O_{ii}} + \mathbf{W}_{O_{ii}} \mathbf{A}_i + \mathbf{C}_i^t \mathbf{C}_i &= \mathbf{0}\end{aligned}\quad (4.36)$$

avec, pour $i = 1, \dots, p$,

$$\mathbf{W}_{C_{ii}} = \frac{\mathbf{b}_i^t \mathbf{b}_i}{4\xi_i \omega_i} \mathbf{I}_{2 \times 2} \quad \text{et} \quad \mathbf{W}_{O_{ii}} = \frac{\mathbf{c}_i^t \mathbf{c}_i}{4\xi_i \omega_i^3} \mathbf{I}_{2 \times 2} \quad (4.37)$$

Les scalaires $\mathbf{b}_i^t \mathbf{b}_i = (\|\mathbf{b}_i\|_2)^2$ et $\mathbf{c}_i^t \mathbf{c}_i = (\|\mathbf{c}_i\|_2)^2$ sont appelés *coefficients de grammians modaux*¹³. Pour un mode donné (ξ_i et ω_i fixés), ils représentent les influences relatives des différents actionneurs sur le mode i et la façon dont le mode i se manifeste au travers des différents capteurs.

Notons que les approximations des grammians modaux ci-dessus (4.37) indiquent que les modes hautes-fréquences très amortis sont parmi les moins commandables et observables.

4.2.5 Cas de la base équilibrée

Les méthodes précédentes ont pour but d'optimiser séparément la commandabilité et l'observabilité de l'état. Un effet néfaste serait de commander efficacement un sous-espace d'état mais d'en observer efficacement un autre. Quand l'objectif est plutôt de contrôler les sorties, il peut être plus intéressant d'optimiser les termes diagonaux des grammians du système, dans une base dite *équilibrée* [Tom87].

Cette base est définie comme celle dans laquelle les grammians de commandabilité et observabilité sont diagonaux et égaux. Le détail du calcul de l'obtention de la base *équilibrée* est reporté en annexe G. Il vient alors :

$$\mathbf{W}_C = \mathbf{W}_O = \mathbf{W} = \text{diag} \left(\sigma_1 \dots \sigma_N \right) \quad (4.38)$$

où les scalaires σ_i sont appelés *valeurs singulières de Hankel*, notées *HSV* dans la suite. Ces termes reflètent les commandabilité et observabilité *jointes* des variables d'état dans

13. La notation $\|\cdot\|_2$ désigne la norme 2 standard.

la base équilibrée. Par exemple, des *HSV* importantes traduisent l'existence d'un sous-espace à la fois très commandable et observable, donc une bonne commandabilité des sorties par les entrées. Les *HSV* sont définies à partir des valeurs propres λ_i du produit des grammiens de commandabilité et d'observabilité, comme suit :

$$\sigma_i = \sqrt{\lambda_i(\mathbf{W}_C \mathbf{W}_O)}, \quad i = 1, \dots, N \quad (4.39)$$

4.2.6 Réduction de *Moore*

La technique de *Moore* [Moo81], qui consiste à éliminer les états peu commandables et observables, se révèle très précieuse lorsqu'il est nécessaire d'élaborer un modèle réduit. Quelques remarques fondamentales tirées de la démonstration de *Moore* viennent compléter cette approche [Per82].

Soit le triplet matriciel $(\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{C}})$ de la représentation d'état du système initial (4.17) écrite dans la base *équilibrée*, présenté en ordonnant les états du modèle selon les valeurs décroissantes des *HSV* correspondantes :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_1 \\ \dot{\tilde{\mathbf{x}}}_2 \end{bmatrix} &= \left[\begin{array}{c|c} \tilde{\mathbf{A}}_{11} & \tilde{\mathbf{A}}_{12} \\ \hline \tilde{\mathbf{A}}_{21} & \tilde{\mathbf{A}}_{22} \end{array} \right] \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_1 \\ \tilde{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{B}}_1 \\ \tilde{\mathbf{B}}_2 \end{bmatrix} u \\ y &= \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_1 & \tilde{\mathbf{C}}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_1 \\ \tilde{\mathbf{x}}_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.40)$$

avec

$$\begin{aligned} \mathbf{W} &= \text{diag}(\mathbf{W}_1 \mathbf{W}_2) \\ &= \text{diag}(\sigma_1 \quad \dots \quad \sigma_k \quad \sigma_{k+1} \quad \dots \quad \sigma_N) \end{aligned} \quad (4.41)$$

et

$$\sigma_{k+1} \leq \sigma_k \quad (4.42)$$

Avec ce choix de notations, $\tilde{\mathbf{x}}_1 \in \mathbb{R}^k$ et $\tilde{\mathbf{x}}_2 \in \mathbb{R}^{N-k}$.

Résultats : [Per82]

- Soient \mathbf{u}_1 et \mathbf{u}_2 deux signaux d'entrée d'énergies minimales permettant d'amener le système aux états respectifs $\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_1^t(\tau) & \mathbf{0} \end{bmatrix}^t$ et $\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{x}}_2^t(\tau) \end{bmatrix}^t$. Il peut être démontré que :

$$\frac{\int_0^\tau \|\mathbf{u}_2(t)\|_2^2 dt}{\int_0^\tau \|\mathbf{u}_1(t)\|_2^2 dt} \geq \frac{\sigma_k}{\sigma_{k+1}} \frac{\|\tilde{\mathbf{x}}_2(\tau)\|_2^2}{\|\tilde{\mathbf{x}}_1(\tau)\|_2^2} \quad (4.43)$$

En supposant que $\sigma_k \gg \sigma_{k+1}$ et $\int_0^\tau \|\mathbf{u}_2(t)\|_2^2 dt = \int_0^\tau \|\mathbf{u}_1(t)\|_2^2 dt$, il vient

$$\|\tilde{\mathbf{x}}_2(\tau)\|_2^2 \ll \|\tilde{\mathbf{x}}_1(\tau)\|_2^2 \quad (4.44)$$

ce qui signifie que les états associés à la partie $\tilde{\mathbf{x}}_2$ sont nettement moins influencés par le signal d'entrée que ne le sont les états associés à $\tilde{\mathbf{x}}_1$.

- Soient \mathbf{y}_1 et \mathbf{y}_2 deux signaux observés en sortie sur un temps τ à partir des états respectifs $\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{x}}_1^t(0) & \mathbf{0} \end{bmatrix}^t$ et $\begin{bmatrix} \mathbf{0} & \tilde{\mathbf{x}}_2^t(0) \end{bmatrix}^t$, le système étant non-forcé. Il vient alors

$$\int_0^\tau \|\mathbf{y}_2(t)\|_2^2 dt \ll \int_0^\tau \|\mathbf{y}_1(t)\|_2^2 dt \quad (4.45)$$

en supposant que $\sigma_k \gg \sigma_{k+1}$ et $\|\tilde{\mathbf{x}}_1(0)\|_2 = \|\tilde{\mathbf{x}}_2(0)\|_2$. Les états associés à $\tilde{\mathbf{x}}_2$ contribuent donc très peu au signal de sortie.

En conclusion, il est raisonnable de penser que la partie $\tilde{\mathbf{x}}_2$ du vecteur d'état ne va pas affecter de façon importante le comportement entrée-sortie du système dans le cas où $\sigma_k \gg \sigma_{k+1}$. Le sous-système *dominant* $(\tilde{\mathbf{A}}_{11}, \tilde{\mathbf{B}}_1, \tilde{\mathbf{C}}_1)$ est donc susceptible d'assurer une bonne approximation du modèle original au sens décrit ci-dessus (Fig. 4.6).

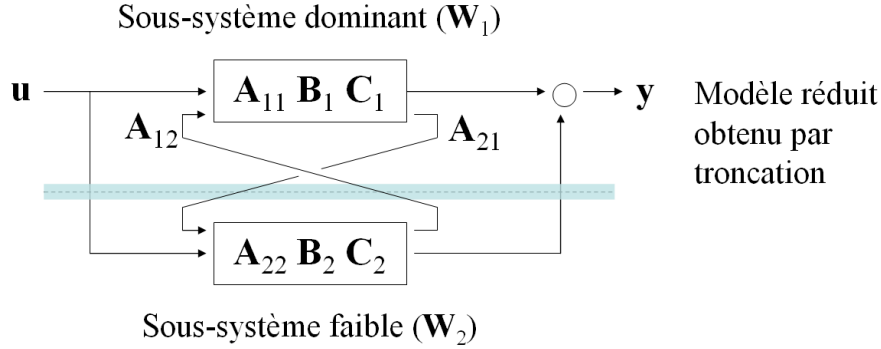


FIGURE 4.6 – Réduction de modèle par la méthode de la réalisation *équilibrée*.

4.2.7 Equivalence base modale et base *équilibrée*

Les *HSV* sont donc une bonne indication de la précision du modèle réduit. Elles ont la propriété remarquable de rester invariantes, même dans le cas de changement de coordonnées d'état par une transformation linéaire [Bor92]. De plus, dans le cas spécifique des structures flexibles, il est montré que la base modale et la base *équilibrée* sont équivalentes pour les systèmes faiblement amortis, car l'expression des grammians modaux laisse apparaître une forme diagonale [Jon84]. Ainsi, la prédominance diagonale des grammians de commandabilité et observabilité dans la base modale implique que les directions principales de commandabilité et observabilité sont approximativement les mêmes que les directions principales de la réalisation *équilibrée*.

Compte-tenu de (4.37) et (4.39), les *HSV* peuvent être facilement approchées par l'expression suivante

$$\sigma_i = \frac{\|b_i\|_2 \|c_i\|_2}{4\xi_i \omega_i^2} \quad (4.46)$$

Le critère à implémenter doit permettre d'optimiser la réduction de modèle du système par troncature directe dans la base modale. Les *HSV* seront calculées selon (4.46).

4.2.8 Ecriture du critère numérique \mathcal{J}_1^k

Dès l'étape de conception du système flexible, la réduction optimale du modèle dynamique peut être prise en compte dans FlexIn grâce à un nouveau critère \mathcal{J}_1^k . Par son implémentation logicielle, ce critère numérique doit répondre à une double exigence :

- d'une part, il doit permettre de laisser le concepteur libre de choisir le nombre k de modes vibratoires dominants de la structure ;
- d'autre part, il doit permettre de quantifier l'erreur causée par l'approximation du modèle complet en un modèle tronqué aux k premiers modes.

Les autorités de contrôle sur les k premiers modes doivent ainsi être maximisées. À l'inverse, celles sur les modes plus haute-fréquence situés hors de la bande d'intérêt (modes supérieurs au $(k+1)^{\text{ième}}$ mode) sont minimisées pour limiter à terme les risques de déstabilisation (*spillover*). Ces états modaux caractérisés par de faibles *HSV* sont faiblement commandables et observables et peuvent ainsi être écartés du modèle. Le critère \mathcal{J}_1^k proposé, qui doit être maximisé, prend ainsi la forme suivante :

$$\mathcal{J}_1^k = \frac{\sum_{i=1}^k \sigma_i}{\sum_{i=k+1}^p \sigma_i} \quad (4.47)$$

où les σ_i sont ordonnées selon les modes ω_i croissants.

Remarque 1 : La définition de la norme infinie $\|\cdot\|_\infty$ peut permettre une interprétation graphique du critère. Cette norme caractérise l'amplification du signal d'entrée que le système peut produire en sortie. Dans le cas de systèmes *SISO*, elle représente directement la valeur de l'amplitude maximale de la réponse fréquentielle. La norme infinie d'un mode vibratoire

$$\|G_i\|_\infty = \max_{\omega} |G_i(\omega)| \quad (4.48)$$

peut être estimée en première approximation comme l'amplitude prise à la pulsation naturelle ω_i ¹⁴ [Gaw03]

$$\|G_i\|_\infty \simeq \frac{\|b_i\|_2 \|c_i\|_2}{2\xi_i \omega_i^2} \quad (4.49)$$

D'après (4.46), σ_i est ainsi directement proportionnelle à l'amplitude du pic de résonance

$$\|G_i\|_\infty \simeq 2\sigma_i \quad (4.50)$$

ce qui laisse augurer par l'utilisation du critère \mathcal{J}_1^k une forme de la réponse fréquentielle de la structure telle que décrite à la Fig. 4.7.

14. Dans le cas d'un faible amortissement, le mode de résonance d'un système du second ordre peut être confondu avec le mode propre.

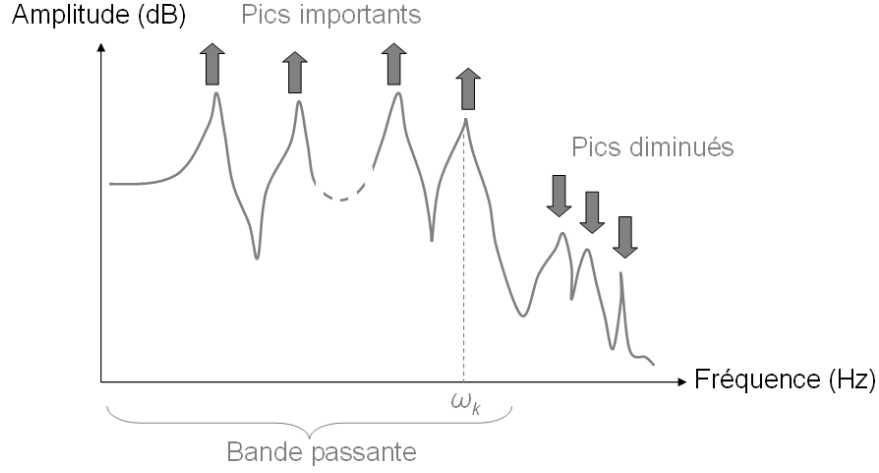


FIGURE 4.7 – Forme de la réponse fréquentielle en amplitude d'un système dans le cas SISO favorisée par l'utilisation du critère \mathcal{J}_1^k : l'amplitude des pics de résonance est maximisée dans la fenêtre fréquentielle $[0; \omega_k]$ et est minimisée sur $[\omega_k; +\infty]$.

Remarque 2 : Le critère \mathcal{J}_1^k permet par ailleurs de quantifier indirectement l'erreur de précision du modèle réduit. En effet, la maximisation de \mathcal{J}_1^k induit une minimisation de la quantité $\sum_{i=k+1}^p \sigma_i$. Soit $\tilde{\mathbf{G}}_k$ le modèle réduit obtenu par troncature de \mathbf{G} aux k premiers modes :

$$\tilde{\mathbf{G}}_k(s) = \sum_{i=1}^k \mathbf{G}_i(s) \quad (4.51)$$

L'erreur en norme infinie a pour borne supérieure [Glo84]

$$\|\mathbf{G} - \tilde{\mathbf{G}}_k\|_{\infty} \leq 2 \sum_{i=k+1}^p \sigma_i \quad (4.52)$$

l'égalité étant atteinte pour $k = p-1$ (un seul état tronqué). Donc, le critère \mathcal{J}_1^k minimise indirectement l'erreur de la réduction du modèle au sens de la norme infinie.

4.3 Un nouveau critère pour forcer la propriété d'alternance pôles/zéros : $\mathcal{J}_2^{k'}$

4.3.1 Problématiques liées à la commande

Les imperfections des techniques de représentation des structures flexibles sont nombreuses et se retrouvent lors de leur commande.

La trop grande schématisation du comportement structural des matériaux, les non-linéarités mécaniques et les variations locales de géométrie sont autant de sources possibles qui peuvent affecter les modes flexibles d'une structure. De même, les imperfections

des réalisations des encastrement peuvent modifier la nature des conditions aux limites et par là-même le comportement global du système. Ainsi, les performances atteignables sont limitées [Vin96] :

- par la qualité du modèle ou la capacité de la commande à prendre en compte convenablement les incertitudes de modélisation ;
- par la complexité de la loi synthétisée et la puissance de calcul des processeurs permettant sa mise en oeuvre sur le système physique.

Le premier aspect renvoie à la notion de robustesse. En faisant abstraction du critère \mathcal{J}_1^k , la taille importante des données de la représentation d'état de ces systèmes conduit à une richesse modale telle qu'il n'est pas toujours possible de tronquer le modèle sans dégrader fortement les performances. Le concepteur cherchera donc à utiliser un critère d'optimisation qui lui assurera à terme une certaine robustesse dans la stabilité de la commande synthétisée. La commande devra pouvoir faire face, entre autres, aux éventuelles variations fréquentielles des résonances et antirésonances, ainsi qu'aux dynamiques très rapides¹⁵ et résonantes du système.

Pour répondre à la seconde exigence posée par la commande de ces systèmes, les techniques de synthèse robuste (type H_2 , H_∞ ou μ -analyse) peuvent prendre en compte ces incertitudes de modèles et ont été largement utilisées dans la commande active des structures flexibles [Hal02a] [Hal02c] [Abr03]. En revanche, l'inconvénient de ces méthodologie de synthèse est qu'elles conduisent généralement à des correcteurs d'ordre élevé, entraînant potentiellement des difficultés numériques qui limitent leur implémentation.

Enfin, il ne faut pas oublier qu'un des rôles premiers de la commande des structures flexibles est de réduire les effets transitoires indésirables et d'assurer le rejet des perturbations. L'énergie doit en premier lieu être mise à profit pour réduire les effets des pics de résonance sur la réponse du système. Dans le plan complexe, accroître l'amortissement modal ξ_i d'un mode ω_i donné revient à mettre en place des stratégies qui sont capables de déplacer les pôles du système vers la *gauche* (et vers le *bas*) (Fig. 4.8).

Ainsi, nous avons mis en place un second critère $\mathcal{J}_2^{k'}$ dans FlexIn pour permettre, dès l'étape de conception des systèmes flexibles, de répondre à ces contraintes de commande. Ce critère exploite les interactions entre les vibrations (temporelles) et les déformées (spatiales) de la structure. Il répond à la question de l'influence du positionnement des actionneurs et des capteurs (de la sortie mécanique dans le cas présent) et de la topologie de la structure sur les performances de sa boucle fermée.

En effet, ces caractéristiques constituent le génotype d'un individu dans FlexIn et imposent donc la réponse fréquentielle du système via ses matrices d'état (4.17) qui lui sont propres.

Pour certaines classes de systèmes flexibles, qui peuvent être modélisés comme des systèmes résonants présentant une alternance de pôles et de zéros, il existe des propriétés de robustesse naturelle de la commande vis-à-vis des incertitudes paramétriques et

15. Surtout, lorsqu'il s'agit de systèmes piézoélectriques, pour lesquelles les bandes passantes sont souvent supérieures à plusieurs KHz.

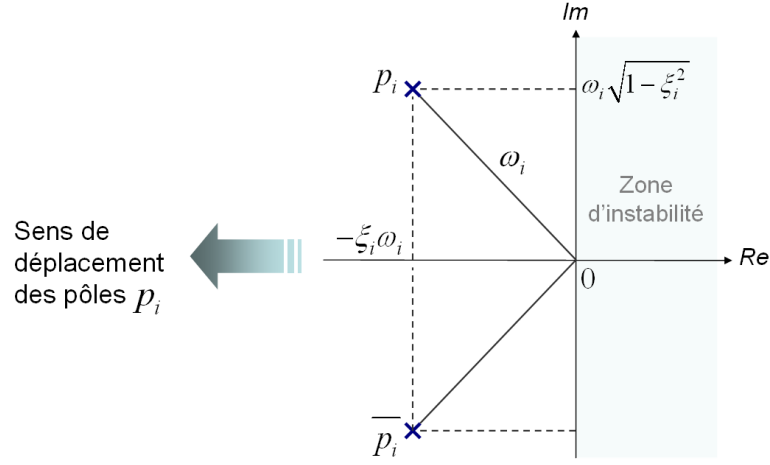


FIGURE 4.8 – Stratégie d’amortissement des systèmes flexibles dans le plan complexe : déplacement des pôles p_i vers le demi-plan gauche.

des dynamiques non-modélisées. Cette approche conduit aussi à des lois de commande simples à calculer et à implémenter qui consistent à amortir les modes dominants [Aph07]. Ces techniques de commande amènent également un gain en robustesse qu’il est possible d’exploiter pour stabiliser a posteriori une boucle de compensation globale assurant les performances de suivi de consigne [Mis83]. Par exemple, des techniques de simple retour en gain de vitesse sur un actionneur en force suffisent parfois (*Direct Velocity Feedback*) [Pre02]. Par ailleurs, il a été montré que la colocalisation d’actionneur et de capteur (qui envisage leur positionnement au même endroit sur la structure) garantit que le transfert entrée/sortie présente cette alternance désirée de pôles et de zéros [Pre02]. La positivité du système qui en découle assure intrinsèquement la robustesse de certaines lois de commande [Gev70]. Un modèle mathématique ou numérique de la structure n’est alors pas nécessaire et l’amortissement actif peut être réalisé avec des gains modérés.

L’analyse des propriétés des structures flexibles sur le plan fréquentiel a permis de proposer un nouveau critère d’optimisation pour notre méthode de conception. Ce critère noté $\mathcal{J}_2^{k'}$ vise à forcer artificiellement le comportement d’alternance pôles/zéros. Son écriture est basée sur l’expansion modale des fonctions de transfert des systèmes flexibles *SISO*.

4.3.2 Propriété d’alternance pôles/zéros

Considérons la composante $\mathbf{G}_{al}(s)$ de la matrice de transfert entrée/sortie $\mathbf{G}(s)$ donnée en (4.22), qui désigne la réponse de la a -ième sortie lorsque la structure est actionnée par son l -ième actionneur.

Dans ce qui suit, le terme d'amortissement modal ξ_i , qui reste *a priori* de très faible valeur, est omis. Le transfert G_{al} non-amorti correspondant est à valeurs réelles et s'écrit :

$$G_{al}(\omega) = \sum_{i=1}^p \frac{\mathbf{c}_i(a) \mathbf{b}_i^t(l)}{\omega_i^2 - \omega^2} \quad (4.53)$$

Posons R_{ali} le *résidu* du i -ème mode pour la sortie a et l'entrée l

$$R_{ali} = \mathbf{c}_i(a) \mathbf{b}_i^t(l) \quad (4.54)$$

Par dérivation, il s'ensuit que :

$$\frac{dG_{al}}{d\omega^2}(\omega^2) = \sum_{i=1}^p \frac{R_{ali}}{(\omega_i^2 - \omega^2)^2} \quad (4.55)$$

Des équations (4.53) et (4.55), deux observations peuvent être tirées :

- l'amplitude de la réponse fréquentielle vaut $\pm\infty$ aux fréquences ω_i ¹⁶ ;
- lorsque tous les résidus modaux R_{ali} sont de même signe, la fonction $|G_{al}(\omega)|$ est monotone dans chaque sous-intervalle compris entre deux fréquences ω_i consécutives¹⁷. Dans chaque sous-intervalle, il y a donc une fréquence ω_{oi} pour laquelle l'amplitude de la réponse fréquentielle passe par la valeur nulle. Ces fréquences, dites d'*anti-résonance*, correspondent à des zéros de transmission de la fonction de transfert G_{al} en boucle ouverte.

La représentation graphique de la réponse fréquentielle en amplitude de G_{al} illustre cette alternance de pôles/zéros (Fig. 4.9).

Dans le plan complexe, le système non-amorti possède une alternance de pôles p_i et de zéros z_i imaginaires à $p_i = \pm\omega_i$ et $z_i = \pm\omega_{oi}$ (Fig. 4.10-a).

Lorsque l'amortissement modal est ajouté au transfert $G_{al}(\omega)$ donné par (4.53), les pôles et zéros sont alors légèrement déplacés dans le demi-plan complexe gauche (Fig. 4.10-b), sans pour autant changer la caractéristique dominante d'alternance.

Dans le diagramme de Bode, un retard de phase de 180° est introduit à chaque pulsation de résonance et est compensé par une avance de phase de 180° à chaque zéro. La phase oscille donc continûment entre 0° et -180° dans la bande fréquentielle où est observée l'alternance pôle/zéro.

4.3.3 Analyse de la robustesse par le lieu des racines

Le cas classique d'un schéma de commande par rétroaction est illustré en Fig. 4.11, dans laquelle D désigne le compensateur et $g > 0$ un gain scalaire. Le lieu des racines¹⁸

16. En l'absence d'amortissement ξ_i , ω_i devient une fréquence de résonance du système.

17. Soit les résidus modaux R_{ali} sont tous positifs, auxquels cas $|G_{al}(\omega)|$ est croissante. Soit les résidus modaux sont négatifs et $|G_{al}(\omega)|$ est décroissante.

18. Parfois encore appelé *Lieu d'Evans*. Dans la terminologie anglo-saxonne, le terme *Root Locus* est employé.

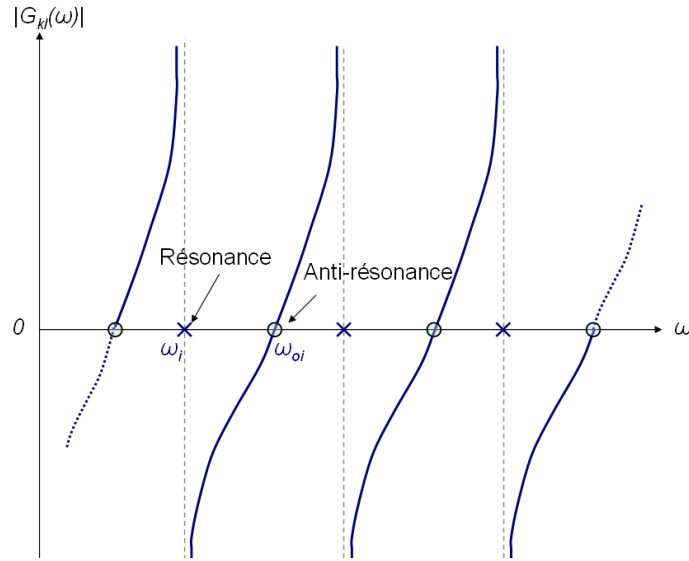


FIGURE 4.9 – Réponse fréquentielle en amplitude d'une structure non-amortie pour laquelle tous les résidus modaux sont positifs.

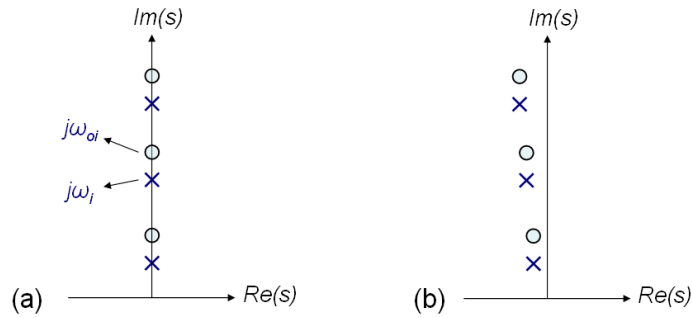


FIGURE 4.10 – Lieux des pôles (\times) et des zéros (\circ) dans le plan complexe d'un système à alternance pôles/zéros : (a) Cas non-amorti. (b) Cas légèrement amorti. (Seule la partie supérieure du plan complexe est représentée, la figure étant symétrique par rapport à l'axe réel.)

représente graphiquement l'évolution des pôles du système en boucle-fermée en fonction du gain scalaire g appliqué au compensateur. Le transfert de boucle $D(s)G_{al}(s)$ inclut les dynamiques du système (et potentiellement celles des actionneurs et capteurs), ainsi que celles du compensateur. Le lieu des racines est le lieu des solutions s de l'équation caractéristique en boucle fermée

$$1 + gD(s)G_{al}(s) = 0 \quad (4.56)$$

lorsque le paramètre réel g décrit l'intervalle $0 \rightarrow +\infty$.

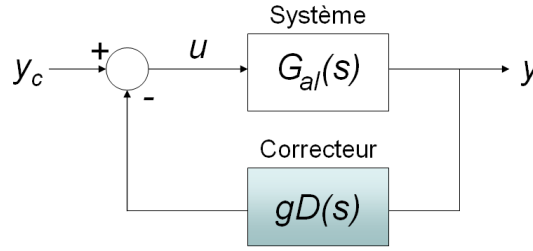


FIGURE 4.11 – Schéma de commande en boucle fermée par rétroaction.

Si la fonction de transfert de boucle s'écrit

$$D(s) G_{al}(s) = \alpha \frac{\prod_{i=1}^h (s - z_i)}{\prod_{i=1}^d (s - p_i)} \quad (4.57)$$

le lieu des racines part des pôles p_i (pour $g = 0$) et termine aux zéros z_i (pour $g \rightarrow +\infty$) du système en boucle ouverte. Puisque les zéros sont stables, le lieu des racines est contenu dans le demi-plan complexe gauche de stabilité.

De l'équation caractéristique en boucle fermée (4.56), l'équation d'un point courant P de paramètre s du lieu des racines est déduite par passage aux arguments complexes

$$\sum_{i=1}^h \phi_i - \sum_{i=1}^d \psi_i = (2q + 1) \pi, \quad q \in \mathbb{N} \quad (4.58)$$

où

- ϕ_i est l'angle du vecteur joignant les zéros z_i à P ;
- ψ_i est l'angle du vecteur joignant les pôles p_i à P .

Par ailleurs, il y a $(d - h)$ branches du lieu des racines qui divergent vers l'infini lorsque αq augmente [Ani08].

Lorsque l'alternance pôles/zéros n'est plus respectée, un échange d'ordre apparaît dans l'apparition des pôles et des zéros [Pre02]. Lorsqu'il se produit une telle inversion, l'analyse des angles de départ du pôle et d'arrivée au zéro permettent de mettre en évidence la mise en défaut de la robustesse en stabilité du système compensé.

En effet, en supposant que les ordres relatifs des autres pôles et zéros du système restent inchangés, la différence $(\phi_i - \psi_i)$, qui correspond à la paire pôle/zéro intervertie, doit par conséquent rester inchangée d'après (4.58). Ainsi, une boucle contenue dans le demi-plan complexe gauche avant inversion (Fig. 4.12-a) est transformée en une boucle déstabilisante pour le système après l'inversion pôle/zéro (Fig. 4.12-b).

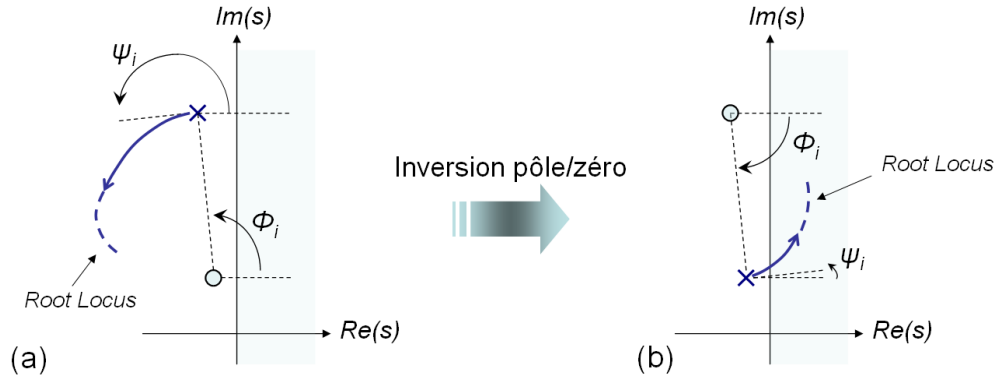


FIGURE 4.12 – Détails du lieu des racines montrant les effets d'une inversion pôle/zéro sur l'angle de départ du pôle. Puisque la contribution des autres pôles et zéros restent inchangée, la quantité $(\phi_i - \psi_i)$ doit aussi rester inchangée.

4.3.4 Ecriture du nouveau critère numérique $\mathcal{J}_2^{k'}$

L'avantage de l'approche précédente est de garantir une certaine stabilité et une robustesse vis-à-vis des changements de propriétés de la structure tant que l'alternance des pôles et des zéros est préservée. Dès lors, il semble intéressant du point de vue de la commande de ces systèmes d'implémenter un critère capable de forcer cette propriété d'alternance pôle/zéro, au moins dans la bande fréquentielle d'intérêt choisie par le concepteur pour réaliser à terme la commande. L'analyse menée précédemment a montré que cette propriété était directement liée au signe des résidus modaux.

La contrainte d'alternance est ainsi formulée [Mar78] [Aph07] :

Si deux modes voisins ont des résidus de même signe dans l'expansion modale de la fonction de transfert en boucle ouverte, alors il y a toujours un zéro imaginaire entre eux.

En s'inspirant de ce résultat, le nouveau critère implémenté dans FlexIn, et qui doit être maximiser, s'écrit :

$$\mathcal{J}_2^{k'} = \left| \sum_{i=1}^{k'} \text{sign}(R_{ali}) \right| \quad (4.59)$$

où $\text{sign}(\cdot) = \{-1; 0; +1\}$ selon le signe de l'argument. La somme sur i s'étend à tous les modes appartenant à la bande fréquentielle dans laquelle l'alternance est souhaitée.

4.4 Application à la conception optimale d'un micro-actionneur piézoélectrique

La méthode de synthèse optimale a été mise à profit pour concevoir une structure microrobotique monolithique piézoélectrique capable de réaliser la fonction de préhension. Il s'agit d'une micropince faite de deux doigts de serrage symétriques et à mobilité

TABLE 4.2 – Propriétés physiques du matériau PZT (PIC 151 *PI*)

Module d'Young ($Y = 1/s_{11}$)	66,667 MPa
Coefficient de Poisson (ν)	0,34
Coefficient de couplage piézoélectrique transverse (d_{31})	$-210 \times 10^{-12} m.V^{-1}$
Masse volumique (ρ)	7800 kg.m ⁻³
Température de Curie (T_{Curie})	250°C

indépendante. Les deux nouveaux critères \mathcal{J}_1^k et $\mathcal{J}_2^{k'}$, lorsqu'ils sont utilisés simultanément, fournissent des informations intéressantes sur les performances du système qu'il sera possible d'atteindre en boucle fermée, grâce à leur comportement fréquentiel en boucle ouverte.

4.4.1 Technologie et contraintes de réalisation

Le choix fait dans cette étude porte sur l'exploitation de structures piézoélectriques massives mono-couches, associées à une technique d'usinage Laser.

Procédés de fabrication

Les dimensions dans le plan des plaques de PZT (modèle PIC 151 de la société *PI* [PI05]) qui seront utilisées à terme pour l'usinage des structures synthétisées par FlexIn sont celles déjà reportées Fig. 3.15. Les plaques ont une épaisseur hors-plan e_p de 200 μm et possèdent des électrodes Nickel-Or réparties uniformément sur les faces supérieure et inférieure, permettant l'application d'un champ électrique parallèle à la polarisation du matériau selon l'épaisseur. Les propriétés électromécaniques, telles que fournies par le constructeur, sont données Table 4.2.

La relative difficulté d'usinage du PZT peut limiter quelquefois les tailles ou les topologies qu'il serait possible d'envisager par la méthode FlexIn. Des contraintes sont alors imposées dans les spécifications du problème d'optimisation.

Contraintes d'encombrement

Les considérations en temps de calcul, tailles des variables et matrices, amènent à n'envisager l'optimisation que d'un seul doigt de serrage (le second étant le symétrique du premier). Les conditions aux limites en déplacement, traditionnellement imposées sur les nœuds de l'axe de symétrie (blocage des translations perpendiculaires et des rotations dans le plan), sont laissées libres dans cette étude. Les deux doigts de serrage sont en effet envisagés à terme comme complètement indépendants de façon à ce que l'actionnement permette le mouvement en déflexion indépendante de l'un ou l'autre des doigts, voire les deux simultanément (les blocs piézoélectriques actifs constituant chacun des deux doigts seront actionnés par des potentiels électriques distincts, appelés V_{gauche} et V_{droit}), et ce, sans mouvement de couplage résiduel (qui pourrait apparaître sur un doigt

par actionnement de l'autre doigt).

Au vu de l'espace nécessaire à l'encastrement de la base de cette micropince dans une structure hôte et de l'écartement nécessaire inter-doigts en position de repos, l'encombrement occupé par un doigt est choisi égal à $9 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$ (Fig. 4.13).

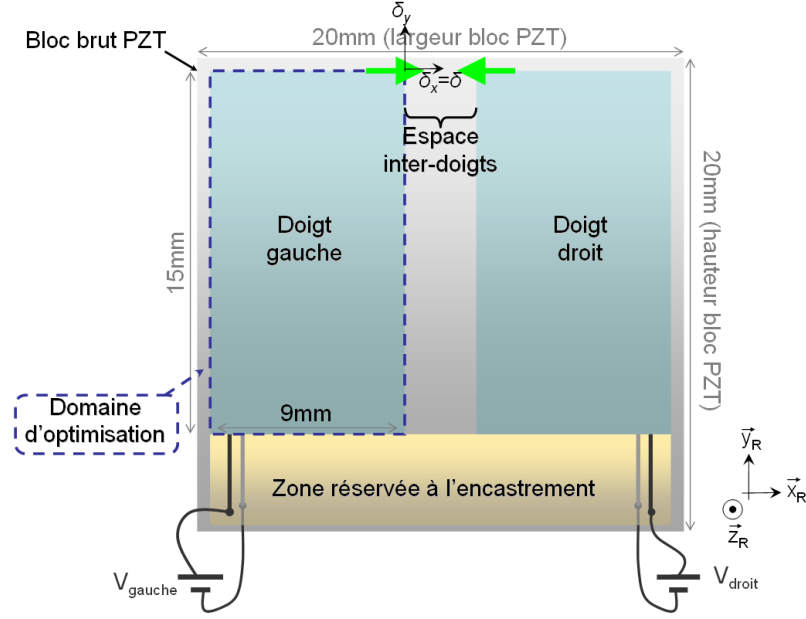


FIGURE 4.13 – Encombrement occupé par la micropince piézoélectrique dans le substrat de PZT.

Contraintes de maillage liées au procédé de fabrication

Dans le cas d'un usinage laser par une machine de découpe traditionnelle, le diamètre du spot est couramment de l'ordre de $40 \mu\text{m}$. L'échauffement induit par le rayonnement du spot impose de choisir les poutres du treillis, de sorte à ne pas annihiler les propriétés piézoélectriques de la céramique. L'expérience acquise sur les essais d'usinage de blocs élémentaires, avec la machine laser de l'*Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et des Microtechniques (ENSMM)* à Besançon, impose par sécurité de choisir une largeur de poutre, qui soit supérieure à une centaine de microns.

De ce fait, le maillage du domaine d'optimisation est constitué par des blocs élémentaires, dont les ratios de hauteur et largeur, définis par les paramètres a et b dans notre méthode (Fig. 4.14), sont fixés par :

$$\frac{a_{\max}}{a_{\min}} \in \llbracket 1; 2 \rrbracket \quad \text{et} \quad \frac{b_{\max}}{b_{\min}} \in \llbracket 1; 2 \rrbracket \quad (4.60)$$

Parmi les blocs actifs de la bibliothèque de FlexIn, les cas les plus défavorables correspondent aux blocs numérotés 3, 4, 9, 10, 11, 12, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36. D'après la

construction du maillage des blocs à l'aide des éléments poutres, la largeur minimale l_{min} d'une poutre d'un bloc est celle d'une poutre portée par la diagonale du bloc (Fig. 4.14). Elle vérifie la contrainte imposée :

$$l_{min} = \frac{\sqrt{a_{min}^2 + b_{min}^2}}{40} \simeq 146\mu m \quad (4.61)$$

Enfin, un nombre de quatre blocs sera choisi pour mailler le domaine d'optimisation. Ce nombre reste suffisamment important pour pouvoir décrire des solutions de topologies variées.

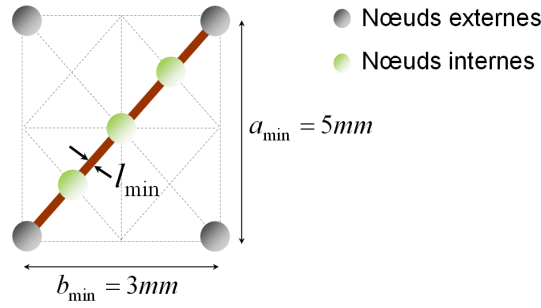


FIGURE 4.14 – Calcul de l_{min} , la plus petite largeur de poutre atteignable par les paramètres d'optimisation.

4.4.2 Paramètres de l'optimisation

Variables d'optimisation

La topologie du doigt-actionneur gauche est choisie comme paramètre d'optimisation. Elle est définie par l'assemblage de blocs élémentaires actifs et/ou passifs dans la (2×2) -matrice de maillage, sous les contraintes dimensionnelles des blocs données par l'équation (4.60). L'évaluation des critères par FlexIn sera effectuée lorsque le système est soumis à une différence de potentiel de $200V$ entre les électrodes supérieure et inférieure des blocs actifs. À l'inverse, les propriétés électro-mécaniques des blocs passifs (qui ne sont pas alimentés en tension électrique) ne seront pas exploitées. Seules leurs caractéristiques mécaniques pures (rigidité, masse) interviendront dans le comportement statique et fréquentiel de la microstructure. Le nombre de blocs actifs de la structure est laissé libre au cours de l'optimisation, compris entre 1 et 4.

La différence de potentiel V_{gauche} doit induire une déformation globale du doigt de préhension fournissant :

- un mouvement d'ouverture et de fermeture ;
- l'application d'une force de réaction F_m sur l'objet saisi dans la direction de l'axe \mathbf{x}_R (Fig. 4.15).

Enfin, les nœuds à la base de la structure-treillis définissent les conditions aux limites d'encastrement et peuvent être laissés, tous ou en partie, bloqués en déplacements et rotation par l'optimisation (Fig. 4.15).

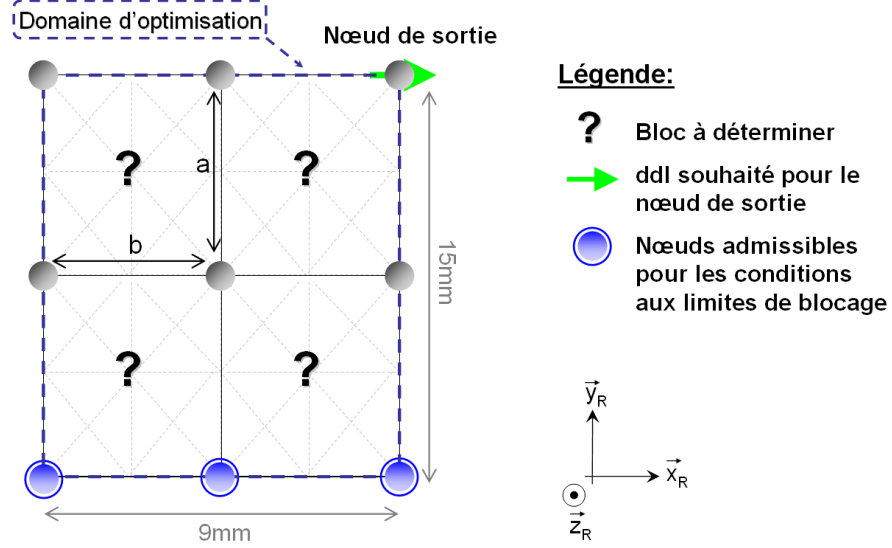


FIGURE 4.15 – Spécifications des paramètres du problème d'optimisation pour le doigt de préhension gauche.

Choix des critères d'optimisation

Deux premiers critères mécaniques relatifs aux performances du système en régime quasi-statique sont considérés au cours de l'optimisation multi-critères :

- la maximisation de la déflexion δ selon la direction \mathbf{x}_R permet de tendre vers une amplification des faibles déplacements inhérents à la nature de l'actionnement piézoélectrique ;
- la force de réaction mécanique à sortie bloquée¹⁹ est maximisée au nœud de sortie pour permettre d'atteindre des performances adaptées à une tâche de micromanipulation.

Par ailleurs, les critères \mathcal{J}_1^k et $\mathcal{J}_2^{k'}$, nouvellement implémentés dans FlexIn, sont considérés simultanément aux deux critères mécaniques statiques précédents. Dans la présente étude, le nombre k de modes dominants est choisi égal à 2 et l'alternance est également souhaitée jusqu'à ce même second mode, $k' = 2$. Après simulations, ces choix sur k et k' apparaissent comme un compromis intéressant entre le cas restrictif $k = 1$ qui limite la combinatoire du problème et le cas où le nombre excessif de modes dominants impliquerait *a posteriori* l'obtention d'un modèle d'état d'ordre élevé.

Dans ces conditions, le critère discret \mathcal{J}_2^2 ne peut prendre que deux valeurs numériques. La première valeur est $\mathcal{J}_2^2 = 2$ et correspond à la maximisation du critère. La

19. Cas qui correspondrait à une force de serrage F_m du préhenseur sur un objet de rigidité infinie.

TABLE 4.3 – Paramètres génétiques de l’algorithme utilisé pour la conception optimale de la micropince

Paramètres :	Valeurs
Taille de la population (<i>popu</i>)	100
Proportion de mutants (<i>pmut</i>)	65%
Probabilité de mutation des gènes (<i>muta</i>)	45%
Nombre max de générations (<i>gene</i>)	30000
Nombre max de générations sans amélioration(<i>nbst</i>)	135

seconde est $\mathcal{J}_2^2 = 0$ et caractérise la non-alternance des deux premières résonances avec une antirésonance. Cette dernière valeur est à éviter.

Les valeurs d’amortissements modaux du système seront arbitrairement choisis égaux à 1%. L’hypothèse de structures faiblement amorties est ainsi respectée, laissant l’écriture des critères \mathcal{J}_1^2 et \mathcal{J}_2^2 valide.

4.4.3 Résultats, interprétation et choix d’une solution pseudo-optimale

La topologie, la configuration, les encastrements, la position et le choix des blocs actifs sont optimisés simultanément au cours de l’algorithme. L’espace de recherche étant de taille relativement vaste (plus de 20 millions de possibilités), son exploration est favorisée au détriment de l’exploitation.

Un seul algorithme génétique, paramétré par des probabilités de mutation importantes et un critère d’arrêt basé sur la stagnation minimise le risque de converger vers un optimum local (Table 4.3). Malheureusement, le temps de convergence de l’algorithme ainsi paramétré est relativement long (six jours en moyenne²⁰ ont été nécessaires pour les divers essais réalisés).

Fronts de Pareto

Les fonctions objectifs des meilleures solutions obtenues durant l’optimisation sont représentées sur les fronts de *Pareto* (Fig. 4.16). La fonction *d2selec.m* proposée par FlexIn permet d’afficher les valeurs des critères et de visualiser sous le format curviligne propre à FlexIn les 153 solutions pseudo-optimales retournées.

Interprétation des critères

De l’ensemble des solutions, quatre structures pseudo-optimales, notées **A**, **B**, **C** et **D** dans la suite, ont été sélectionnées (Fig. 4.17). Ces quatre solutions candidates au problème de conception sont caractérisées par de fortes valeurs de critères mécaniques en régime statique (déplacement libre et force de blocage importants) (Table 4.4).

20. Pour le cas d’un PC Intel Xeon 2,2GHz.

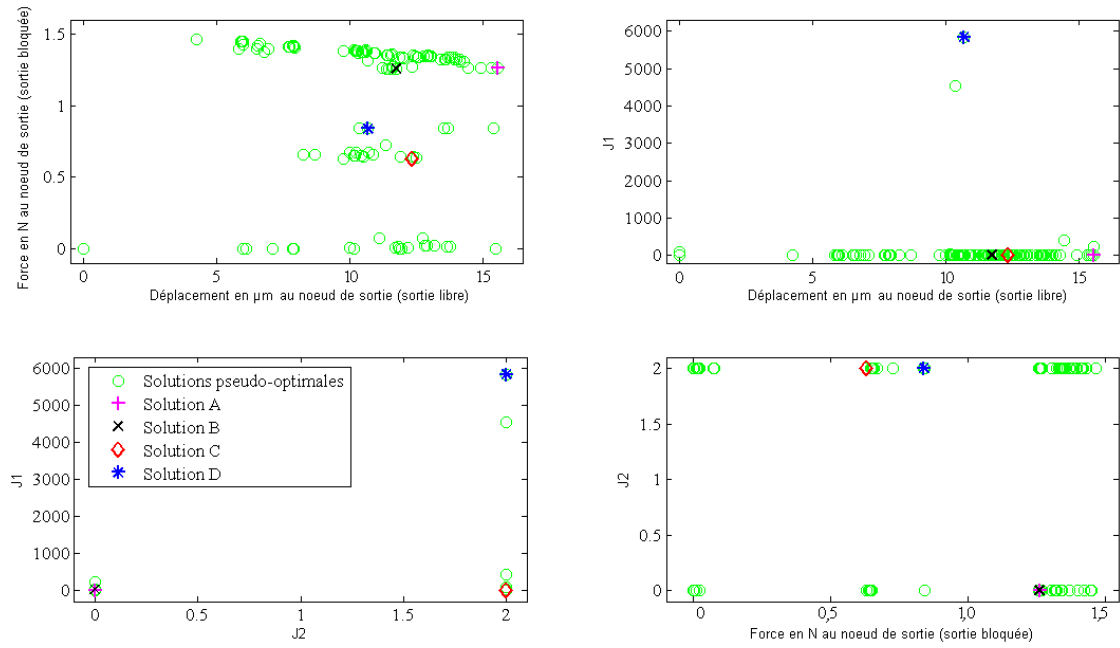


FIGURE 4.16 – Fronts de *Pareto* des solutions pseudo-optimales et sélection des solutions **A**, **B**, **C** et **D**.

TABLE 4.4 – Comparaisons des performances évaluées par FlexIn (pour une différence potentiel électrique $V_{gauche} = 200V$) pour les quatre solutions **A**, **B**, **C** et **D**.

Critères évalués	Solution A	Solution B	Solution C	Solution D
Déplacement libre δ (μm)	15, 55	11, 74	12, 34	10, 69
Force de blocage (N)	1, 26	1, 26	0, 63	0, 84
\mathcal{J}_1^2	2, 24	21, 00	0, 28	5842, 35
\mathcal{J}_2^2	0	0	2	2

En revanche, leurs réponses fréquentielles en boucle ouverte diffèrent les unes des autres, aidant ainsi à la compréhension des critères \mathcal{J}_1^2 et \mathcal{J}_2^2 .

1. Bien qu'optimale vis-à-vis des critères mécaniques en statique, la structure **A** est caractérisée par de mauvaises performances pour les deux critères dynamiques \mathcal{J}_1^2 et \mathcal{J}_2^2 (Table 4.4).

D'une part, la fonction de transfert tension-déflexion ne met pas en avant les propriétés d'alternance pôles/zéros dans le spectre fréquentiel en basse-fréquence ($\mathcal{J}_2^2 = 0$) : deux antirésonances apparaissent entre les deux premières fréquences de résonance (Fig. 4.18). D'autre part, comme indiquée par la faible valeur de \mathcal{J}_1^2 , les autorités de contrôle sur les deux premiers modes résonants restent faibles comparativement aux autres modes (particulièrement vis-à-vis du 4^{ième} mode (Fig. 4.18)).

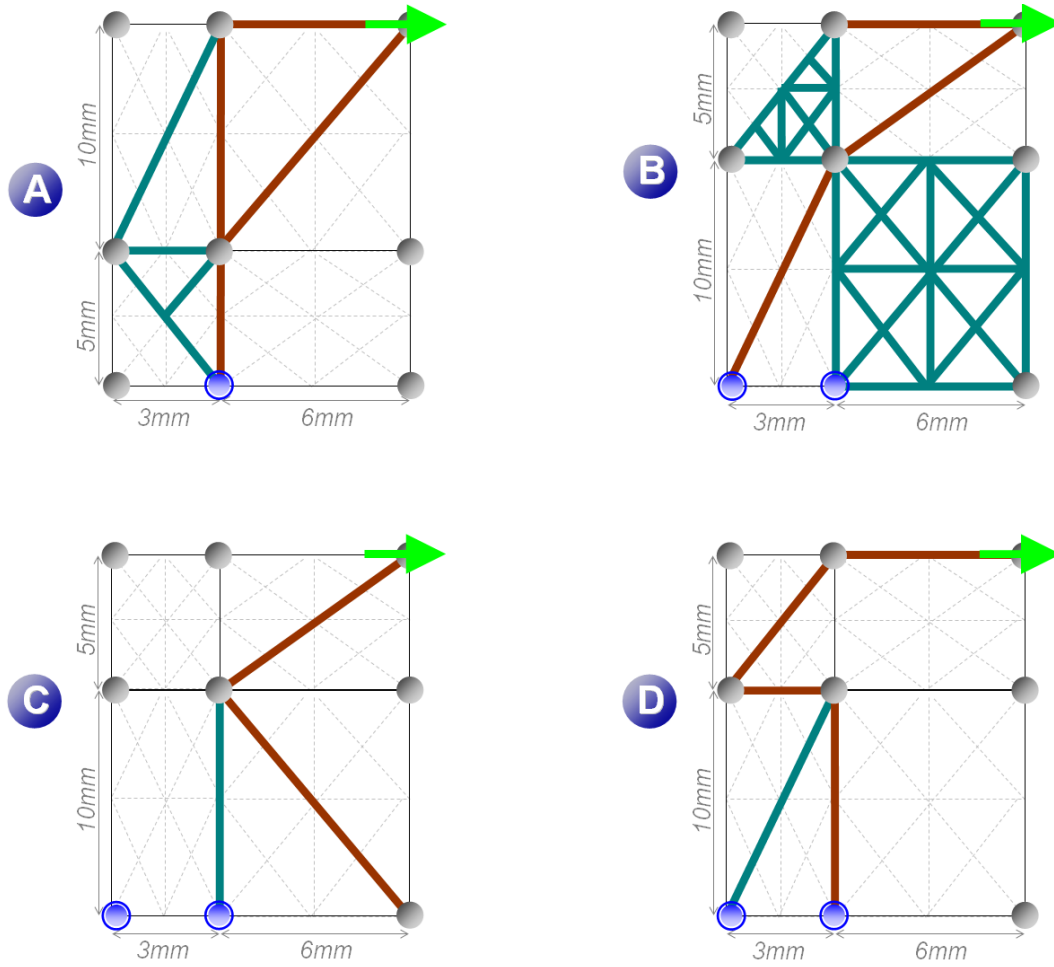


FIGURE 4.17 – Représentations schématique FlexIn des quatre solutions **A**, **B**, **C** et **D** correspondant au doigt de préhension gauche de la micropince. (Les lignes marrons correspondent aux poutres des blocs actifs alimentées en tension.)

2. La microstructure **B** présente une valeur de critère \mathcal{J}_1^2 élevée : l'autorité de contrôle sur les deux premiers modes de vibrations est bien optimisée, résultant dans un important *roll-off*²¹ après la seconde résonance. Malheureusement, une telle structure ne présente pas non plus l'alternance pôle-zéro souhaitée en basse-fréquence (Fig. 4.19).
3. A l'inverse, le doigt actionné **C**, caractérisé par $\mathcal{J}_2^2 = 2$, met en avant cette suite alternée de résonances et d'antirésonance jusqu'au second mode de vibration (Fig. 4.20). La réponse en phase oscille constamment entre 0° et 180° dans ce spectre d'intérêt. Néanmoins, comme attendue par la faible valeur atteinte par \mathcal{J}_1^2 ,

21. Terme anglo-saxon désignant *dévalément*, qui indique la pente finale du transfert en amplitude [dL96].

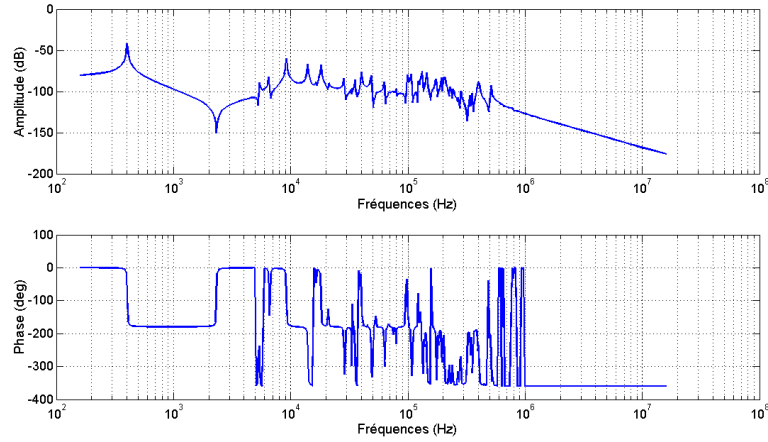


FIGURE 4.18 – Réponse fréquentielle du microsystème **A** entre l'entrée (V_{gauche} en V) et la sortie (δ en μm) estimée par FlexIn.

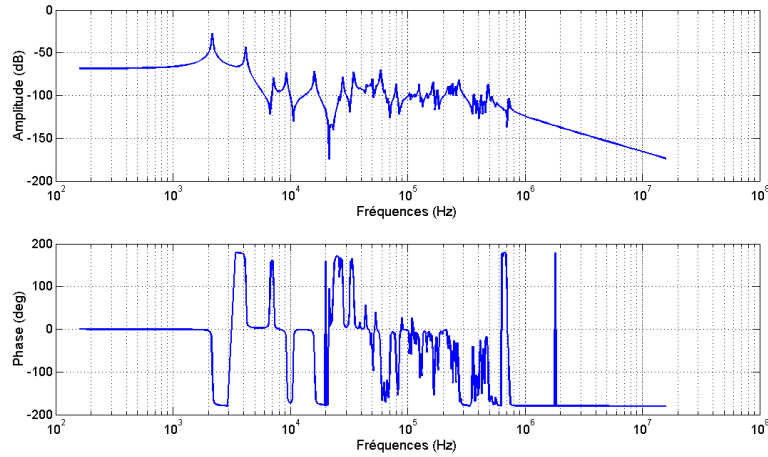


FIGURE 4.19 – Réponse fréquentielle du microsystème **B** entre l'entrée (V_{gauche} en V) et la sortie (δ en μm) estimée par FlexIn.

plusieurs modes hautes-fréquences sont aussi dominants dans la réponse fréquentielle que ceux apparaissant en basse-fréquence (Fig. 4.20). Ces modes obligeront à terme l'identification d'un modèle de degré élevé, qui ne pourra être réduit qu'au prix d'erreurs d'approximation importantes dans la réponse en boucle ouverte.

4. La microstructure **D** est un exemple de système possédant simultanément deux évaluations élevées de critères \mathcal{J}_1^2 et \mathcal{J}_2^2 . Le gabarit de sa réponse fréquentielle est tout à fait du type de celui attendu (Fig. 4.21).

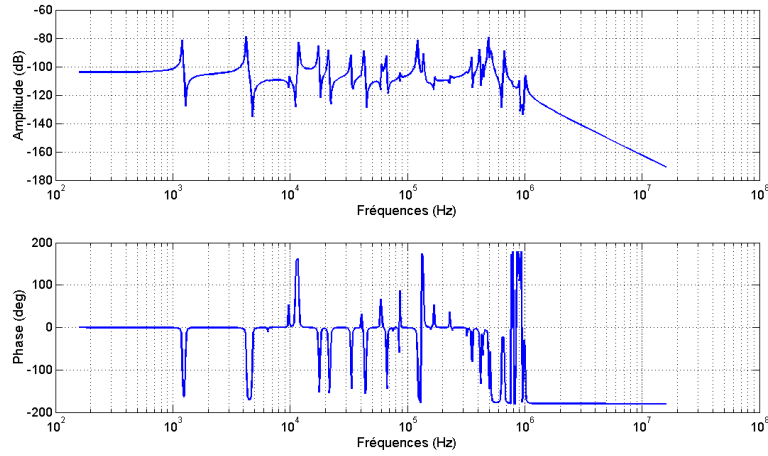


FIGURE 4.20 – Réponse fréquentielle du microsystème **C** entre l'entrée (V_{gauche} en V) et la sortie (δ en μm) estimée par FlexIn.

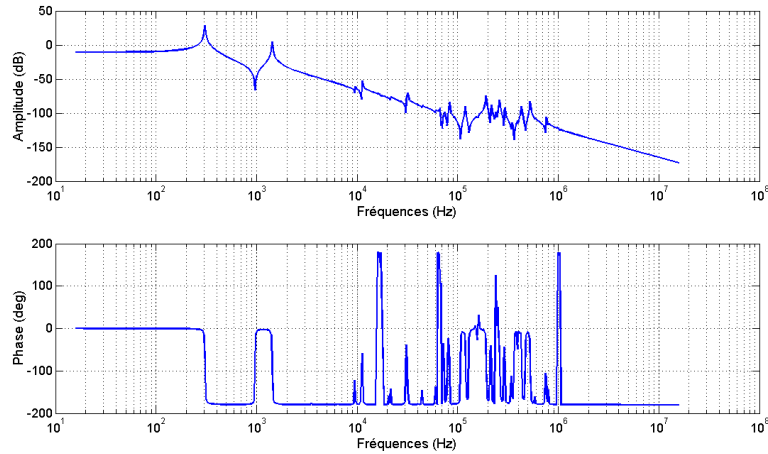


FIGURE 4.21 – Réponse fréquentielle du microsystème **D** entre l'entrée (V_{gauche} en V) et la sortie (δ en μm) estimée par FlexIn.

4.4.4 Etude affinée en simulation d'une conception de micro-actionneur choisie

Au vu de ses bonnes performances statiques et fréquentielles, l'étude est portée dans la suite spécifiquement sur l'analyse du doigt de préhension **D**.

Validation par simulation du comportement de la solution proposée par FlexIn

Compte-tenu de l'existence possible de certaines zones de concentration de contraintes mécaniques, de certaines non-linéarités ou d'effets de bord, la solution proposée par FlexIn doit être affinée, voire corrigée à l'aide de simulations en post-traitement, avant d'envisager une étape finale de prototypage. Pour cela, la fonction *flex2dxf.m* permet la conversion des données géométriques issues de FlexIn dans un format standard lisible par les logiciels de CAO et interprétable entre autres par le logiciel de simulation par éléments finis multiphysiques *Comsol Multiphysics*.

Les résultats obtenus par le modèle 2D développé sous FlexIn sont validés grâce à ce logiciel de simulation. *Comsol Multiphysics* est notamment capable de prendre en considération les effets tridimensionnels via les tenseurs complets des coefficients piézo-électriques. Pour rester le plus proche possible de la modélisation curviligne de FlexIn, les connections inter-poutres sont laissées telles qu'obtenues après exportation des données géométriques. Aucun raccord ni chanfrein n'est ajouté pour modifier les arêtes de la microstructure (Fig. 4.22).

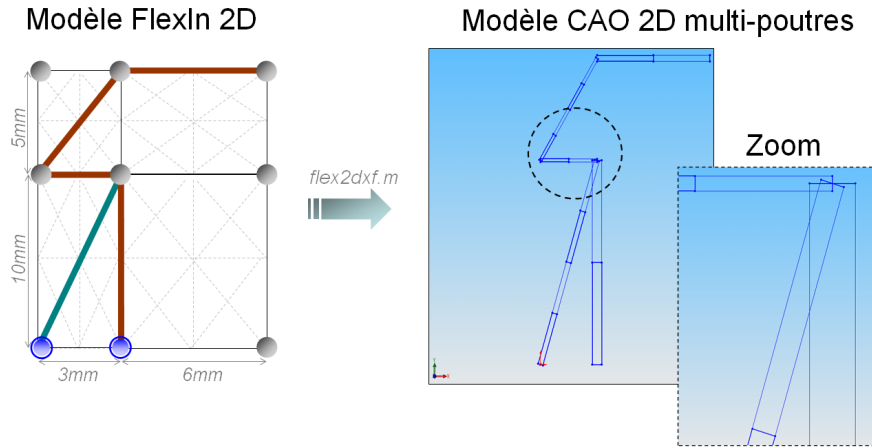


FIGURE 4.22 – Visualisation des effets de passage de la modélisation curviligne à tridimensionnel.

Régime statique Les résultats obtenus par simulation EF pour les déplacements plans confortent l'analyse statique planaire de FlexIn. En effet,

- pour une différence de potentiels électriques de 200V, le déplacement δ_x selon la direction \mathbf{x}_R estimé par *Comsol Multiphysics* est de $10,51\mu\text{m}$, ce qui coïncide à 1,7% près avec celui prédit par FlexIn (Table 4.4) ;
- pour cette valeur de différence de potentiel d'actionnement, FlexIn estime le déplacement δ_y selon la direction \mathbf{y}_R à $-9,28\mu\text{m}$, ce qui est, à 7,9% près, identique à celui estimé par le logiciel EF *Comsol Multiphysics*, soit $-8,55\mu\text{m}$.

La déformée spatiale de la microstructure piézoélectrique, intégrant les phénomènes hors-plan, est donnée en Fig. 4.23 lors de l'application des potentiels électriques sur les électrodes supérieures et inférieures des zones actives.

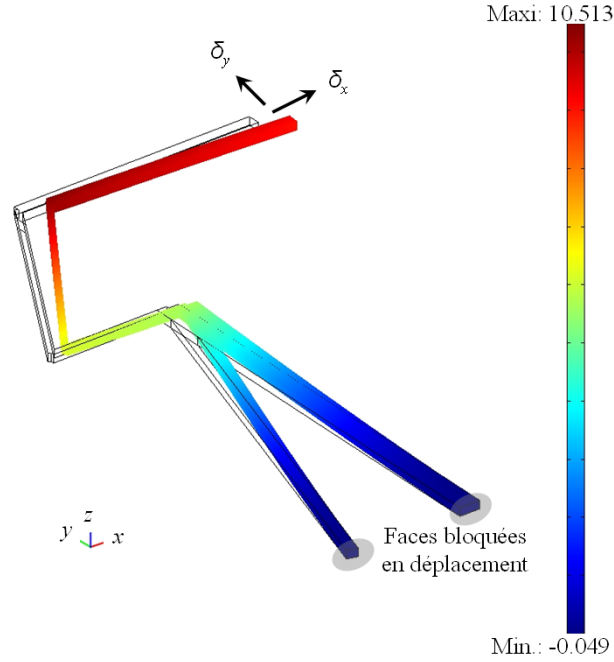


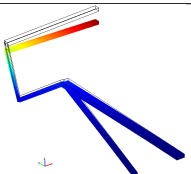
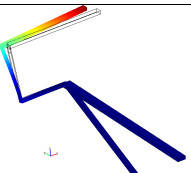
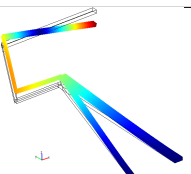
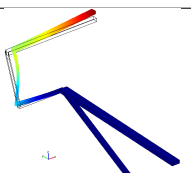
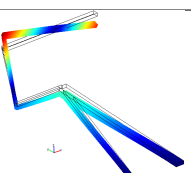
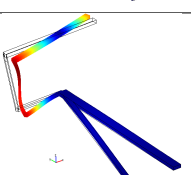
FIGURE 4.23 – Simulation 3D du déplacement en x_R (en μm) du doigt gauche sous l'application d'une différence de potentiels de 200V et représentation de la déformée spatiale associée.

Régime dynamique L'erreur réalisée sur les estimations des premières fréquences propres du système dans le plan reste largement acceptable, prouvant ainsi que les simplifications faites par FlexIn sur le comportement électromécanique de la structure demeurent valides en régime fréquentiel (Table 4.5).

Naturellement, le raffinement du maillage joue un rôle sur la précision des estimations des fréquences propres. Le maillage en poutres élémentaires unidimensionnelles, tel qu'il existe au sein de FlexIn, semble toutefois convenir pour estimer les fréquences propres en basse-fréquence (Table 4.5). L'erreur sur l'estimation des valeurs des fréquences propres croît naturellement lorsque la fréquence augmente, comme l'écart relatif sur l'estimation entre les deux logiciels tend à le prouver.

La présence de modes vibratoires hors-plan, qui sont détectés lors de la phase de simulation 3D sur *Comsol Multiphysics*, indique que la réponse du système en déflexion couple des modes entièrement contenus dans le plan et d'autres modes purement hors-plan. De ce fait, si ces derniers n'interviennent pas dans la réponse fréquentielle du transfert en déflexion δ_x dans le plan (Fig. 4.18), ils génèrent malheureusement des

TABLE 4.5 – Comparaison des valeurs de fréquences propres estimées selon FlexIn et *Comsol Multiphysics* (maillage tétraédrique à 7669 éléments, solveur stationnaire linéaire, méthode numérique *direct SPOOLES*).

Fréquences propres selon <i>FlexIn</i>	Fréquences propres selon <i>Comsol Multiphysics</i>	Erreur relative	Déformée modale correspondante
(Hors-plan)	298,91Hz	-	
306,23Hz	309,89Hz	1,19%	
(Hors-plan)	806,85Hz	-	
1429,43Hz	1453,62Hz	1,66%	
(Hors-plan)	1541,93Hz	-	
3496,71Hz	3759,14Hz	6,98%	

oscillations hors-plan, qui, si elles ne sont pas amorties par la commande, seront gênantes pour la réalisation de futures tâches de micromanipulation.

Affinage de la géométrie

Pour limiter les risques de cassure du micromécanisme flexible dans les phases délicates d'usinage, mais aussi lors de son fonctionnement ultérieur, certaines zones critiques présentant des concentrations de contrainte, comme les arrêtes franches aux niveaux des connections inter-poutres, ont été modifiées. Sans pour autant nuire aux performances statique et fréquentielle du système, quelques poutres du treillis ont été élargies (Fig. 4.24). Le déplacement libre de l'extrémité du micro-actionneur ($9,37\mu m$) et la forme générale de la réponse fréquentielle tension/déplacement s'avèrent rester proches de la structure originelle (paragraphe 4.4.3).

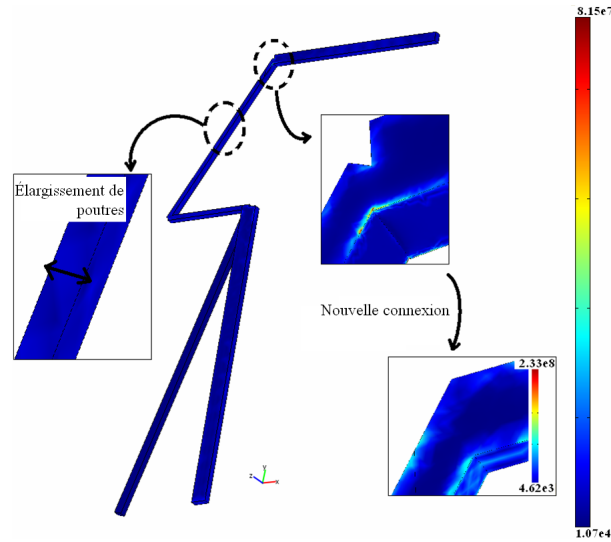


FIGURE 4.24 – Evaluation du critère de *Von Mises* (en *Pa*) et modifications structurelles de certaines poutres.

4.5 Conclusion

Le formalisme de la représentation dynamique des structures flexibles, tel que nous l'avons implémenté dans le code FlexIn, a été décrit dans ce chapitre. Ceci a notamment permis d'aboutir à l'écriture de deux nouveaux critères spécifiquement dédiés au contrôle des structures flexibles : \mathcal{J}_1 et \mathcal{J}_2 . Ceux-ci permettent au concepteur de prendre en compte, dès l'étape de synthèse optimale, des considérations liées aux études avals d'identification et de commande des systèmes flexibles.

Ces critères ont été mis en application dans le cas de l'étude de la conception optimale d'une nouvelle micropince piézoélectrique monolithique, capable de réaliser à terme des tâches de micromanipulation. Ce microsystème mécatronique est optimal vis-à-vis :

- de critères mécaniques statiques, du type force et déplacement ; lorsqu'elle est libre, la partie effectrice de la microstructure (qui sera ultérieurement en interaction avec les micro-objets) est caractérisée par des mouvements de grande amplitude sous l'application de potentiels électriques sur ses électrodes. À l'inverse, lorsqu'elle est bloquée, la sortie mécanique du système fournit de grandes forces de serrage sur l'objet manipulé, de l'ordre de celles rencontrées classiquement pour les actionneurs de type *unimorphe* par exemple ;
- des critères \mathcal{J}_1 et \mathcal{J}_2 . Conformément au cahier des charges, la réponse fréquentielle de cette structure est caractérisée en simulation par la présence de deux premiers modes dominants les autres, ainsi que d'une alternance de pôles et de zéros en basse-fréquence.

La structure issue de cette démarche de conception optimale semble donc répondre à cette double exigence mécanique et automatique du concepteur de systèmes mécatroniques, en l'occurrence ici adaptroniques. Sa réalisation, sa caractérisation expérimentale puis sa commande sont présentées dans le chapitre suivant.

Chapitre 5

Prototypage et commande d'un micro-actionneur piézoélectrique

Ce chapitre porte sur la réalisation, l'étude et l'identification du micro-actionneur piézoélectrique conçu au chapitre 4 par la méthode de synthèse optimale. L'analyse des non-linéarités propres au phénomène de la piézoélectricité (hystérésis et dérive notamment) a permis d'établir un modèle dynamique complet du microsystème en tension-déflexion pour permettre à terme sa commande. Tirant profit des propriétés intéressantes de la réponse fréquentielle de ce système, une première loi de commande, basée en partie sur un schéma d'amortissement actif de vibrations, a pu être implémentée et testée. Enfin, ses performances ont pu être comparées avec celles atteintes par plusieurs commandes robustes traditionnelles (RST et H_∞). Les résultats obtenus confortent la pertinence des critères \mathcal{J}_1^k , $\mathcal{J}_2^{k'}$ dans l'approche de conception optimale globale à l'aide de la méthode développée et leur impact sur l'étape finale de commande du système.

5.1 Réalisation du prototype de micropince

Parmi les différents procédés offerts pour la découpe du matériau piézoélectrique, les choix retenus se sont portés sur deux techniques courantes. Plusieurs essais de prototypage ont été effectués pour la réalisation de la structure piézoélectrique étudiée en simulation dans le chapitre 4 (Fig. 5.1). Les procédés qui ont été testés sont :

- l'usinage par fraise diamantée qui reste tout de même dédié à l'usinage de structures aux géométries simples et rectilignes de type poutres ;
- la découpe laser.

Par la suite, d'autres techniques de réalisation plus avancées pourront éventuellement être testées (usinage ultrasonore par exemple).

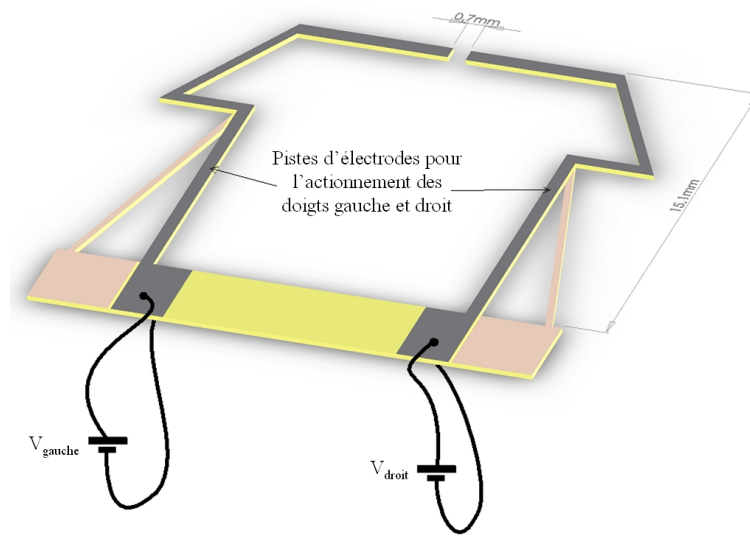


FIGURE 5.1 – Vue 3D de la micropinçe piézoélectrique montrant les pistes d'électrodes supérieures pour les doigts gauche et droit.

5.1.1 Usinage par contact

Quelques tests préliminaires d'usinage par fraise diamantée ont pu être réalisés sur une machine à commande numérique du *Laboratoire de Robotique et Méso-robotique* au *Commissariat à l'Energie Atomique* de *Fontenay-aux-Roses*. Le diamètre des fraises que nous avons à notre disposition pour instrumenter ce centre d'usinage était de $400\mu m$, ce qui reste relativement important compte-tenu des dimensions des détails du motif de la structure à réaliser ici. L'usinage par cette technique introduit, par la rotation à *Ultra Grande Vitesse* de l'outil, des efforts et moments de coupe, qui imposent de maintenir le substrat piézoélectrique sur le plateau. Pour prévenir les risques de cassure de la plaque de céramique, nous avons eu recours à l'utilisation d'un plateau givrant qui a permis la solidarisation du substrat sur le plateau en limitant autant que possible la création de zones de concentrations de contraintes (Fig. 5.2).



FIGURE 5.2 – Plateau givrant en fonctionnement.

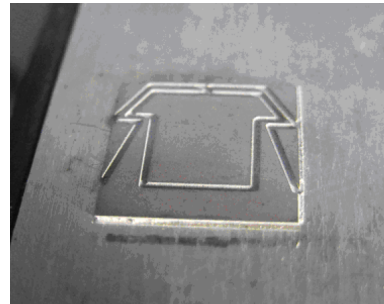


FIGURE 5.3 – Pinçe partiellement usinée par fraise diamantée.

Les expériences réalisées n'ont pourtant pas abouti à l'usinage complet de la microstructure, car la fragilité du matériau en jeu n'offre pas la résistance mécanique à la rupture suffisante pour ce procédé d'usinage par contact (Fig. 5.3). Par ailleurs, le matériau piézoélectrique étant par nature très abrasif, l'inspection des fraises diamantées révèle, après la phase d'usinage, une légère diminution d'aspérité de leur couche diamantée.

5.1.2 Protocole de fabrication par usinage laser

Fort de l'expérience acquise sur l'usinage des blocs élémentaires d'une part, et pour des raisons de commodité d'autre part, l'usinage du prototype est réalisé grâce à la machine de découpe laser de l'*Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et des Microtechniques (ENSMM)* à *Besançon*. À l'origine destinée à la microfabrication de pièces par gravure laser, cette machine présente des paramètres de réglage de la découpe laser qu'il a fallu adapter.

Une campagne d'essais préliminaires a permis de dégager la meilleure stratégie d'usinage pour conserver une qualité de découpe convenable. Afin de limiter l'échauffement du matériau à une température restant en-deçà de la demi-température de *Curie*, source possible de dépolarisation locale de la céramique, l'intensité du laser a été réglée sur sa puissance minimale admissible. D'autres réglages, tels que la vitesse de balayage, le temps d'ouverture et de fermeture de l'interrupteur (impulsions du laser), ont permis de réaliser des enlèvements de matière sous incidence normale par couches successives de quelques microns, sans dégrader les propriétés piézoélectriques de l'échantillon. Le protocole détaillé (Fig. 5.4) envisage également l'ablation des électrodes en une seule couche. Cela rend possible la réalisation de pistes d'électrodes, et donc celle de blocs actifs et passifs à partir d'un unique échantillon de matière, pour exploiter localement l'effet piézoélectrique.

Ce protocole de réalisation a abouti au prototypage du doigt de préhension (Fig. 5.5), ainsi qu'à celui de la structure complète localement active (Fig. 5.6).

Les clichés pris sur la tranche de certaines poutres constitutives du treillis montrent de légères irrégularités par ce procédé de découpe. En outre, bien que l'échauffement produit par l'intensité lumineuse du spot laser a noirci le bord des électrodes sur certaines poutres, il a été vérifié que les surfaces actives, ainsi que les caractéristiques piézoélectriques de chacune des poutres, demeurent conservées. Nous avons donc utilisé ce prototype pour la suite de notre étude.

5.2 Identification du transfert tension-déflexion

Dans cette section, le modèle électromécanique reliant la tension (V) et la déflexion ($\delta_x = \delta$) du prototype piézoélectrique est analysé puis identifié à partir de mesures

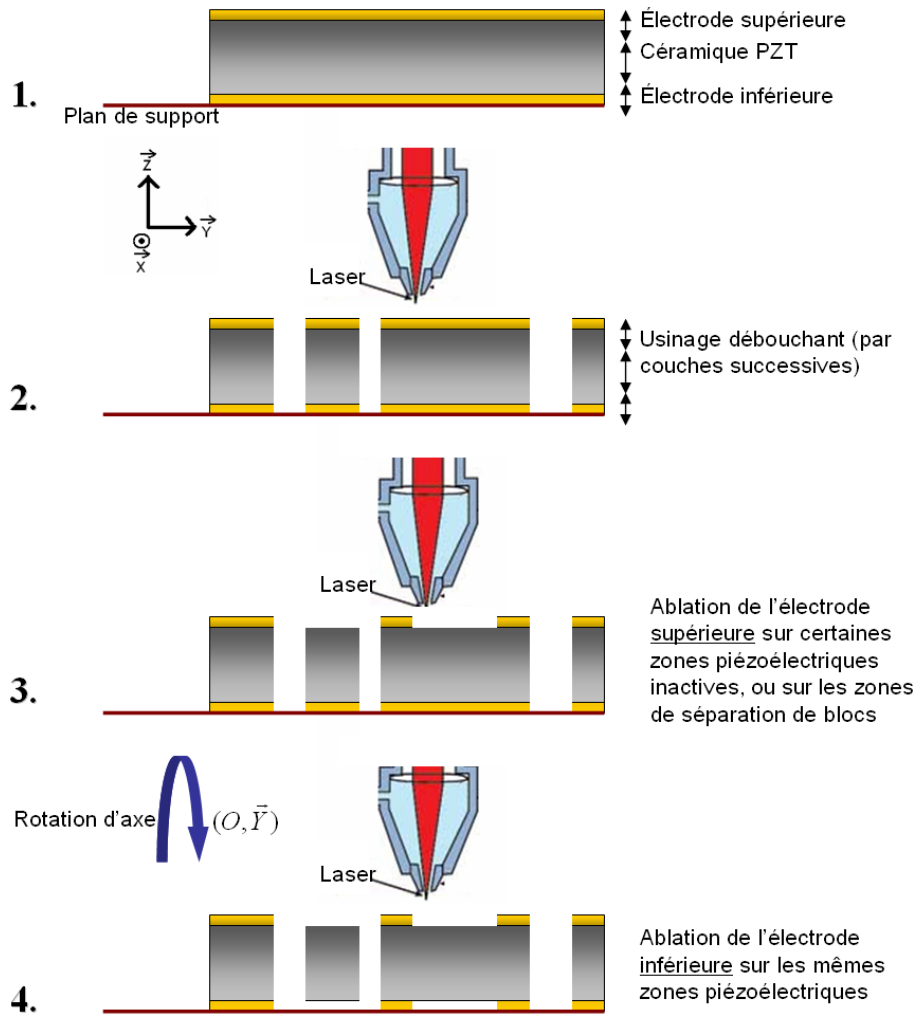


FIGURE 5.4 – Protocole d'usinage des structures piézoélectriques.

expérimentales. En particulier, les phénomènes non-linéaires d'hystérésis et de dérive sont introduits dans l'écriture du modèle complet en vue de l'étape aval de commande.

5.2.1 Banc expérimental

Le micro-actionneur qui constitue la demi-pince est encastré à sa base dans des mors conducteurs en cuivre, et placé sur une table de micropositionnement x - y - z (Fig. 5.7). La structure piézoélectrique nécessitant de fortes tensions¹ pour permettre son actionnement, le système est connecté à la sortie d'un amplificateur de tension (référence *LPA 400*, *N4L*) de gain $\times 50$ et de large bande-passante². Le déplacement résultant selon la

1. De l'ordre de la centaine de Volts.

2. Supérieure au MégaHertz.

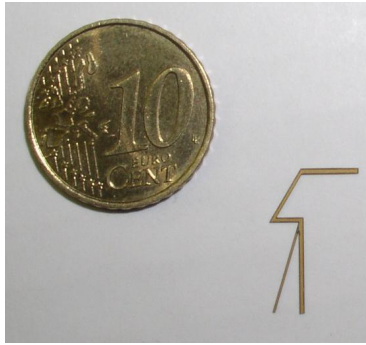


FIGURE 5.5 – Photographie du doigt de préhension gauche seul, usiné par découpe laser.

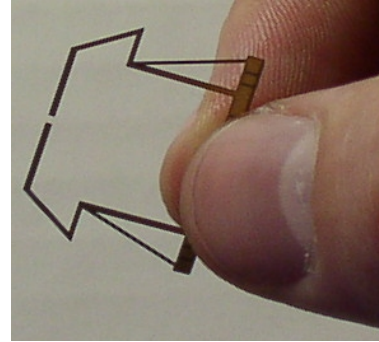


FIGURE 5.6 – Photographie du prototype de la micropince usinée par découpe laser.

direction x est mesuré via un capteur laser de résolution $0,01\mu m$ (référence *Keyence LK-G 10*), dont la sortie analogique est transmise vers un filtre anti-repliement de fonction de transfert notée $F(s)$.

L'acquisition de la sortie en tension du filtre est réalisée grâce à un ordinateur équipé de *Matlab/Simulink*, ainsi que d'une carte d'acquisition *NI Labview PXI*, dont la fréquence d'échantillonnage vaut $f_e = 20kHz$ (Fig. 5.8).

Vu le caractère fortement résonant de la structure, ce filtre a pour vocation d'empêcher le repliement des dynamiques hautes-fréquences non modélisées de la structure dans la bande spectrale d'intérêt pour la commande. Le choix s'est porté sur la réalisation d'un filtre analogique passe-bas du quatrième ordre fait de la mise en série de deux circuits

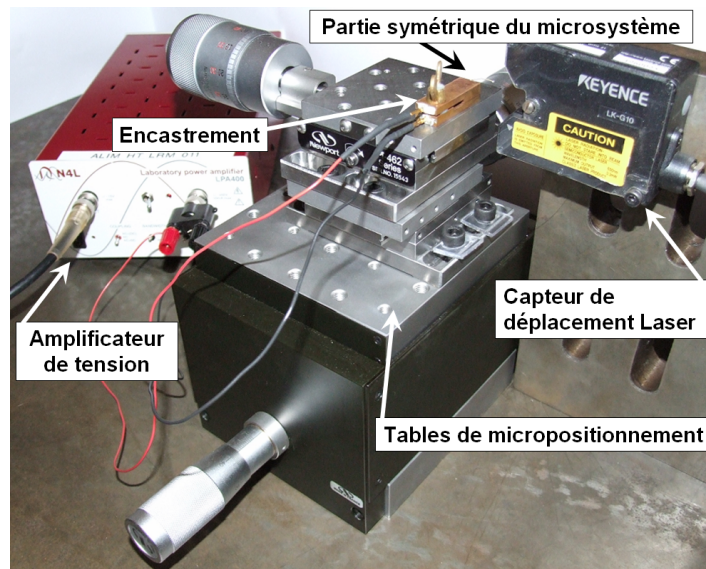


FIGURE 5.7 – Photographie du banc d'essais expérimental.

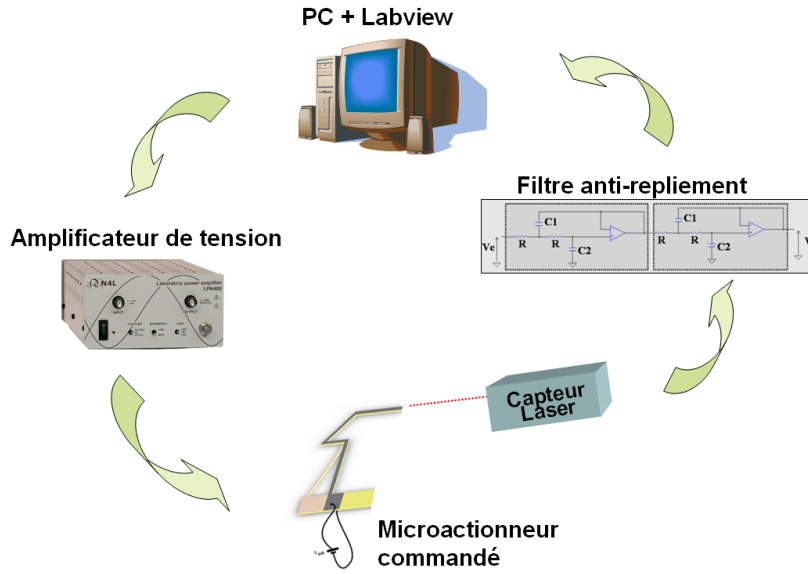
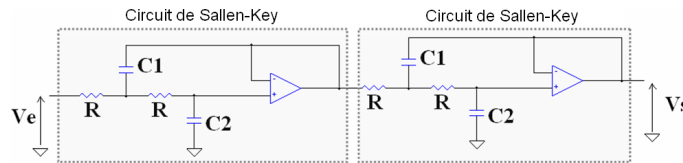


FIGURE 5.8 – Schéma de la chaîne d'instrumentation.

électroniques de *Sallen-Key* (Fig. 5.9). Ce filtre est réglé par des valeurs de composants électroniques pour fournir une atténuation de plus de $75dB$ à la fréquence de *Shannon* $f_s = f_e/2 = 10kHz$. La fonction de transfert du filtre est :

$$F(s) = \frac{V_s(s)}{V_e(s)} = \left(\frac{1}{1 + 2C_2Rs + C_1C_2R^2s^2} \right)^2 \quad (5.1)$$

FIGURE 5.9 – Filtre actif anti-repliement. Les valeurs des composants sont : $R = 2.2 \text{ k}\Omega$, $C_1 = 100 \text{ nF}$, $C_2 = 47 \text{ nF}$.

5.2.2 Analyse du comportement en déflexion

La description linéaire adoptée dans le formalisme *FlexIn* pour décrire le comportement vibratoire des structures piézoélectriques est basée sur une extension modale des relations linéaires présentées dans le standard international de la piézoélectricité [Pie87]. Ce standard, largement utilisé dans la communauté scientifique, consiste en l'écriture de plusieurs jeux de doublets de relations linéaires indépendantes (Table.3.1). La critique majeure d'une telle démarche, partagée notamment dans [Gol95] et [Adr00], est

le manque de modélisation des phénomènes de non-linéarités. Or dans le mode transverse, la déformation de ces actionneurs piézoélectriques, commandée via une tension appliquée sur ses électrodes supérieure et inférieure, laisse apparaître un comportement non-linéaire :

- les paramètres physiques du matériau, tels que les coefficients mécaniques et piézoélectriques, sont fonctions de grandeurs externes comme la tension, la température, l'humidité [Zho01]. La compensation des variabilités de l'ensemble des paramètres physiques serait une tâche extrêmement complexe et coûteuse, tant les multiples conditions d'expérimentations influencent les résultats et la reproductibilité des échantillons est faible. Toutefois, la robustesse de la loi de commande appliquée devra faire face, dans une certaine mesure, à ces incertitudes paramétriques.
- La dérive³ lente du matériau (de l'ordre de la minute) est définie comme la perte logarithmique de déflexion dans le temps, et apparaît traditionnellement dans les matériaux piézoélectriques [Kai88]. La mesure de la réponse temporelle de notre prototype met en évidence, dès les premiers instants suivants la partie transitoire, la présence de cette dérive (Fig. 5.10).

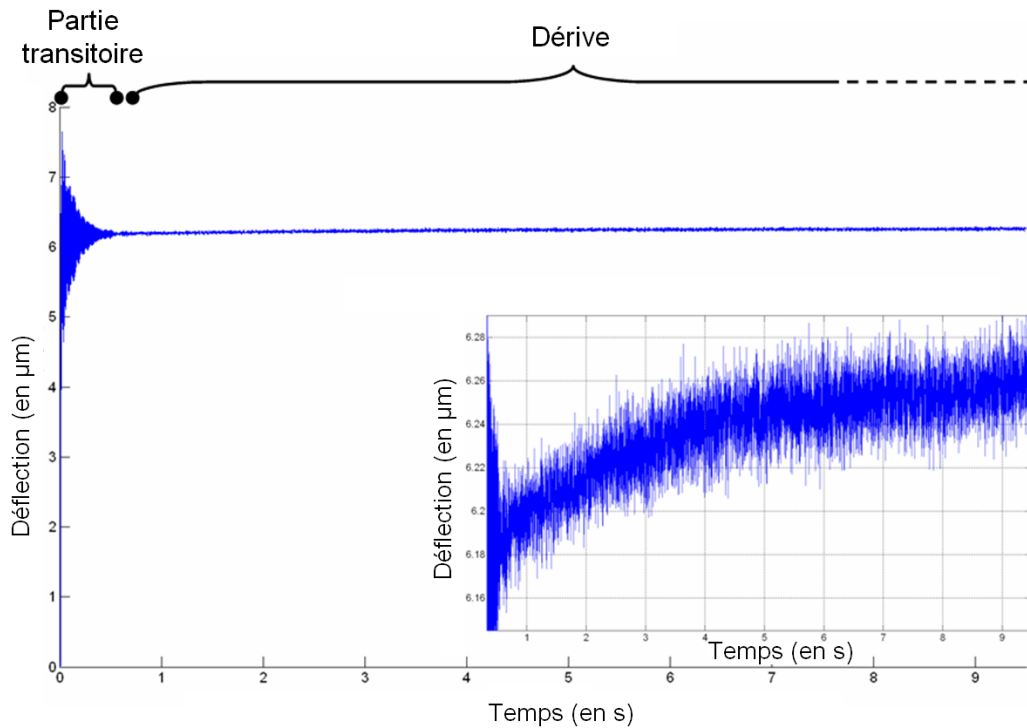


FIGURE 5.10 – Mise en évidence du début de la dérive de la déflexion pour le doigt d'actionnement (échelon de tension à $t = 0$).

La présence de la dérive, dont l'origine provient du réarrangement lent des domaines cristallins dans le matériau, rend difficile, en boucle ouverte, le maintien

3. Parfois appelé *fluage* (ou encore *creep* dans la terminologie anglo-saxonne).

de la déflexion de l'actionneur piézoélectrique invariante dans le temps. Parmi les modèles existants pour décrire cette dérive, [Ru07] adopte une formulation logarithmique fonction de la tension et du temps. [Mal69] introduit l'opérateur de dérive linéaire, qui considère le phénomène comme la combinaison en série de solutions de systèmes dynamiques visco-élastiques du type ressort-amortisseur (systèmes du premier ordre).

- Les matériaux piézoélectriques présentent une hystérésis entre la tension appliquée et la déformation engendrée. L'hystérésis trouve son origine dans les effets de polarisation cristalline et la non-linéarité de l'apparition des charges électriques en fonction de la tension électrique appliquée sur le matériau piézoélectrique [Agn03a] (Fig. 5.11).

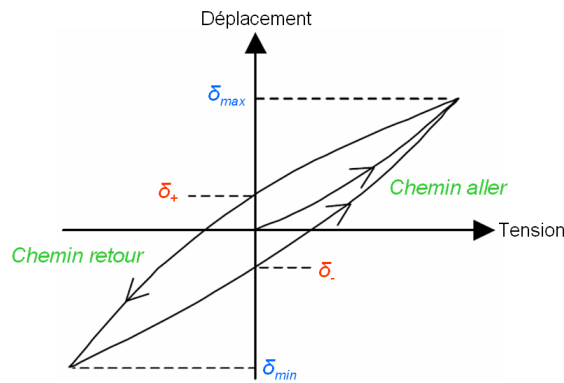


FIGURE 5.11 – Cycle d'hystérésis type d'un actionneur piézoélectrique commandé en tension.

Quelques observations préliminaires sur le comportement quasi-statique du prototype sont tirées d'une première analyse en régime harmonique basse-fréquence (Fig. 5.12).

D'une part, lorsque la tension appliquée devient importante, la réponse expérimentale du microactionneur met en évidence un comportement hystérétique non-négligeable, là où la modélisation adoptée en simulation est purement linéaire.

D'autre part, l'encastrement non-parfait de la microstructure, les conditions expérimentales non-contrôlées d'humidité et de température, ainsi que les probables défauts d'usinage, sont autant de causes possibles pour expliquer la différence de gain existant entre la courbe d'hystérésis expérimentale linéarisée et celle tirée de la simulation par éléments finis. Ajoutons comme cause supplémentaire possible le fait que la donnée constructeur sur le coefficient d_{31} du matériau diffère peut-être de celle réellement observée en expérimentation sur notre substrat.

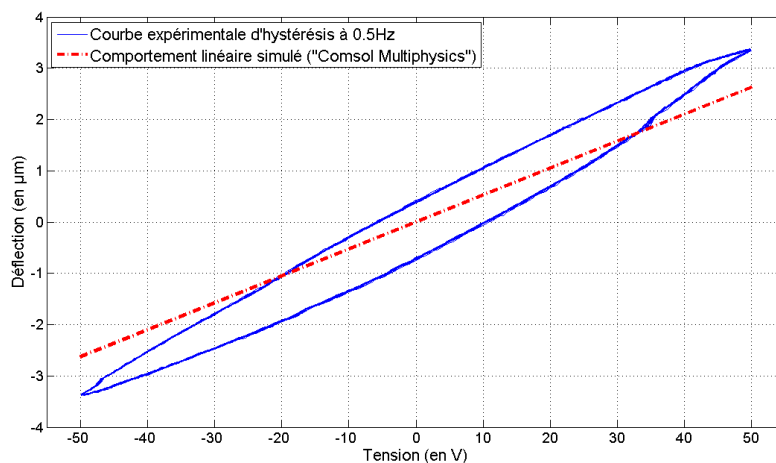


FIGURE 5.12 – Courbe d’hystérésis quasi-statique mesurée sur le microsysteme et réponse linéaire simulée par logiciel EF pour le doigt d’actionnement en matériau *PIC151*.

Méthodes existantes de modélisation des actionneurs piézoélectriques

Dans les cas spécifiques de schémas d’actionnement connus et largement utilisés (comme les multimorphes piézoélectriques [Wei99]), certaines modélisations analytiques, basées en partie sur la théorie de la résistance des matériaux, sont possibles.

Ainsi, [Smi91a] décrit le comportement linéaire en statique, puis en dynamique, d’actionneurs bimorphes encastres-libres constitués de matériaux piézoélectrique et élastique. Cette formulation générale couple linéairement la déflexion δ , la pente α , la charge q et le volume déplacé ϑ aux variables d’entrée que sont la force F et le moment \mathcal{M} mécaniques, la distribution de charges p uniformément réparties le long des électrodes et la tension électrique U . Le modèle prend en compte plus récemment l’influence de la température [Smi93].

Inspirés par les travaux antérieurs de [Tim25] sur les bimorphes thermiques, [DeV97] puis [Wei99] étendent l’analyse au cas plus général des structures multicouches, constituées d’électrodes et de diverses couches de matériaux (diélectrique, piézoélectrique et élastiques).

Enfin, les travaux de [Gol95] s’intéressent plus particulièrement à la modélisation d’actionneurs piézoélectriques en *stack* par des schémas de conversion d’énergie électromécanique.

La modélisation de la dynamique des actionneurs piézoélectriques demeure généralement linéaire [Cro98a] [Poz99]. Quelquefois, l’actionneur est modélisé comme un système linéaire non-stationnaire, dans lequel les paramètres sont identifiés par le biais d’une méthode d’apprentissage [Zho99]. Une approche similaire, mentionnée dans [Li93], consiste à estimer, selon un algorithme récursif, les paramètres d’un modèle linéaire discret à chaque pas d’échantillonnage.

Lorsque le champ électrique appliqué devient supérieur à 15% du champ maximal autorisé, le modèle linéaire n'est plus convenable, car les phénomènes d'hystérésis et de dérive deviennent perceptibles, voir gênants. L'hystérésis peut être prise en compte dans l'écriture du modèle complet par le modèle de Maxwell généralisé [Gol95], de Preisach [Mra02] [Dub05], par le jeu d'équations différentielles décrivant la courbe d'hystérésis (modèle de Bouc-Wen [Bou67] [Wen76]), par des approches polynomiales [Lia06] ou encore par une approche sous forme d'algorithme itératif [Lei91]. Des techniques d'apprentissage par réseau de neurones permettent parfois d'appréhender la courbe d'hystérésis avant intégration dans le modèle [Kim99]. Néanmoins, dans un cadre plus général où les conditions d'utilisation sont changeantes, l'estimation empirique des variables paramétriques de ces modèles nécessite de multiplier les protocoles d'identification (c'est-à-dire formes, amplitudes, fréquences des signaux), sans quoi le modèle numérique devient obsolète.

Aux incertitudes sur la déflexion réelle du système causées par les phénomènes d'hystérésis et de dérive, s'ajoutent les erreurs de positionnement induites par les vibrations de la structure flexible. Le guidage précis de l'organe terminal du préhenseur est rendu difficile du fait de la flexibilité mécanique du système.

L'effet immédiat de cette interaction de la dynamique de l'actionneur avec son hystérésis est le changement de forme de la courbe d'hystérésis. En effet, au voisinage des résonances, la boucle d'hystérésis s'élargit car l'amplitude de la sortie croît, et les déphasages introduits par les résonances et antirésonances deviennent naturellement apparents (Fig. 5.13). Cette dépendance à la fréquence qualifie alors l'hystérésis de "*dynamique*".

Par ailleurs, les boucles d'hystérésis dépendent de l'amplitude du signal de tension appliquée au matériau piézoélectrique [Agn03a]. En effet, les boucles caractérisées par de faibles amplitudes de tension (boucles dites "*internes*") ne présentent par la même orientation dans le plan tension-déflexion que la boucle de plus grande amplitude (boucle dite "*externe*"). Bien que ce phénomène ne soit pas mis en évidence sur les courbes d'hystérésis reportées en Fig. 5.13, le comportement de l'actionneur n'est donc pas linéaire de ce point de vue, car un accroissement de la tension d'actionnement génère une déflexion supérieure à ce même taux d'accroissement.

Modélisation adoptée pour l'identification de notre prototype

La modélisation recherchée du comportement en tension/déflexion de la microstructure active doit, selon [Rak06] :

- prendre en compte les phénomènes d'hystérésis et de dérive présents dans le prototype piézoélectrique ;
- rester simple pour les phases d'identification et de commande ;
- mener à une consommation faible en coût de calculs en vue de l'implémentation logicielle.

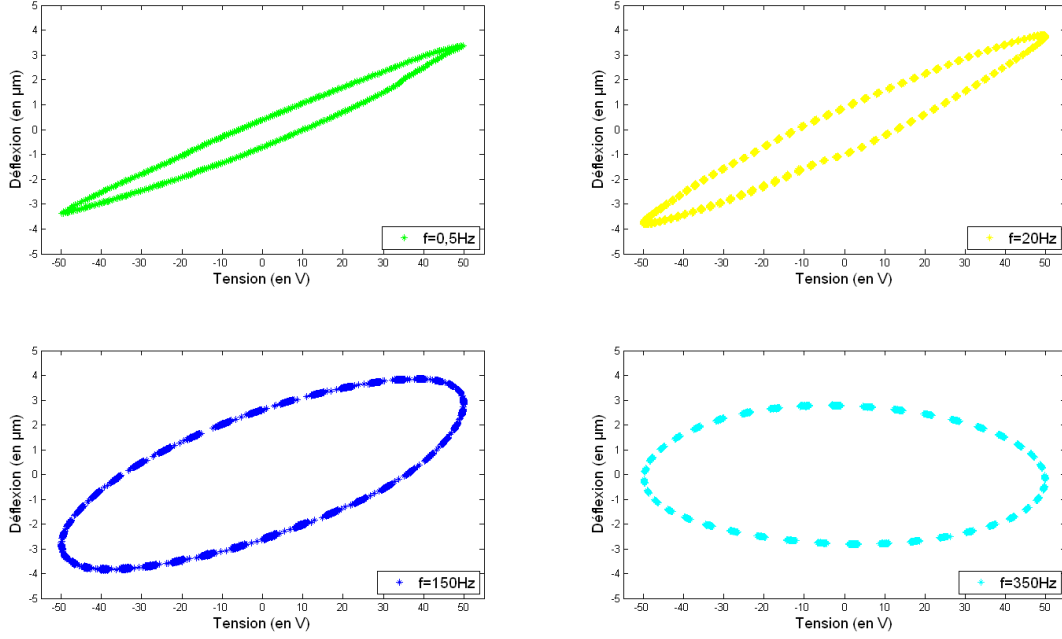


FIGURE 5.13 – Observation de l’hystérésis du doigt d’actionnement gauche en régime harmonique pour différentes valeurs de fréquence.

Sans perte de généralités, les relations électromécaniques adoptées pour la modélisation de la déflexion δ de l’actionneur piézoélectrique sont fonctions de la tension d’actionnement U et de la stimulation mécanique F_m à l’extrémité de l’actionneur.

En pratique, la différence de potentiels U entre les électrodes supérieure et inférieure fait directement référence à la tension d’actionnement du doigt de préhension du prototype et δ désigne, sauf mention particulière dans la suite, la déflexion selon la direction x . Soit F_m la force mécanique de réaction exercée à l’extrémité du prototype par l’objet manipulé.

Conformément à [Pon05], nous adoptons une modélisation très générale du comportement dynamique de la déflexion. Cette modélisation lie de manière non-linéaire la déflexion δ aux grandeurs externes que sont la tension électrique d’actionnement U et la force mécanique F_m , selon :

$$\delta(t) = s_p D(t) * F_m(t) + \Gamma(U, t) \quad (5.2)$$

où s_p désigne la souplesse mécanique de l’actionneur.

A ce stade, remarquons qu’un rapprochement peut être fait avec la modélisation générale EF dynamique d’une poutre piézoélectrique telle qu’elle est présentée au cours du chapitre 3 (équation 3.79). La dynamique de la déflexion (auparavant notée \mathbf{X}_R dans l’écriture EF) est linéairement liée à la force de réaction mécanique (notée \mathbf{F}_R^m) sur la structure. En revanche, l’intérêt de la modélisation ci-dessus pour la commande est

qu'elle permet entre autres de prendre en compte l'effet de l'action de la commande (notée \mathbf{V}_R) de manière plus générale que par une simple relation de proportionnalité, autorisant par exemple l'introduction des phénomènes non-linéaires mis en évidence précédemment.

L'opérateur Γ exprime la réponse de la déflexion δ en fonction des contributions découplées de l'hystérésis dynamique et de la dérive.

1. L'hystérésis dynamique, dont l'opérateur non-linéaire est noté H_d dans la suite, est souvent considéré comme la cascade en série d'un opérateur d'hystérésis statique, noté H_s et d'un second opérateur caractérisant la partie dynamique, noté D [Cro98b] [Dim99] (Fig. 5.14). Il faut noter que la dynamique de l'action de la force F_m sur le système (voir (5.2)) est semblable à la dynamique mécanique en déflexion induite par le potentiel électrique via l'opérateur $D(t)$, comme démontré par [Had00]. Ce dernier opérateur est supposé linéaire, et on note dans la suite $D(s)$ sa fonction de transfert, obtenue par *transformée de Laplace* de la réponse impulsionnelle de $D(t)$ et caractérisée par $D(s=0) = 1$.

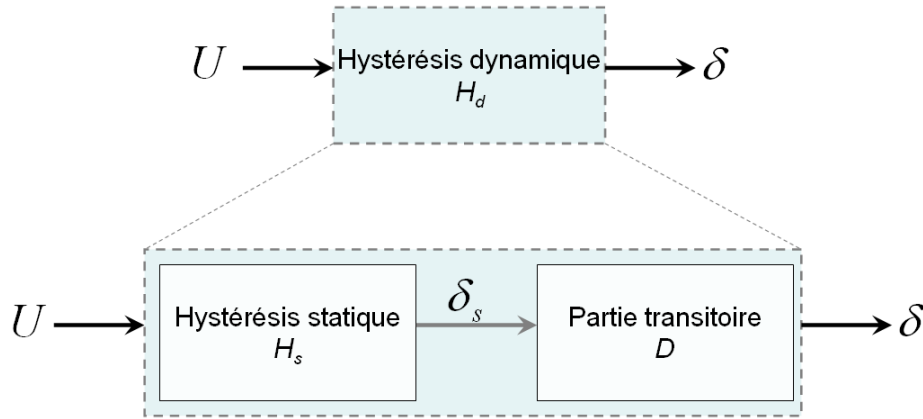


FIGURE 5.14 – Equivalence comportementale de l'hystérésis dynamique.

Cette description, qui reste encore un moyen relativement simple d'exprimer la non-linéarité de l'hystérésis dynamique, suggère un découplage partiel de certaines grandeurs intervenant dans le modèle électromécanique de l'actionneur. L'effet hystérétique apparaît seulement entre la tension aux bornes de l'actionneur et la charge électrique, la relation entre charge et déformation restant purement linéaire [Agn03a] (Fig. 5.14).

Ce principe de séparation, validé notamment dans [Cro98b] et [Rak07b], vise à assimiler la dynamique globale de l'actionneur à sa seule dynamique mécanique, la raison étant que cette dernière demeure bien plus lente que la dynamique électrique, conformément aux hypothèses fondatrices du standard [Pie87].

2. La dérive de la déflexion, notée δ_d , est généralement considérée dans les approches de commande en boucle fermée comme une perturbation apparaissant en régime

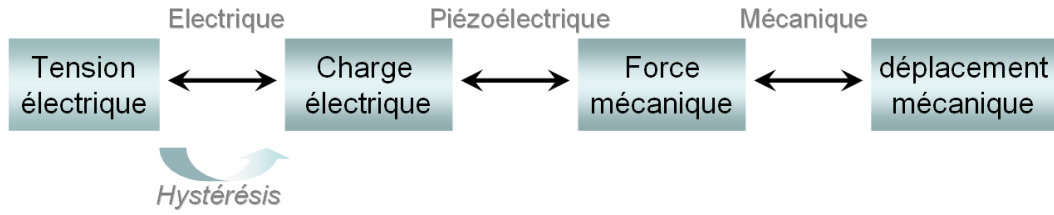


FIGURE 5.15 – Représentation schématique des échanges électromécaniques dans un actionneur piézoélectrique et de l’hystérésis qui sera considérée dans notre modèle.

permanent. Les résultats expérimentaux montrent que le temps de réponse⁴ de la partie transitoire reste inférieur à $500ms$, alors que le temps de montée⁵ dans la réponse de la dérive du système est supérieur à $3min$ [Rak07a]. Dans notre étude, la dérive est modélisée comme une perturbation additive en entrée du système.

5.2.3 Modélisation et identification de l’hystérésis

Dans un premier temps, il est montré que l’expérimentation nous permet d’envisager l’hystérésis dynamique H_d de l’actionneur comme la combinaison en série d’un opérateur d’hystérésis statique $H_s(U)$ et d’un transfert dynamique $D(s)$ qui modélise les vibrations mécaniques de la structure. H_s , qui adapte le gain statique, est seulement fonction de l’amplitude de la tension d’actionnement U (et non pas du contenu fréquentiel de la dynamique de la structure), tandis que la partie dynamique de fonction de transfert $D(s)$, rassemble uniquement les informations sur la dynamique fréquentielle de la structure (et ne dépend pas de l’amplitude de l’excitation U).

Dans une première partie, le transfert $D(s)$ est identifié. Ensuite, le principe de séparation de l’hystérésis dynamique est validé en choisissant pour l’illustrer un modèle simple pour l’opérateur H_s . Enfin, nous expliquons la modélisation que nous avons retenue pour H_s .

Identification des dynamiques vibratoires $D(s)$

Le comportement dynamique de la structure est identifié grâce à une étude harmonique. Pour isoler le comportement vibratoire du micro-actionneur du phénomène de dérive, l’analyse fréquentielle débute à $10Hz$. Par ailleurs, l’amplitude de la tension d’excitation est maintenue volontairement basse (5 Volts) pour rester dans les approximations du comportement linéaire de la structure hystérétique. La déflexion δ est mesurée par le capteur de déplacement laser pendant qu’une tension sinusoïdale de fréquence variable est appliquée aux bornes du système. Un analyseur de spectre (référence HP3562A)

4. Sous-entendu, le temps de réponse à 5%, noté $t_{5\%}$, qui est le temps mis par le système pour atteindre sa valeur finale avec un écart $< 5\%$.

5. Noté généralement t_m et défini comme l’intervalle de temps correspondant à la croissance de la sortie du système de 10% à 90% de sa variation totale.

recueille les données au tracé du diagramme de Bode. Le transfert dynamique de l'actionneur est ainsi identifié directement dans le domaine continu.

Comme attendu par la méthode de conception que nous avons développée, d'une part les deux premiers modes résonants sont bien dominants sur les modes résiduels hautes-fréquences, et d'autre part l'alternance désirée des pôles et zéros est maintenue dans le spectre d'intérêt. L'identification fréquentielle est donc réalisée en considérant ces deux modes flexibles seulement, impliquant de ce fait l'obtention d'un modèle réduit d'ordre 4 :

$$D(s) = \frac{N(s)}{M(s)} \quad (5.3)$$

où

$$\begin{aligned} N(s) &= 3,522 \times 10^{-7} s^2 + 2,291 \times 10^{-5} s + 1 \\ M(s) &= 1,113 \times 10^{-14} s^4 + 3,499 \times 10^{-12} s^3 + 4,206 \times 10^{-7} s^2 + 3,178 \times 10^{-5} s + 1 \end{aligned} \quad (5.4)$$

Ce modèle a été obtenu en considérant les contributions des deux premiers modes flexibles dans l'expansion modale de $D(s)$ en somme de transferts du second ordre. Au dénominateur $M(s)$, les pulsations ω_{ni} et les amortissements ξ_i ont été déterminées à partir des relevés expérimentaux des valeurs des résonances ω_{ri} et des facteurs de qualité $Q_i^{-3dB} \simeq \frac{1}{2\xi_i}$. Le calcul de $N(s)$ est basé sur celui d'un zéro du second ordre pour recaler la valeur de l'antirésonance et de son amortissement à partir des relevés expérimentaux.

Les valeurs des pulsations de résonance et des amortissements modaux du modèle identifié sont indiquées en Table.5.1.

TABLE 5.1 – Paramètres modaux identifiés de la fonction de transfert $D(s)$ identifiée (ω_{n1} correspond à une fréquence de 254,1 Hz, ω_{n2} à 944,4 Hz).

ξ_1	$\omega_{n1}(rad.s^{-1})$	ξ_2	$\omega_{n2}(rad.s^{-1})$
1,97%	1597,1	2,12%	5934,1

La comparaison de la réponse fréquentielle $D(s) \cdot F(s)$ identifiée avec celle observée par l'expérimentation indique que le modèle du quatrième ordre traduit convenablement les premières dynamiques vibratoires, avant la phase de *roll-off* débutant à 1500Hz (Fig. 5.16). La réponse fréquentielle prédite par *Comsol Multiphysics* à tendance à sur-estimer les pulsations naturelles ω_{n1} et ω_{n2} des modes contenus dans le plan $(0, x, y)$ de l'actionneur (Table.4.5). Par ailleurs, l'antirésonance reste bien comprise entre les deux résonances, même si elle devient plus proche de ω_{n1} que de ω_{n2} , contrairement au diagramme de Bode simulé par FlexIn (Fig. 4.21). De manière générale, les antirésonances demeurent davantage sensibles aux variations paramétriques que les résonances [Pre02].

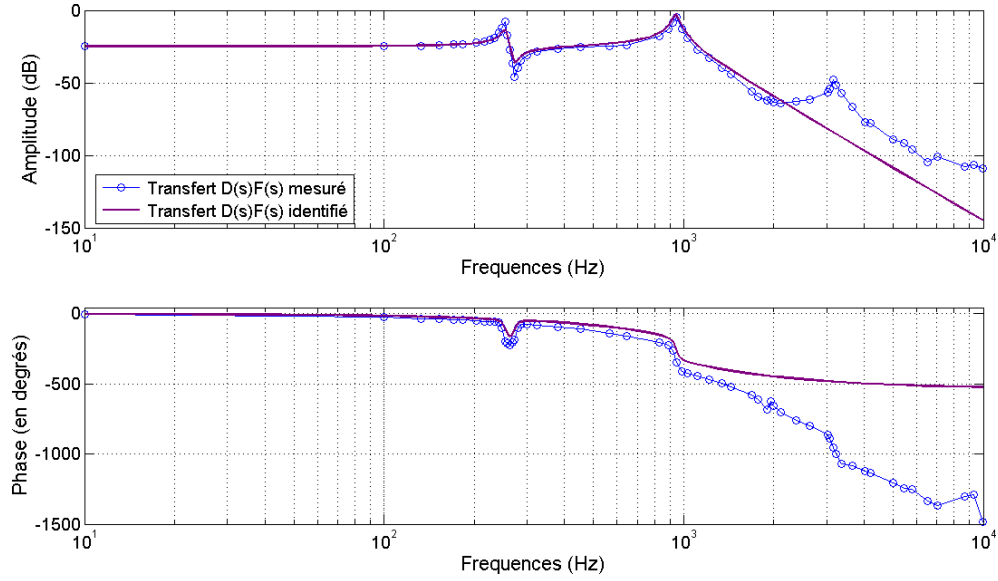


FIGURE 5.16 – Diagramme de Bode expérimental du transfert en déflexion $\frac{\delta}{U}$ ($\delta = \delta_x$ en μm et U en Volt) et transfert identifié correspondant $D(s)F(s)$.

La réponse indicielle du système identifié tend à montrer que le comportement transitoire du système coïncide en première approximation avec le modèle de prédiction (Fig. 5.17).

Validation du principe de séparation

Pour vérifier la validité du principe de séparation énoncé par la relation sur notre cas applicatif, l'équation différentielle du premier ordre proposée dans [Col86] est choisie comme modèle d'hystérésis statique $H_s(U)$ en raison de sa relative simplicité mathématique. Il a été montré que ce modèle, initialement développé pour décrire les hystérésis magnétiques, peut être étendu à une large classe d'hystérésis, parmi lesquels les hystérésis piézoélectriques [Ban01]. La relation statique tension/déflexion s'écrit comme suit :

$$(H_s) : \quad \dot{\delta} = \alpha \left| \dot{U} \right| (aU - \delta) + b\dot{U} \quad (5.5)$$

dans laquelle les paramètres a et b sont des paramètres de forme de la courbe d'hystérésis, tandis que le paramètre α est calculé à partir de son aire [Adr00]. Pour l'identification des paramètres, la courbe d'hystérésis considérée est définie comme la boucle stationnaire quasi-statique dans le plan $(0, U, \delta)$. Une sinusoïde de fréquence $0,5 Hz$ est choisie comme signal d'excitation : cette fréquence est suffisamment faible pour négliger les effets dynamiques, mais suffisamment importante par rapport à la fréquence de coupure de la dérive⁶ $f_c^{dérive} \approx \frac{1}{2\pi(3 \times 60)} \approx 0,9 \text{ mHz}$. Par ailleurs, l'orientation des axes des boucles "*internes*", qui est différente de celle de la boucle "*externe*", n'est pas prise en compte lors

6. Calcul correspondant à un temps de réponse de 3 min.

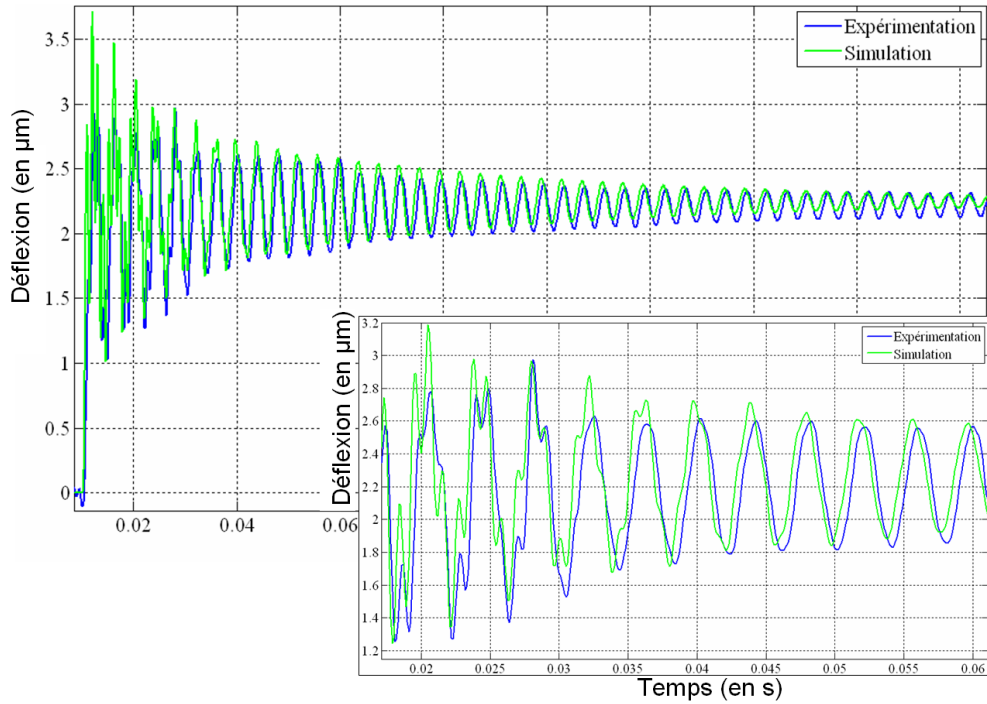


FIGURE 5.17 – Comparaison des réponses simulée et observée du système lors d’une sollicitation à un échelon en tension (avec mise à l’échelle des gains statiques pour permettre la comparaison).

de l’identification des paramètres. Dans le cadre de cette étude, ces hypothèses donnent, pour la boucle *externe*, les valeurs estimées suivantes :

$$\begin{cases} a = 0.9998 \mu\text{m} \cdot \text{V}^{-1} \\ b = 0.0635 \mu\text{m} \cdot \text{V}^{-1} \\ \alpha = 0.0140 \text{V}^{-1} \end{cases} \quad (5.6)$$

La proximité des courbes obtenues par simulation $H_s(U) \cdot D(s)$ et par expérimentation (Fig. 5.18) montre que le principe de séparation est valide et permet d’envisager dans la suite une modélisation série comme décrite (Fig. 5.14).

Choix du modèle retenu pour l’hystérésis statique

Une fois ce principe de séparation validé sur notre prototype, un choix doit être fait pour la modélisation de l’hystérésis statique sur la base du cahier des charges fixé préalablement. Tirant profit de cette propriété de découplage de l’hystérésis dynamique, le choix du modèle, en vue des phases d’identification et de commande du prototype, est basé notamment sur des considérations de modularité et de simplicité d’implémentation logicielle. À ce titre, un moyen simple de modéliser la non-linéarité de l’hystérésis statique est d’approximer sa courbe par une courbe multi-linéaires, constituée de plusieurs

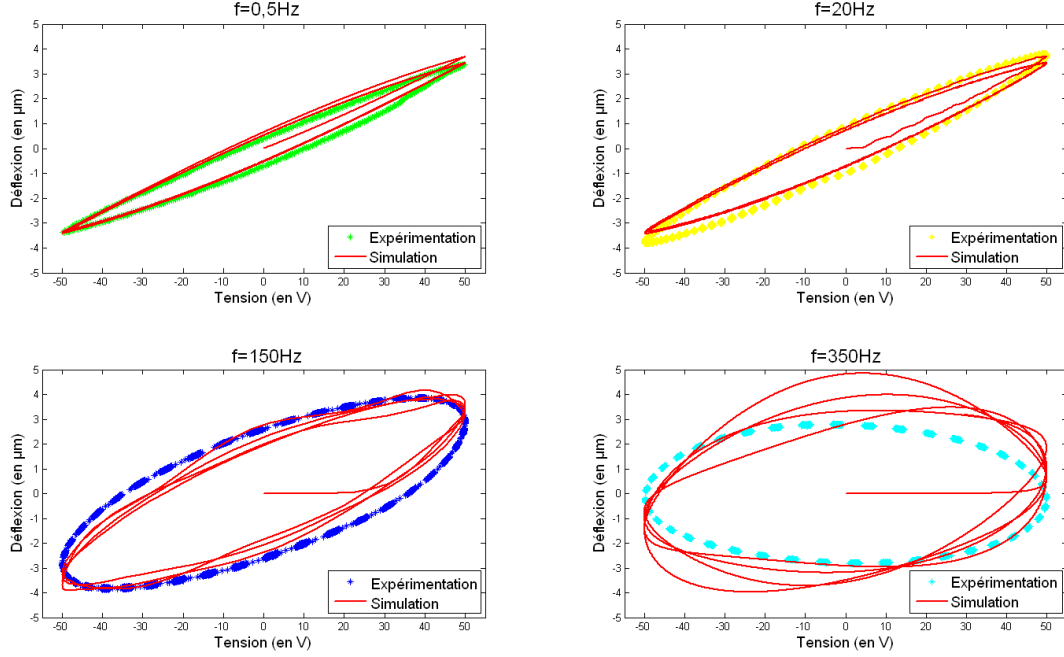


FIGURE 5.18 – Superposition des courbes $H_s(U) \cdot D(s)$ de simulation et H_d en expérimentation pour diverses fréquences.

segments de droites. Introduite initialement par [Gil00], cette modélisation ne nécessite aucune compensation par inversion de modèle, menant de fait à une consommation réduite de mémoire et de coûts de calculs d'une part, et à une facilité de synthèse du correcteur d'autre part.

Une particularisation de cette approximation multi-linéaires au cas quadrilatéral suffit généralement pour décrire l'hystérésis statique, et a fait l'objet de travaux récents pour la commande d'une poutre piézoélectrique bimorphe [Rak06] (Fig. 5.19). Nous expliquons maintenant brièvement cette méthode.

L'équation d'une droite courante (D_r) de cette courbe prend la forme $\delta = \alpha_r U + \delta_r$, dans laquelle la pente α_r et sa valeur à l'origine δ_r dépendent du passé et du présent de l'entrée U . Le modèle statique du système réel consiste en un modèle nominal dont le gain statique, estimé graphiquement par lecture de la courbe d'hystérésis, est entaché d'une incertitude bornée.

L'hystérésis H_s est approximé par un modèle pseudo-linéaire de pente nominal α_0 et d'ordonnée à l'origine δ_H selon :

$$\delta = \alpha_0 U + \delta_H \quad (5.7)$$

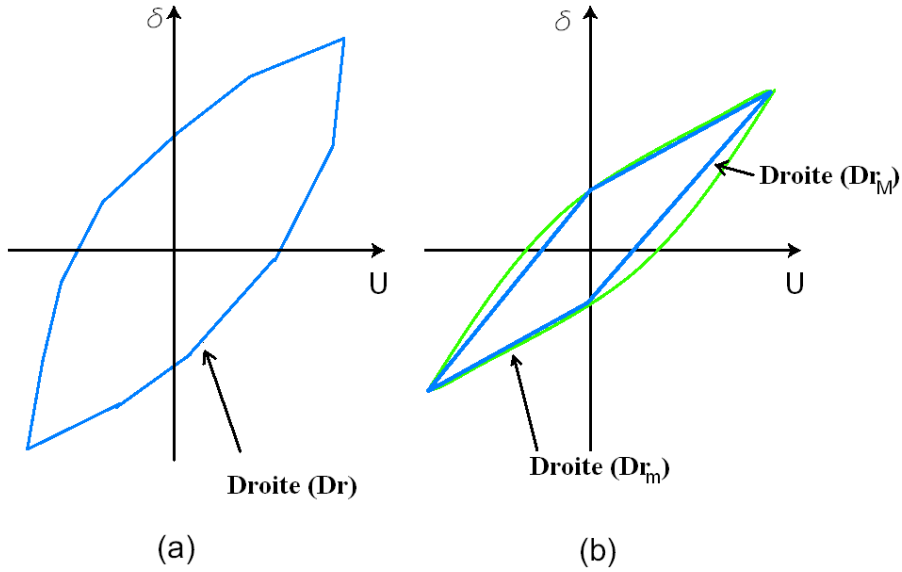


FIGURE 5.19 – (a) Approximation multi-linéaires. (b) Approximation quadrilatérale.

dans lequel α_0 est calculé comme la moyenne arithmétique des pentes minimale α_m et maximale α_M des quatre droites constituant le quadrilatère. Soient D_{r_m} et D_{r_M} les deux droites de pentes minimale et maximale respectivement :

$$\begin{cases} (D_{r_M}) : \delta = \alpha_M U + \delta_M \\ (D_{r_m}) : \delta = \alpha_m U + \delta_m \end{cases} \quad (5.8)$$

Par ailleurs, la pente moyenne α_0 et le rayon α_E sont également introduits comme suit :

$$\begin{cases} \alpha_0 = \frac{\alpha_M + \alpha_m}{2} \\ \alpha_E = \frac{\alpha_M - \alpha_m}{2} \end{cases} \quad (5.9)$$

L'information sur la valeur du rayon α_E permet de quantifier l'erreur d'incertitude sur le modèle réel du système à un instant donné.

Finalement, le système réel est caractérisé en statique comme un système linéaire soumis à une perturbation additive en entrée :

$$\begin{cases} \delta = \alpha_{system} U + \delta_H \\ \alpha_0 - \alpha_E \leq \alpha_{system} \leq \alpha_0 + \alpha_E \end{cases} \quad (5.10)$$

Sa représentation en fonction de transfert existe, et le système statique peut se ramener au schéma-bloc donné par la Fig.5.20.

L'identification de l'hystérésis quadrilatérale est réalisée en expérimentation à partir de la boucle externe de la courbe d'hystérésis quasi-statique : le gain nominal et le rayon

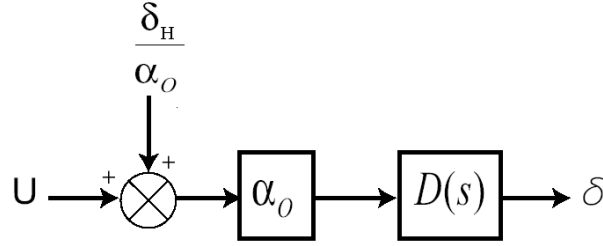


FIGURE 5.20 – Modèle du transfert statique en tension-déflexion par l'approximation quadrilatérale.

d'incertitude sont respectivement estimés à $\alpha_0 = 0,0640\mu m.V^{-1}$ et $\alpha_E = 0,0122\mu m.V^{-1}$ (Fig.5.21). Les quelques différences vis-à-vis des boucles internes sont supposées être prises en compte par la robustesse du contrôleur synthétisé *a posteriori*. L'amplitude en tension est choisie égale à $100V$, qui sera l'ordre de grandeur de l'amplitude de commande nécessaire au correcteur synthétisé.

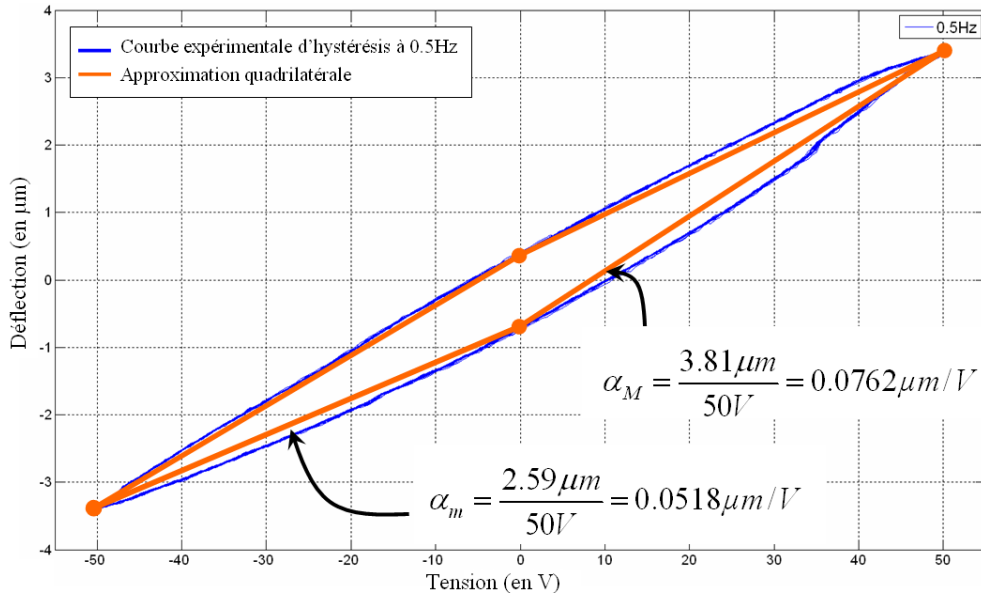


FIGURE 5.21 – Identification des paramètres de la courbe d'hystérésis quadrilatérale. (Les segments de droites sont choisis aux nœuds du ventre de l'hystérésis, où l'amplitude de la déflexion est maximale.)

5.2.4 Ecriture du modèle complet pour la synthèse de la commande

Dans le domaine de *Laplace*, la contribution mécanique $\delta_F(s) = s_p D(s) F_m(s)$ issue de l'équation (5.2) décrit la dynamique de la déflexion lors du contact de l'objet manipulé sur l'extrémité du micro-actionneur. A l'instar de la déflexion δ_d induite par la dérive,

cette contribution sera assimilée lors de la commande en déflexion libre à une entrée perturbatrice sur le modèle nominal.

Le modèle complet, incluant la dynamique du filtre actif anti-repliement $F(s)$, donné Fig.5.22, prend donc la forme générale :

$$\delta(s) = F(s) (\alpha_0 D(s) U(s) + \delta_{Pert.}(s)) \quad (5.11)$$

où α_0 , complété par l'incertitude α_E , limite les variations possibles du gain statique réel du système, selon $\alpha_0 - \alpha_E \leq \alpha_{system}(t) \leq \alpha_0 + \alpha_E$. Dans la suite, la partie dynamique du système instrumenté $\alpha_0 D(s) F(s)$ est notée $G(s)$.

Le dernier terme dans (5.11) rassemble l'ensemble des différentes sources de perturbations comme suit :

$$\delta_{Pert.}(s) = \delta_H D(s) + \delta_F(s) + \delta_d(s) \quad (5.12)$$

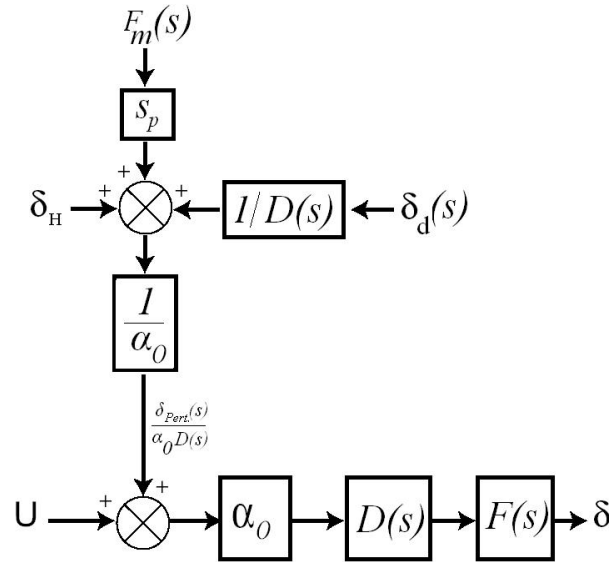


FIGURE 5.22 – Transfert en tension/déflexion équivalent.

5.2.5 Etat de l'art sur la commande des actionneurs piézoélectriques

Commande en boucle ouverte

Différentes approches existent pour piloter un actionneur piézoélectrique en boucle ouverte. Une première classe consiste à linéariser ce comportement en déflexion par l'application d'une quantité contrôlée de charges. Une seconde classe de méthode consiste à compenser, par inversion de modèle, les effets indésirables causés par les non-linéarités du comportement en déflexion.

- Pour réduire les effets gênants des non-linéarités, des méthodes de commande en charge sont parfois adoptées, exploitant la linéarité de la relation entre la charge électrique présente sur les électrodes de l'actionneur et la déformation mécanique (hystérésis statique réduit à environ 2%) [New82] [Kai88] [Fur98]. Pour autant, la complexité du circuit électronique pour d'une part maintenir indéfiniment le système alimenté en charge, et d'autre part pour assurer la conversion fine de la charge en tension pour la mesure, freine son utilisation. Toutefois, une commande originale en boucle ouverte, baptisée commande Q/V et combinant la charge et la tension électrique, a été développée puis mise en oeuvre sur un actionneur piézoélectrique *duo-bimorphe* pour permettre la compensation des pertes de charges. Cette commande a ainsi permis de linéariser le comportement hystérétique de l'actionneur [Agn03b] [Agn03a].
- Les techniques de modélisation numérique, comme le modèle de *Preisach*, permettant de décrire l'hystérésis du PZT [Ge97], sont souvent associées à une méthode de commande en boucle-ouverte, qui consiste à compenser, par inversion du modèle, les phénomènes de non-linéarité (Fig.5.23). Plus récemment, il a été démontré que l'opérateur de *Prandtl-Ishlinskii*, moins complexe que le modèle de *Preisach*, a l'avantage de posséder un inverse analytique facilement calculable [Tan06]. Cet opérateur convient mieux à une implémentation temps-réel, pour laquelle le temps de calcul est toujours critique. Mais, comme pour la plupart de ces modèles, certains cas numériques, qui correspondent aux singularités de la courbe, empêchent l'existence mathématique de l'opérateur inverse, ou mène parfois à de mauvais conditionnements numériques.

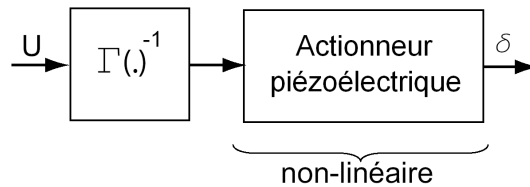


FIGURE 5.23 – Commande en boucle ouverte par compensation d'hystérésis.

Commande en boucle fermée

Des techniques courantes de commande hybride feedforward/feedback intègrent un modèle inverse linéarisé (du type de *Preisach*) dans la boucle feedforward et un correcteur feedback *PID* pour améliorer la précision de l'asservissement de l'actionneur piézoélectrique [Ge96]. [Cro98b] applique ainsi un modèle inverse polynomiale dans la boucle feedforward pour compenser l'hystérésis et conçoit un simple correcteur *PD* dans la chaîne de rétroaction pour amortir les vibrations d'un microactionneur piézoélectrique. D'autres méthodes de commande avancée, telles que les commandes robustes du type H_∞ , ont déjà été implémentées dans la boucle de rétroaction [Che99]. [Tsa03] introduit, quant à lui, un nouveau modèle identifié en boucle ouverte de l'hystérésis piézoélectrique : il consiste en un gain et un retard pur variables, fonctions de l'amplitude et de

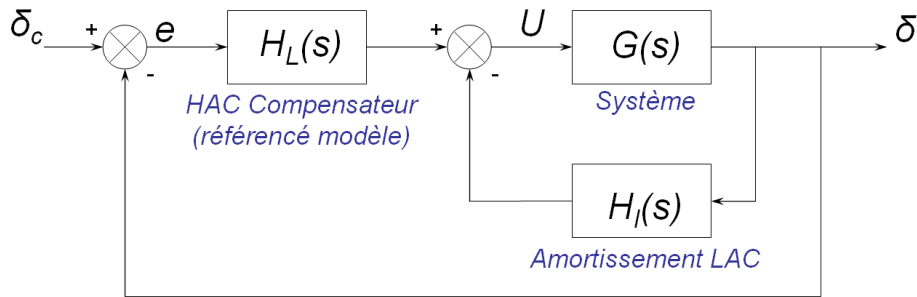


FIGURE 5.24 – Principe de la commande HAC/LAC.

la fréquence de la commande appliquée. Ce modèle est ensuite utilisé pour synthétiser un correcteur H_∞ robuste, basé sur un modèle prédictif de *Smith*, pour commander précisément la déflexion.

La commande adaptative reste également une approche privilégiée dans la commande de tels systèmes [Tao96] [Tao95]. Par exemple, les paramètres du système peuvent être identifiés en temps réel par des méthodes de réseaux de neurones [Hwa03], ou modélisés suivant des méthodes de logique floue [Ste98], voire commandés par modes glissants [Abi04].

Malgré le recours à des méthodes de réduction de modèles, ces dernières techniques de commande avancées peuvent parfois mener à l'obtention de correcteurs d'ordre élevé, ce qui ne facilite pas à terme leur implémentation dans un contrôleur. Or, l'étude menée précédemment sur la modélisation du comportement de l'hystérésis dynamique de notre prototype met en évidence la validation du principe de séparation en un hystérésis statique et un transfert dynamique. Selon l'approche adoptée dans la spécification de l'optimisation, la partie dynamique identifiée $D(s)$, caractérisant le régime transitoire et oscillatoire du système flexible, possède l'alternance pôles/zéros souhaitée, qui garantit intrinsèquement les propriétés de robustesse asymptotique. *A contrario* des méthodes précédentes, l'approche de commande adoptée dans la suite tire profit de la forme particulière de la réponse fréquentielle du système pour concevoir un régulateur robuste et simple, capable de répondre au cahier des charges.

5.3 Synthèse d'une loi de commande HAC/LAC

Un des rôles premiers de la commande des structures flexibles est de réduire les effets transitoires indésirables et d'assurer le rejet des perturbations. Les stratégies existantes d'amortissement actif restent efficaces dans la réduction du comportement vibratoire du système lors de la phase transitoire. Pour autant, les correcteurs à faibles gains issus de ces schémas de commande, appelés *Contrôleurs à Faible Autorité*⁷, n'apportent pas de

7. *Low Authority Control (LAC)* dans la terminologie anglo-saxonne.

solution dans le suivi de consigne. Leur but est plutôt d'augmenter les facteurs d'amortissement des pôles de la boucle ouverte ; de ce fait, les positions des pôles en boucle fermée dans le plan complexe ne restent que très peu modifiées par rapport à celles de la boucle ouverte. Pour répondre à cela, le correcteur final nécessite des gains importants pour modifier substantiellement la position de ces pôles, d'où le nom de *Contrôleurs à Haute Autorité*⁸. L'approche suivante, fondée à l'origine par la société *Lockheed* [Mis83], combine les deux approches précédentes par une commande hiérarchisée (*HAC/LAC*) [Sch84] [Aub84], parfois encore appelée *Wide-band position control* [Pre02].

5.3.1 Stratégie de commande

La stratégie de commande utilisée dans l'étude est la combinaison de deux boucles de rétroactions (Fig.5.24).

1. La boucle interne d'amortissement réduit l'amplitude de la réponse fréquentielle au voisinage des résonances et, par conséquent, le temps de réponse à des commandes indicielles ou impulsionnelles en sortie du compensateur $H_L(s)$. En effet, d'après l'expansion modale de la matrice de transfert du système (chapitre 4), la réponse impulsionnelle entrée-sortie est de la forme très générale :

$$g(t) = \sum_{i=1}^n K_i e^{-\xi_i \omega_i t} \sin \left(\omega_i \sqrt{1 - \xi_i^2} t \right) \quad (5.13)$$

où la constante K_i est fonction notamment des contributions modales statiques des actionneurs et capteurs sur le i -ème mode. La constante de temps de ce mode vibratoire apparaît comme étant proportionnelle à $\tau_i \sim (\xi_i \omega_i)^{-1}$. Ainsi, les performances de temps en régulation sont améliorées lorsque le système est amorti.

En pratique, ces techniques de commande d'amortissement sont basées sur des principes de passivité, et se déclinent sous des formes variées selon la nature des entrées et des sorties du transfert à commander (transfert force/déplacement, force/vitesse, etc) [Pre02]. Quelquefois, de simples correcteurs à avance de phase permettent d'introduire un déphasage suffisant à la fréquence de résonance d'intérêt : cela se traduit par un éloignement vers les courbes isogains de surtension plus faibles dans l'abaque de *Black-Nichols* [Bri03] [Roh05].

Des régulateurs du type *Direct Velocity Feedback*, plus spécifiquement adaptés au transfert du type force/vitesse ajoutent un amortissement visqueux pur avec une marge de phase de 90° [Pot02]. Malheureusement, le gain haute-fréquence doit souvent être atténué pour éviter l'amplification des bruits et les phénomènes de *spillover* dus aux dynamiques non-modélisées.

La commande par *Positive Position Feedback (PPF)*, comme proposée par *Caughey & Fanson* [Goh85] [Fan90], a l'avantage de rester stable même en présence de modes non-contrôlés dans la bande-passante, et présente un roll-off important en haute-fréquence, limitant ainsi les risques de déstabilisation du système par les

8. Appelés *High Authority Control (HAC)*.

dynamiques hautes-fréquences non-modélisées. De plus, la conception de ce type de correcteur nécessite seulement la connaissance a priori des fréquences à amortir et la valeur du gain statique du système.

Cette dernière méthodologie est appliquée dans la suite pour la synthèse du régulateur LAC, de fonction de transfert $H_l(s)$.

2. Le compensateur HAC, de transfert $H_L(s)$, synthétisé sur la base du système précédemment amorti par $H_l(s)$, réalise notamment l'action intégrale nécessaire en basse-fréquence et traite le compromis performance-robustesse-stabilité. Dans la présente étude, ce correcteur est synthétisé dans le domaine fréquentiel sur le transfert de boucle.

5.3.2 Éléments de théorie sur les schémas d'amortissement par *Positive Position Feedback* (PPF)

La technique du PPF utilise un filtre du second ordre, réglé sur un mode particulier à amortir. Des performances en boucle fermée stable peuvent être atteintes en rebouclant positivement le signal mesurant la position de la déflexion sur l'entrée du compensateur.

Dans l'étude, l'intérêt est centré sur l'amortissement du premier mode vibratoire ω_{n1} , l'amplitude du second mode étant de fait atténuée de -40dB/décade . D'après la convention de signe utilisée (Fig.5.24), la fonction de transfert du correcteur PPF est dans le cas SISO :

$$H_l(s) = -g \frac{1}{1 + \frac{2\xi_f}{\omega_f}s + \frac{1}{\omega_f^2}s^2} \quad (5.14)$$

où g , ω_f et ξ_f sont respectivement le gain, la pulsation naturelle et l'amortissement modal choisis pour le correcteur.

Les paramètres de ce correcteur sont réglés pour placer sa résonance au voisinage de la première fréquence naturelle de vibration du système. En pratique, ce correcteur ajoute des degrés de liberté auxiliaires dans l'expansion modale du transfert entrée-sortie à commander [Fri99]. Le mode vibratoire créé artificiellement par le compensateur produit des mouvements modaux particuliers à la fréquence de vibration, ajoutant ainsi 90° de phase à la fréquence de résonance ; le déplacement mesuré et la tension appliquée sont déphasés de 180° . De l'énergie est dissipée au mode ω_{n1} , auquel participent les degrés de liberté supplémentaires, permettant ainsi l'ajout d'amortissement à cette fréquence (AnnexeH).

5.3.3 Synthèse du régulateur LAC par le lieu des racines

Les réglages des trois paramètres g , ω_f et ξ_f définissant entièrement le compensateur $H_l(s)$ sont réalisés de manière itérative par simulation sur le lieu d'Evans et sur la représentation fréquentielle du transfert de boucle. L'influence de ces paramètres sur l'amortissement sert de base de considérations pour leur réglage (AnnexeH).

- D'importantes valeurs du coefficient d'amortissement ξ_f conduisent dans la réponse en phase à une région active importante, alors que de faibles valeurs de ξ_f améliorent l'amortissement du système pré-compensé par H_l . Comme valeur de compromis, il est choisi pour la suite $\xi_f = 50\%$.
- Après plusieurs essais en simulation, la pulsation naturelle du filtre PPF ω_f est choisie égale à 2258 rad.s^{-1} .
- L'influence de la variation de gain sur l'amortissement est reportée sur le lieu des pôles (Fig. 5.25). Par ailleurs, cette valeur de gain statique, située sur les demi-boucles gauches dans le plan complexe, assure la stabilité du système. Si la structure présente une alternance pôle/zéro (comme optimisée par FlexIn), le lieu d'Evans reste entièrement compris dans le demi-plan complexe gauche, garantissant la stabilité robuste asymptotique (voir le cas du mode 1 de $D(s)$, Fig. 5.26-a).

Cependant, les nécessités matérielles de notre chaîne d'instrumentation ne nous permettent plus de conserver cette propriété d'alternance après le deuxième mode vibratoire ω_{n2} de $D(s)$, car le filtre anti-repliement ajoute un pôle double supplémentaire à $\omega_F \approx 6280 \text{ rad/s}$ (Fig. 5.26 b)). Une boucle qui entre dans le domaine d'instabilité se forme alors.

Comme valeur de compromis entre les performances d'amortissement optimal pour le mode 1 (grande valeur de g) et de stabilité pour le mode 2 (petite valeur de g), il a été choisi $g = 4, 7$ (Fig. 5.25).

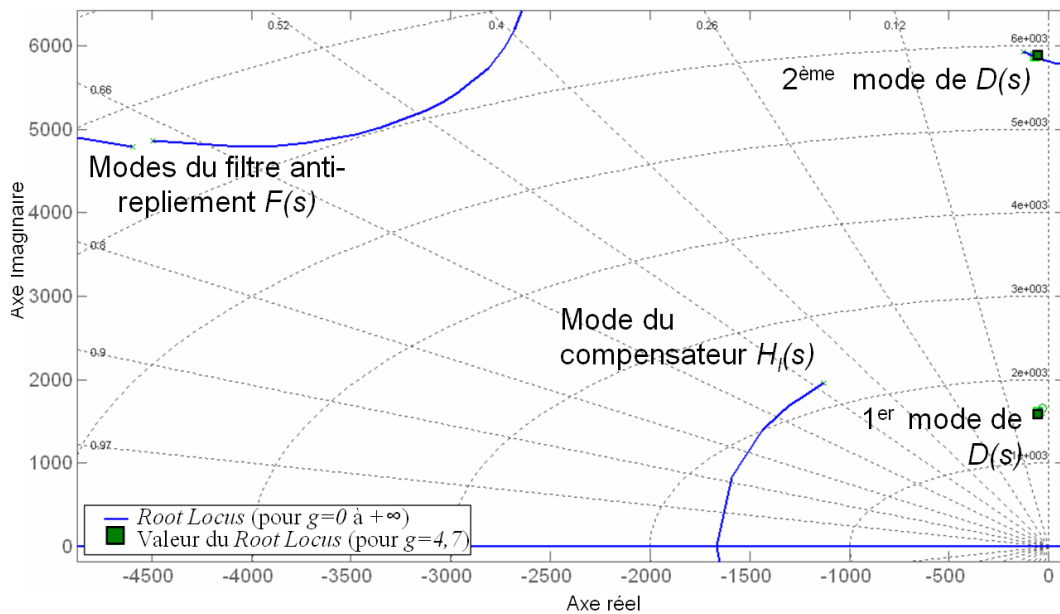


FIGURE 5.25 – Lieu des pôles en boucle-fermée dans le plan complexe en fonction du gain g . (Le graphique est symétrique par rapport à l'axe réel.)

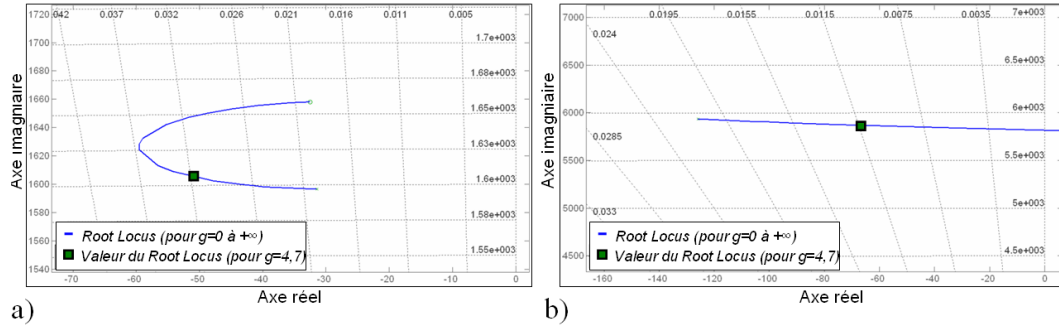


FIGURE 5.26 – Zooms sur le lieu des pôles de $D(s)$ (a) premier mode, (b) second mode (le graphique est symétrique par rapport à l'axe réel).

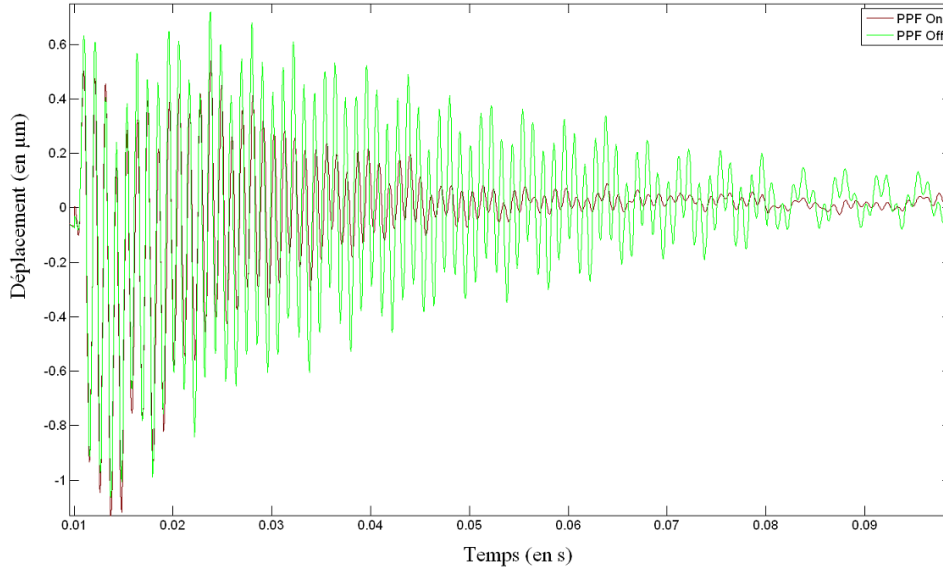


FIGURE 5.27 – Réponses impulsionnelles expérimentales pour le système libre et compensé par H_l .

De tels paramètres améliorent l'amortissement modal ξ_1 du système jusqu'à 3,14% dans la première boucle interne, au lieu de 1,97% en boucle ouverte. Bien que ces réglages détériorent l'amortissement modal ξ_2 ($\xi_2 = 1,20\%$ au lieu de 2,12%), la pente de -40dB/decade induite par le correcteur H_l , puis le second correcteur H_L de la boucle externe, diminueront par la suite sensiblement les effets oscillatoires de ce mode (Fig.5.27).

Remarque : La largeur des boucles d'amortissement modal dans le demi-plan complexe, et donc l'amortissement optimal qu'il est possible d'atteindre, croît avec la distance fréquentielle entre le pôle et le zéro aux extrémités de la boucle [Pre02]. Dans le cas présent, le lieu d'Evans du premier mode décrit une trajectoire d'amplitude restreinte du fait de la proximité de $\omega_{n1} = 1597,1\text{rad.s}^{-1}$ avec l'antirésonance suivante $1615,0\text{rad.s}^{-1}$.

5.3.4 Synthèse du régulateur HAC

La synthèse fréquentielle du régulateur H_L est réalisée manuellement sur le transfert G pré-compensé par H_l .

- La valeur du gain en basse-fréquence est sensiblement augmentée par l'ajout d'un intégrateur pur dans le correcteur H_L , permettant ainsi d'éviter les erreurs statiques et de rejeter les perturbations statiques. En hautes-fréquences, cet apport atténue les bruits capteurs et améliore la robustesse de la stabilité.
- L'intégrateur est corrigé par un terme pré-multiplicatif pour améliorer la bande-passante $\omega_{B.P.}$ du transfert de boucle L , défini comme suit

$$L(s) = \frac{H_L(s) G(s)}{1 + H_l(s) G(s)}, \quad (5.15)$$

jusqu'à $\omega_{B.P.} \geq 200 \text{ rad/s}$.

- Un retard de phase de 20° centré sur le deuxième mode résonant complète le régulateur final. Il augmente la marge de gain entre l'amplitude maximale du second pic et la droite à 0dB, pour empêcher l'apparition d'un régime transitoire qui soit vibratoire, tout en veillant à ne pas détériorer la bande-passante.

Le régulateur HAC ainsi obtenu s'écrit :

$$H_L(s) = 2389 \left(\frac{1}{s} \right) \left(\frac{1 + 0.00012s}{1 + 0.00024s} \right) \quad (5.16)$$

Il modifie le transfert de boucle L comme indiqué sur la Fig.5.28, garantissant des marges de gain et de phase théoriques intéressantes ($M_g = 16.60 \text{ dB}$ et $M_\varphi = 78.62 \text{ deg}$ à $\omega_P = 217.56 \text{ rad/s}$ respectivement).

5.3.5 Résultats expérimentaux

Ce régulateur a été implémenté pour commander le micro-actionneur. La figure Fig.5.29 présente sa réponse expérimentale à une consigne en échelon. Les performances en asservissement ne présentent pas de dépassement, et le temps de réponse est estimé à $t_{5\%} = 9,9 \text{ ms}$, conformément au résultat de simulation. À titre de comparaison, le temps de réponse en boucle ouverte du système est estimé à $t_{5\%} = 33,5 \text{ ms}$.

5.4 Comparaison des performances atteintes avec des commandes robustes

En vue de l'analyse critique des performances du correcteur HAC/LAC, deux régulateurs robustes, par placement de pôles puis par H_∞ standard, sont synthétisés et implémentés pour commander en déplacement le microactionneur prototypé.

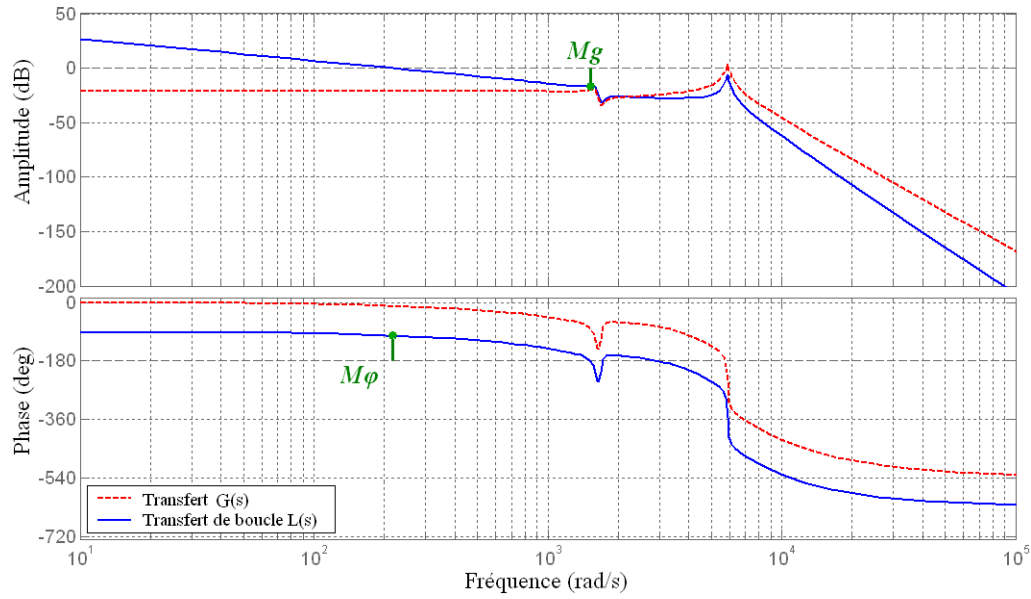


FIGURE 5.28 – Influence du correcteur HAC/LAC sur le transfert de boucle L et marges de stabilité.

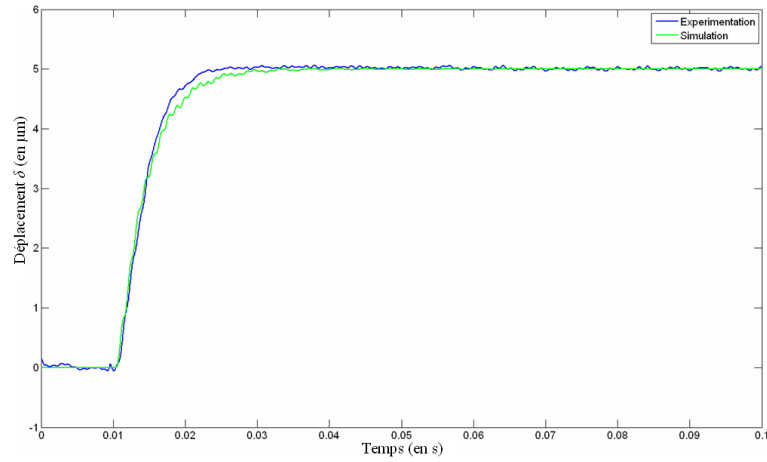


FIGURE 5.29 – Réponses indicielles expérimentale et simulée en asservissement pour le micro-actionneur commandé par le régulateur HAC/LAC. (Echelon consigne d'amplitude $5\mu m$.)

5.4.1 Commande par placement de pôles robustes (RST)

Méthodologie

Bien que cette approche soit généralement décrite pour la commande numérique [Lon06], les polynômes R , S et T qui composent le régulateur sont synthétisés dans le domaine continu. Le choix des pôles en boucle fermée est basé principalement sur la

méthodologie décrite dans [dL96], apparentée à la commande modale, pour aboutir à la forme canonique décrite en Fig.5.30, dans laquelle les polynômes A et B vérifient :

$$\frac{\delta(s)}{U(s)} = G(s) = \frac{B(s)}{A(s)} \quad (5.17)$$

Les transferts en poursuite et en régulation s'écrivent :

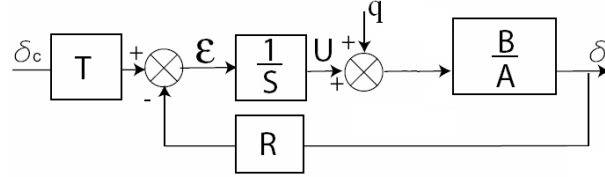


FIGURE 5.30 – Régulateur polynomial RST équivalent.

$$\delta(s) = \frac{B(s)T(s)}{D_s(s)}\delta_c(s) + \frac{B(s)S(s)}{D_s(s)}q(s) \quad (5.18)$$

où δ_c désigne l'entrée de consigne et $q(s) = \frac{\delta_{Pert.}(s)}{\alpha_O D(s)}$ la perturbation (à rapprocher de la Fig.5.22).

Le polynôme de spécification des pôles en boucle fermée D_s est fonction des polynômes R et S à déterminer, selon l'identité de *Bezout* :

$$D_s(s) = A(s)S(s) + B(s)R(s) \quad (5.19)$$

Pour des consignes et perturbations du type échelon ou constante par morceaux, les transferts δ/q et δ/δ_c tendent en régime permanent vers 1 et 0 respectivement, si les contraintes $S(0) = 0$ et $T(0) = R(0)$ sont imposées.

L'équation de *Bezout*⁹ admet une solution unique si :

$$\deg(R) = \deg(A) = n \quad (5.20)$$

Malgré l'augmentation du volume de calcul, le régulateur est choisi propre au sens strict pour filtrer les bruits hautes-fréquences d'une part, et respecter le gabarit performances-robustesse d'autre part. La réponse fréquentielle $|R(s)/S(s)|$ décroît ainsi avec une pente finale de -20dB/décade , si :

$$\deg(S) = \deg(R) + 1 \quad (5.21)$$

Pour sa résolution, l'équation de *Bezout* sera mise sous la forme du *système linéaire de Sylvester* équivalent [Bou06] [Tho02].

9. Parfois appelée aussi équation de *Diophante*.

Stratégie de placement des pôles

Les $2n + 1$ pôles de D_s sont choisis en accord avec les objectifs de robustesse, de performances et de stabilité souhaitées. Parmi les différentes approches existantes [Ast97], celle proposée dans l'étude est inspirée de [dL96].

L'approche consiste d'une part à factoriser le polynôme de spécification des pôles en boucle fermée selon $D_s(s) = P(s)J(s)$, où P est de degré n , et d'autre part à fixer le polynôme T comme suit :

$$T(s) = \frac{R(0)}{J(0)} J(s) \quad (5.22)$$

pour respecter la condition $T(0) = R(0)$.

Cette approche découple les pôles des transferts en poursuite et en régulation, en répartissant les modes en n pôles de poursuite via le polynôme P et $n + 1$ pôles de filtrage par le polynôme J . Le régulateur RST issu de cette méthode est en effet équivalent, du point de vue structurel, à une commande par retour d'état reconstruit avec rejet asymptotique des perturbations. Le retour d'état correspondrait à une synthèse du gain de commande sur la base du polynôme P , et le polynôme J concerne un filtre pour l'estimation de l'état du processus augmenté de la perturbation q constante (de modèle $sq(s) = 0$).

Le polynôme P est synthétisé sur la base des racines du polynôme A et du paramètre de synthèse *haut-niveau* T_c , appelé horizon de commande, selon la démarche séquentielle suivante (Fig.5.31).

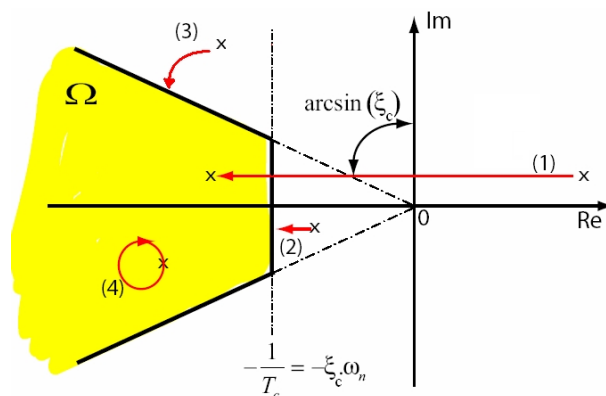
- i. Les zéros instables de A sont remplacés par leurs symétriques par rapport à l'axe imaginaire.
- ii. Les zéros trop lents de A , situés à droite de la verticale d'abscisse $-1/T_c$, sont ramenés sur cette verticale.
- iii. Les zéros complexes peu amortis sont ramenés à l'amortissement spécifié ξ_c .
- iv. Les zéros restants demeurent inchangés.

N.B. Une même racine peut subir plusieurs transformations.

Les $n + 1$ zéros du filtre observateur J se déduisent de ceux de $sA(s)$ à partir des paramètres de synthèse T_o , appelé horizon de filtrage, et ξ_o , amortissement de filtrage, selon la même procédure que pour P .

Choix des horizons de commande et de filtrage

Par construction de D_s , les constantes de temps du transfert en poursuite δ/δ_c sont seulement déterminées par l'horizon de commande T_c sur la base du polynôme P . Les exigences de rapidité tendent à rendre cet horizon petit, mais une première limitation résulte de l'énergie demandée à l'actionnement. Une seconde limitation est relative à la robustesse des performances, qui se dégrade d'autant plus que plusieurs pôles sont

FIGURE 5.31 – Construction des zéros de $P(s)$ à partir de ceux de $A(s)$.

fortement déplacés vers la gauche. Des essais en simulation indiquent que $1/T_c$ doit être pris au moins égal à 800 pour obtenir approximativement le même temps de réponse en poursuite que le système compensé par le correcteur HAC/LAC. Pour éviter toutes oscillations dans la réponse temporelle de la déflexion, l'amortissement spécifié ξ_c est pris égal à 1.

L'horizon de filtrage T_o n'a pas d'incidence sur le transfert en poursuite, mais contribue en partie, conjointement avec l'horizon de commande T_c , aux performances sur le transfert en régulation. Pour le système considéré, stable en boucle ouverte, augmenter l'horizon de filtrage améliore la robustesse au détriment des performances en régulation. De plus, la stabilité en boucle fermée est renforcée lorsqu'un nombre limité de pôles est déplacé dans le plan complexe. Dans le cas d'un système légèrement amorti, de faibles valeurs de ξ_o conduiront naturellement à de bonnes marges de gain et de phase, ces tendances étant confirmées en simulation (Fig.5.32) et (Fig.5.33).

Au vu de ces résultats, les valeurs suivantes $T_o = 26T_c$ et $\xi_o = 0,3\%$, qui correspondent à $M_g = 23,22dB$ et $M_\varphi = 82,30deg$ à $\omega_\varphi = 25rad/s$, sont choisies pour le calcul du correcteur. Le temps simulé pour le processus en régulation est de $60ms$, ce qui est jugé comme suffisant dans le cas applicatif visé.

Résultats expérimentaux

L'expérimentation indique que le suivi de consigne en échelon est réalisé avec un temps de réponse de $t_{5\%} = 10,5ms$, conformément à la simulation (Fig.5.34). De très légers dépassements apparaissent toutefois dans les réponses expérimentales.

5.4.2 Commande H_∞ standard

Cette seconde commande robuste influe sur certains transferts du système asservi, tout en garantissant la stabilité de la boucle fermée. Elle permet également la prise en

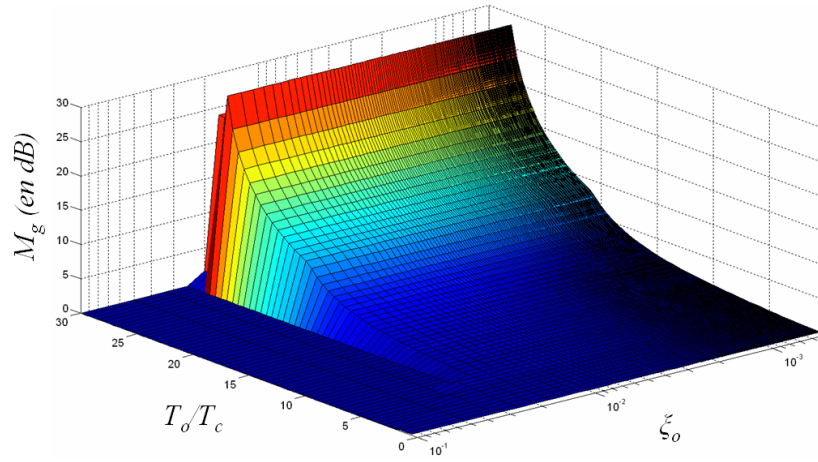


FIGURE 5.32 – Influences des paramètres de synthèse T_o et ξ_o sur la marge de gain M_g prédite pour le système compensé par correcteur RST. (ξ_o est donné en échelle logarithmique pour des soucis de représentation graphique.)

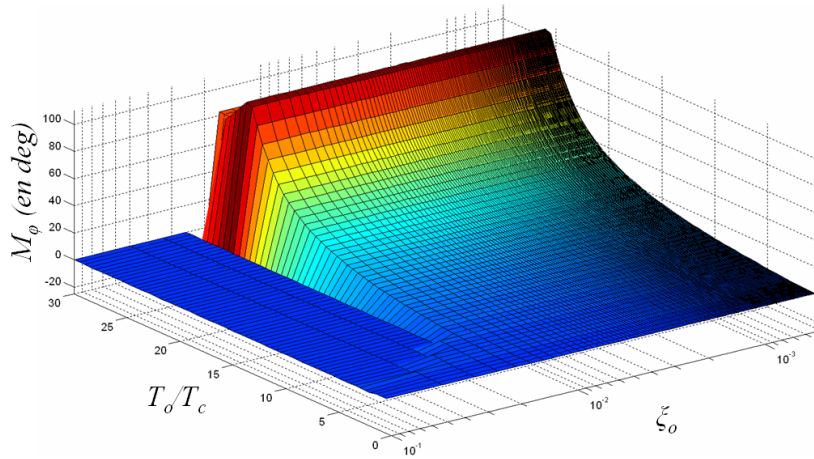


FIGURE 5.33 – Influences des paramètres de synthèse T_o et ξ_o sur la marge de phase M_φ prédite pour le système compensé par correcteur RST.

compte de certains objectifs de robustesse, tels que la garantie de marges de stabilité ou la robustesse aux dynamiques hautes fréquences mal connues ou non modélisées. Cette technique de commande, qui aboutit à la synthèse d'un correcteur $K(s)$, nécessite d'écrire le système (Fig.5.35) sous la forme d'un problème standard.

Dans la suite, ε désigne l'erreur d'asservissement. L'étude de la commande du microactionneur par l'approche H_∞ standard se ramène à celle d'un système monovisible, sans que cela constitue pour autant une limitation.

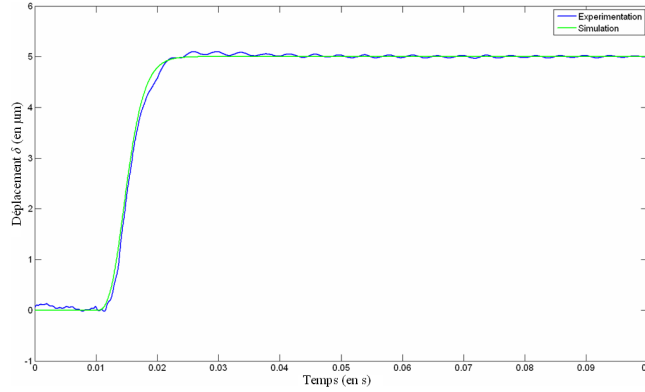


FIGURE 5.34 – Réponses indicielles expérimentale et simulée en asservissement pour le micro-actionneur commandé par le régulateur RST (échelon de consigne d’amplitude $5\mu m$).

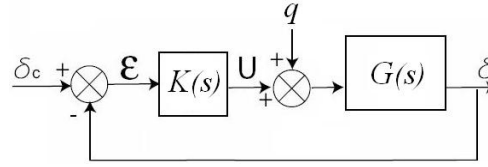


FIGURE 5.35 – Transfert tension/déflexion G corrigé par le correcteur K .

Les fonctions de transfert mises en jeu entre les signaux d’entrées (δ_c et q) et les signaux à surveiller (ε et U) sont établis par la relation matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon \\ U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S & -SG \\ KS & -KSG \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_c \\ q \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

dans laquelle $S = (I + GK)^{-1}$ est la fonction sensibilité.

L’étude de la réponse fréquentielle de ces quatre transferts renseigne sur les propriétés de l’asservissement. L’allure asymptotique de ces réponses fréquentielles est déduite en faisant des hypothèses sur le gain de la boucle ouverte (Fig.5.36).

- Lorsque le gain de la boucle ouverte est grand, $|K(s)G(s)| \gg 1$ (généralement en basse-fréquence pour assurer les objectifs de précisions notamment), le correcteur agit sur les transferts de δ_c vers ε et de q vers ε , tandis qu’il est sans effet sur les transferts de δ_c vers U et de q vers U .
- A l’inverse, si le gain de la boucle ouverte est faible, $|K(s)G(s)| \ll 1$, plutôt en hautes-fréquences car le gain du système non corrigé y présente naturellement un roll-off important d’une part et le correcteur doit éviter d’exciter inutilement la commande en dehors de la bande-passante de l’asservissement d’autre part, le correcteur agit sur les transferts de δ_c vers U et de q vers U , tandis qu’il est sans effet sur les transferts de δ_c vers ε et de q vers ε .

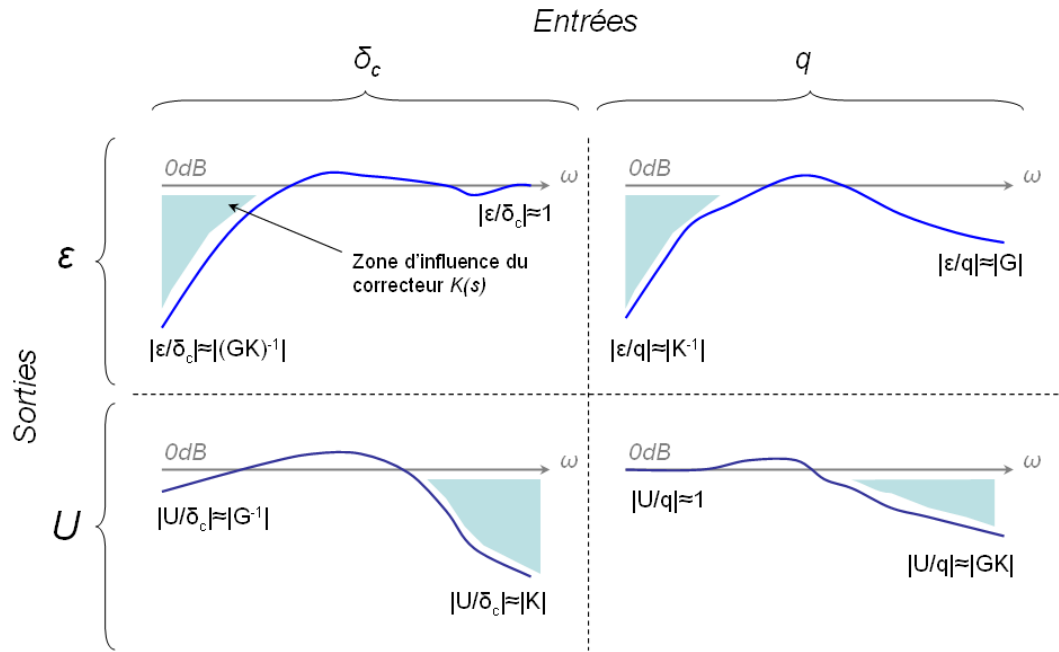
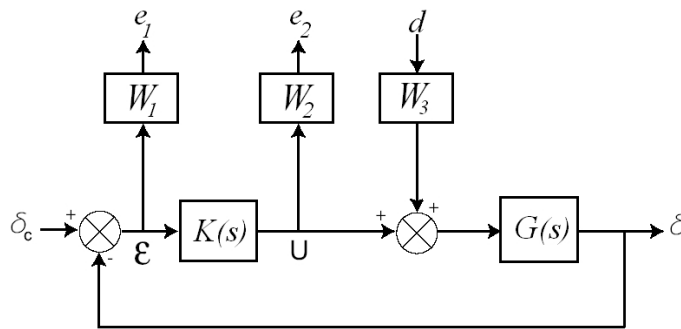


FIGURE 5.36 – Comportements asymptotiques des transferts de la boucle fermée.

Mise en forme du problème de la commande H_∞ standard

Pour atteindre les objectifs précédents, des pondérations sur les différents signaux, qui prennent la forme de filtres, permettent, suivant le signal auxquelles elles s'appliquent, de privilégier un domaine de fréquences particulier. Dans le schéma (Fig. 5.37), l'erreur ε est pondérée par le filtre $W_1(s)$, la commande U par le filtre $W_2(s)$, et l'entrée de la perturbation q se fait via la sortie d'un filtre $W_3(s)$.

En considérant à présent δ_c et q comme entrées, e_1 et e_2 comme signaux de surveillance,

FIGURE 5.37 – Schéma de la boucle fermée incluant les trois pondérations fréquentielles W_1 , W_2 et W_3 .

la nouvelle matrice de transfert s'écrit :

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_1 S & -W_2 S G W_3 \\ W_2 K S & -W_2 K S G W_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_c \\ q \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

La synthèse H_∞ utilise la notion de problème standard représenté en Fig. 5.38 : la matrice de transfert modélise les interactions dynamiques entre deux ensembles d'entrées et deux ensembles de sorties : le vecteur w représente les entrées extérieures (la consigne et la perturbation en l'occurrence), le vecteur U , ramené à un scalaire ici, la commande ; e_1 et e_2 regroupés dans le vecteur e sont les signaux d'observation, et enfin l'écart ε représente la mesure disponible pour élaborer la commande. Cette forme du problème standard est équivalent au schéma bloc du système $G(s)$ augmenté des trois filtres de pondération Fig. 5.39.

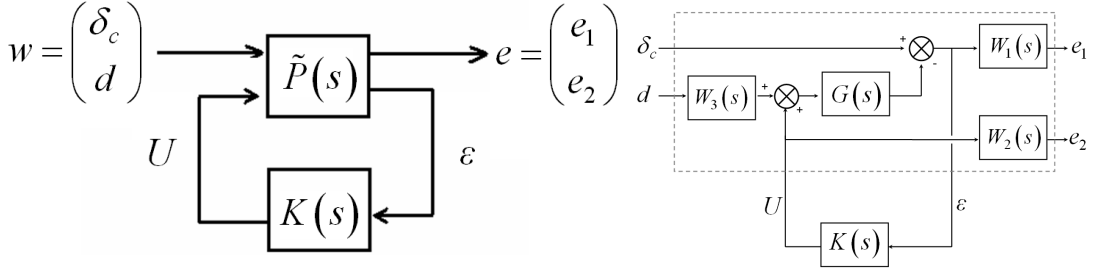


FIGURE 5.38 – Représentation du problème standard pour le système augmenté.

FIGURE 5.39 – Système G augmenté des filtres W_1 , W_2 et W_3 , et bouclé par K .

En effectuant une partition de la matrice $\tilde{P}(s)$ de façon cohérente avec les dimensions de w , U , e et ε , on obtient :

$$\tilde{P}(s) = \begin{bmatrix} \tilde{P}_{ew}(s) & \tilde{P}_{eU}(s) \\ \tilde{P}_{\varepsilon w}(s) & \tilde{P}_{\varepsilon U}(s) \end{bmatrix} \quad (5.25)$$

La matrice de transfert entre les signaux d'entrée w et les signaux d'observations e du système bouclé, appelé aussi *Transformation Fractionnaire Linéaire (LFT) inférieure*, est calculée comme suit :

$$\mathbf{F}_l(\tilde{P}(s), K(s)) = \tilde{P}_{ew}(s) + \tilde{P}_{eU}(s) K(s) (I - \tilde{P}_{\varepsilon U}(s) K(s))^{-1} \tilde{P}_{\varepsilon w}(s) \quad (5.26)$$

Problème H_∞ standard : $\tilde{P}(s)$ et $\gamma > 0$ étant donnés, déterminer $K(s)$ qui stabilise le système bouclé et assure $\|\mathbf{F}_l(\tilde{P}(s), K(s))\|_\infty < \gamma$.

Les correcteurs assurant la plus petite valeur de γ possible seront dits optimaux [Duc99].

L'avantage de considérer ce problème augmenté, plutôt que le jeu matriciel plus simple (5.23), est que les filtres permettent de modeler les différents transferts S , KS , SG et KSG . Les propriétés de la norme H_∞ assurent en effet que si la condition précédente est satisfaite, alors les quatre conditions suivantes le sont aussi :

$$\|W_1 S\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall \omega \in \mathbb{R}, |S(j\omega)| < \frac{\gamma}{|W_1(j\omega)|} \quad (5.27)$$

$$\|W_2 KS\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall \omega \in \mathbb{R}, |K(j\omega) S(j\omega)| < \frac{\gamma}{|W_2(j\omega)|} \quad (5.28)$$

$$\|W_1 W_3 SG\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall \omega \in \mathbb{R}, |S(j\omega) G(j\omega)| < \frac{\gamma}{|W_1(j\omega) W_3(j\omega)|} \quad (5.29)$$

$$\|W_2 W_3 KSG\|_\infty < \gamma \Leftrightarrow \forall \omega \in \mathbb{R}, |K(j\omega) S(j\omega) G(j\omega)| < \frac{\gamma}{|W_2(j\omega) W_3(j\omega)|} \quad (5.30)$$

Différentes méthodes peuvent être envisagées pour résoudre le problème H_∞ standard (approche par *Inégalités Matricielles Affines*¹⁰ [Iwa94] [Gah94], ou par équations de *Riccati*, aussi connues sous le nom d'algorithme de *Glover-Doyle* [Glo88] [Doy89], dans laquelle la valeur de γ est recherchée par dichotomie).

Résultats

Sur la base des performances requises pour le système de micromanipulation, trois fonctions de pondération W_1 , W_2 et W_3 sont proposées pour la synthèse du correcteur (voir Annexe I) :

$$W_1(s) = \frac{0.1s + 275}{s + 0.275} \quad (5.31)$$

$$W_2(s) = \frac{\frac{1}{2000}s + 1}{10^{-8}s + 100} \quad (5.32)$$

$$W_3(s) = \frac{(s + 200)(s + 0.275)}{(s + 1.27)(0.1s + 275)} \quad (5.33)$$

La calcul du correcteur est réalisé grâce à *Matlab*[®] (Robust Control Toolbox), conduisant à une valeur optimale $\gamma_{opt} = 1.16$. Les fonctions de transfert résultantes du correcteur K_{opt} synthétisé respectent relativement bien les gabarits imposés (Fig.5.40), et les marges de stabilité théoriques demeurent intéressantes ($M_g = 18.93dB$ et $M_\varphi = 86.98deg$ à $\omega_\varphi = 306.14rad/s$).

Ce correcteur a été implémenté puis testé pour la commande de la déflexion (Fig.5.41). Le temps de réponse expérimentale du système $t_{5\%} = 9.0ms$ est légèrement inférieur à la simulation ($9.7ms$), et un faible dépassement oscillatoire apparaît.

10. en anglais *Linear Matrix Inequalities*, ou *LMI*.

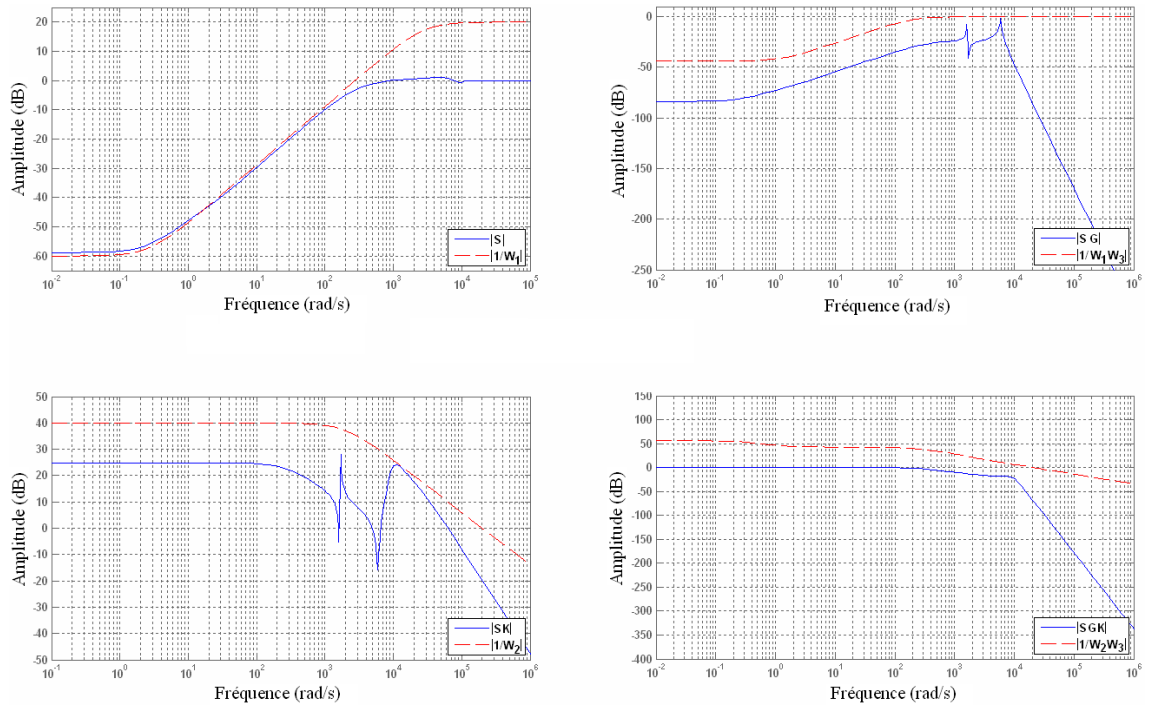


FIGURE 5.40 – Fonctions de pondérations utilisées dans la synthèse de $K(s)$ et transferts du système.

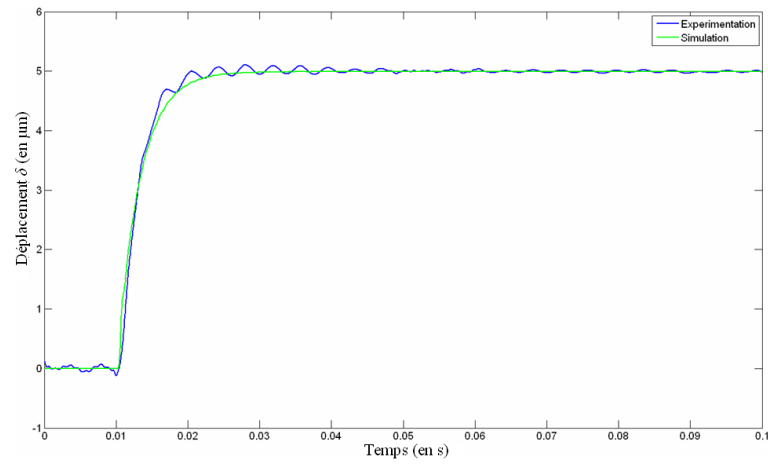


FIGURE 5.41 – Réponses indicielles expérimentale et simulée en asservissement pour le micro-actionneur commandé par le correcteur H_∞ (échelon en consigne d'amplitude $5\mu m$).

5.5 Comparaisons des résultats et conclusion

Les résultats de prototypage obtenus par procédé d'usinage laser ont concrétisé les espoirs de réalisation, a priori non-triviale, de microstructures, dont les topologies sont issues de l'optimisation par notre méthode.

Une première phase de modélisation puis d'identification des phénomènes non-linéaires a permis la synthèse d'un modèle électromécanique du système en vue de son contrôle en déflexion.

Trois lois de commande, HAC/LAC, RST et H_∞ , ont pu être implémentées pour la commande du prototype de micro-actionneur piézoélectrique : elles fournissent des réponses temporelles satisfaisantes, et comparables en terme de temps de réponse lors de consignes en échelon (Fig.5.42). En revanche, une légère tendance à des dépassements oscillatoires est notée pour les deux derniers correcteurs.

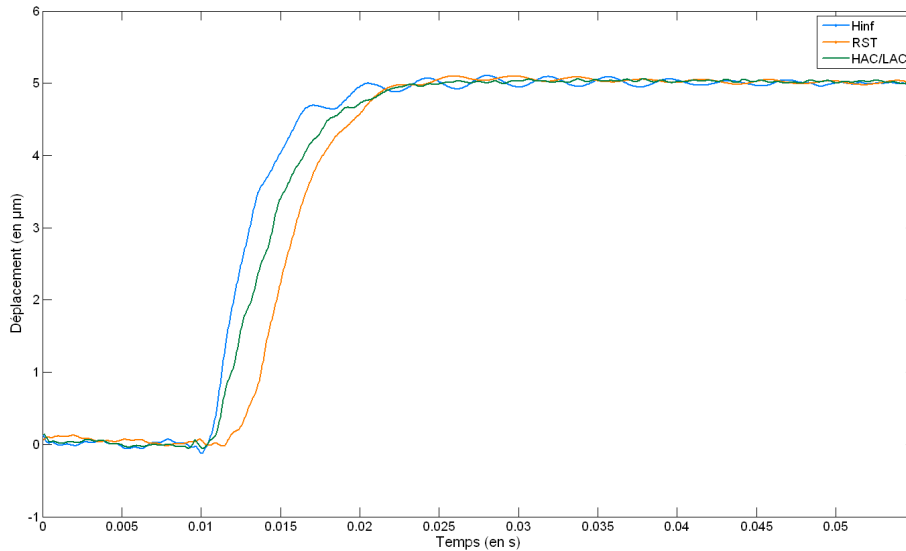


FIGURE 5.42 – Comparaison des réponses indicielles (consignes en échelon de $5\mu m$).

L'étude comparative des marges de stabilité pour les trois commandes implémentées sur le système indique également des performances similaires pour les marges de gain et de phase (Fig.5.43).

En revanche, les marges de retard T_M respectives de ces trois correcteurs diffèrent sensiblement, le correcteur RST étant celui qui possède les meilleures performances de robustesse sur la tolérance au retard (Table.5.2).

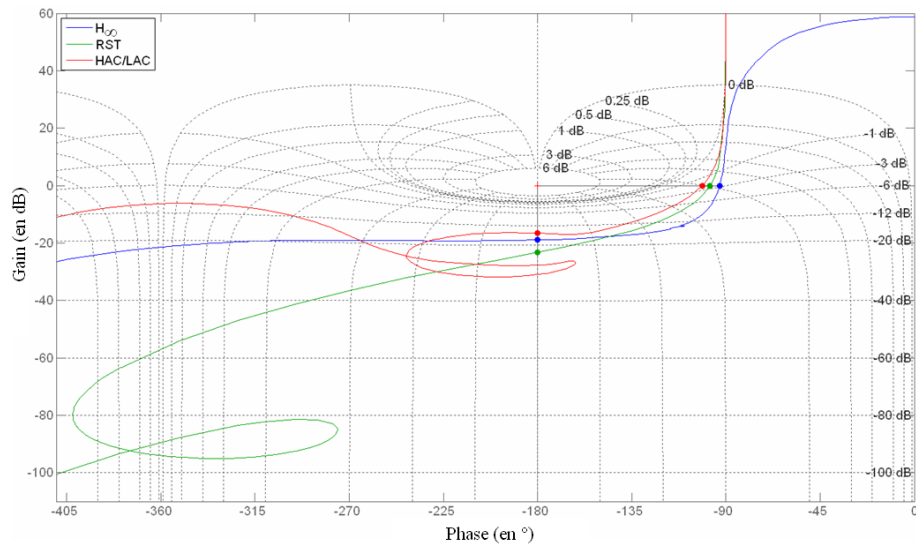


FIGURE 5.43 – Lieu de Black du transfert de boucle pour les correcteurs HAC/LAC , RST et H_∞ .

TABLE 5.2 – Comparaisons des marges de robustesse.

Correcteur	Marges de stabilité		
	$M_g(dB)$	$M_\varphi(deg)$	$T_M(ms)$
HAC/LAC	16.60	78.62	6.31
RST	23.22	82.30	57.46
H_∞	18.93	86.98	4.96

En conclusion, dans le cas présent, la synthèse d'un premier correcteur basé sur des techniques d'amortissement actif (type PPF), corrigé par une action Proportionnelle-Intégrale, donne des performances satisfaisantes au regard de celles atteintes avec les techniques standards de commande robuste.

Cette approche est d'autant plus attrayante que la synthèse d'un tel correcteur par le lieu d'Evans reste relativement simple, et peut garantir une stabilité asymptotique sous réserve de certaines propriétés structurelles sur la réponse fréquentielle du système (alternance pôle/zéro).

Un autre intérêt majeur de cette approche HAC/LAC est l'ordre réduit du correcteur synthétisé (ordre 4). Par comparaison :

- la méthode par placement de pôles robustes impose un degré du correcteur RST au moins égal à deux fois celui du système (voir plus dans le cas d'un régulateur propre au sens strict). Dans l'étude, l'ordre de la fonction de transfert $\alpha_0 D(s)$, limitée à l'identification des deux premiers modes vibratoires, est d'emblée de 4, sans même prendre en compte la dynamique du filtre anti-repliement. Inévitablement, cela conduit a posteriori à des correcteurs de complexité élevée ;

- la synthèse du régulateur H_∞ est d'ordre 13. Dans le cas présent, l'emploi de techniques de réduction de modèle, comme la réduction équilibrée [Moo81], a malheureusement mené à des correcteurs réduits qui laissaient apparaître des performances fortement dégradées.

Dans la perspective de conception de systèmes adaptroniques, et à terme d'intégration du correcteur dans des *systems-on-chip*, l'approche HAC-LAC justifie alors pleinement son intérêt. La robustesse de cette loi de commande pourra aussi être éprouvée sur plusieurs exemples de prototypes de micropince.

Chapitre 6

Extensions de la méthode et perspectives

Le travail présenté précédemment ouvre sur de nombreuses extensions et perspectives, dont quelques unes sont évoquées dans ce chapitre. Par exemple, de nouveaux critères peuvent être implémentés dans la méthode. Un exemple de nouveaux critères portant sur la dynamique est donné et utilisé pour la conception optimale de structures mécaniques d'amplification de micro-actionneur piézoélectrique opérant en boucle ouverte ; quelques pistes préliminaires sur leur réalisation microtechnologique sont mentionnées. La méthode d'optimisation pourrait également permettre l'introduction d'autres schémas d'actionnement dans le plan de la structure par le biais de nouveaux blocs actifs supplémentaires. Bien que non-modélisés dans le cadre de nos travaux, il est également montré que les effets tridimensionnels jouent un rôle important dans l'analyse de la réponse en déflexion des systèmes synthétisés par la méthode. Enfin, l'intégration fonctionnelle de la mesure dans ces systèmes fait partie des perspectives également étudiées pour faire évoluer FlexIn.

6.1 Stratégie d'optimisation pour des structures amplificatrices de débattement

L'algorithme génétique permet l'élargissement du cadre des hypothèses et la considération de nouveaux critères. En particulier, nous présentons ici d'autres critères portant sur la dynamique des structures. Ils ont pu être mis en application pour la conception innovante de mécanismes d'amplification de déplacement pour des actionneurs piézoélectriques en stack.

6.1.1 De nouveaux critères dans la méthode

Les actionneurs piézoélectriques en *stack* sont de la classe de ceux représentés (Fig. 3.5) et (Fig. 3.6) et possèdent en général une course limitée à quelques μm . Parmi les mé-

thodes d'optimisation qui ont considéré la synthèse de structures amplificatrices pour de tels micro-actionneurs, peu d'entre elles incluent l'analyse dynamique [Du00] [Lau00] [Mad04] [Abd05]. Généralement, soit le comportement optimisé entrée-sortie de ces mécanismes n'est valide qu'en régime quasi-statique ou basse-fréquence ; soit ces structures ont été optimisées pour le cas d'un chargement harmonique de fréquence prédéterminée. Puisque ces structures sont souvent réalisées pour fonctionner en boucle ouverte, leur comportement fréquentiel revêt donc un caractère particulièrement important qu'il serait souhaitable d'optimiser dans sa globalité. Souvent, le rejet de la première occurrence de la résonance qui apparaît dans la réponse fréquentielle entre l'entrée et la sortie est ainsi recherché par le concepteur de systèmes déformables [Li02] : l'inversion de phase qui se produit à cette fréquence dégrade le régime de fonctionnement de l'amplificateur mécanique, qui devient alors *inverseur* de mouvement.

En tirant profit du calcul déjà fait des *HSV* dans notre méthode (4.46), des travaux préliminaires ont permis de tester dans notre algorithme l'adéquation des *HSV* dans deux nouveaux critères pour traiter du problème de la conception en dynamique des structures. Le but recherché est ici aussi de contraindre la réponse fréquentielle en boucle ouverte de nos structures. Ces critères, notés \mathcal{E}_1 et \mathcal{E}_2 , permettent d'adresser deux problèmes souvent rencontrés dans ces applications [Gro07a].

1. **Le rejet des modes résonants (\mathcal{E}_1)** : pour actionner la sortie mécanique en déflexion \mathbf{y} depuis l'entrée \mathbf{u} , les phénomènes de résonance doivent être évités (Fig. 6.1-a). À l'approche de la première résonance, le rapport déplacement sortie sur entrée devient non-constant en amplitude, et une inversion de phase de 180° se produit.

Dans notre problème d'optimisation, l'entrée et la sortie du mécanisme sont fixées. Les topologies optimales sont celles qui minimisent conjointement les commandabilité et observabilité modales pour le premier mode vibratoire qui apparaît dans le transfert entre \mathbf{u} et \mathbf{y} (équation 4.46). Cela revient indirectement à minimiser la quantité σ déjà calculée dans un critère précédent (chapitre 4) :

$$\sigma = \frac{\|b\|_2 \|c\|_2}{4\xi\omega^2} \quad (6.1)$$

pour la première pulsation de résonance¹ apparaissant dans la réponse fréquentielle \mathbf{y}/\mathbf{u} . Plus que le rejet de la pulsation de résonance, la minimisation de σ correspondant à cette résonance assure aussi que la résonance considérée sera de faible autorité, c'est-à-dire de faible amplitude compte-tenu de son interprétation en terme de norme (4.50).

2. **Le filtrage mécanique passif des vibrations indésirables du support (\mathcal{E}_2)** : il peut être souhaitable de réduire le niveau d'influence des vibrations indésirables

1. Rappelons que la résonance est approximativement située à la pulsation ω dans le cas de systèmes flexibles.

provenant de l'environnement extérieur sur la sortie mécanique \mathbf{y} en déplacement. Pour l'exemple, les perturbations \mathbf{w} sont supposées être transmises essentiellement à partir de la base de la structure via le support mécanique (Fig. 6.1-b). Ainsi, une seconde représentation d'état du système est écrite avec pour entrée, non plus \mathbf{u} (car le nœud de l'actionneur est supposé fixe ; cette fois-ci, $\mathbf{u} = 0$), mais les nœuds de la base \mathbf{w} .

Le second critère \mathcal{E}_2 vise la minimisation de toutes les *HSV* σ_i , dont les fréquences ω_i sont comprises dans un intervalle d'intérêt $[\omega_m; \omega_M]$, en pénalisant les structures qui possèdent plusieurs résonances dans ce même intervalle. Dans notre exemple, il a été choisi comme valeurs $\omega_m = 0 \text{ rad/s}$ et $\omega_M = 250 \text{ krad/s}$. Les topologies optimales vis-à-vis de ce critère sont celles qui présentent un nombre restreint de résonances dans la bande fréquentielle souhaitée, et pour lesquelles les résonances sont atténuées en amplitude (faibles autorités).

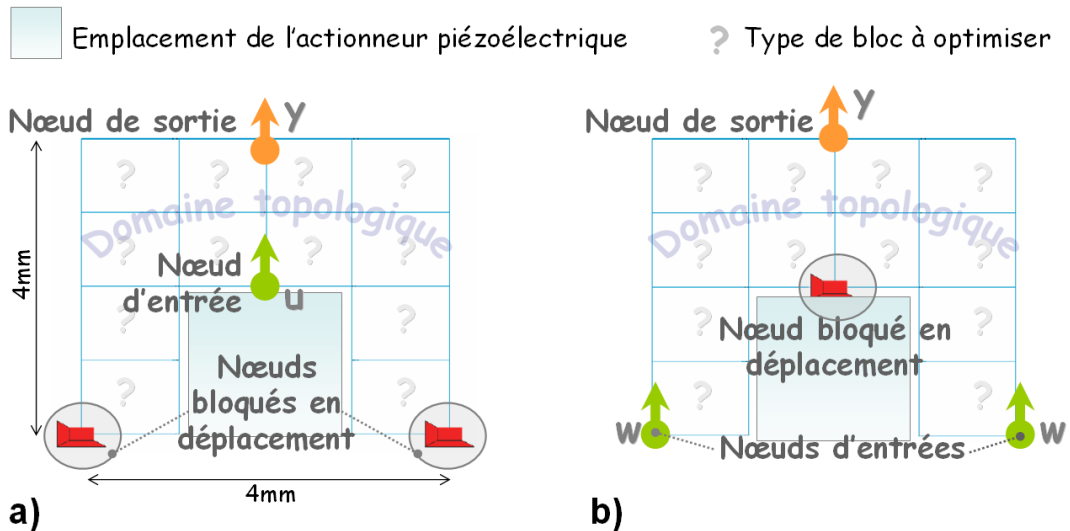


FIGURE 6.1 – Problème d'optimisation pour le mécanisme d'amplification avec conditions aux limites : (a) rejet des modes résonants depuis l'actionneur, (b) filtrage des vibrations indésirables depuis le support.

Le problème d'optimisation a été résolu avec notre méthode pour le cas d'une structure en matériau silicium² d'épaisseur hors-plan $500 \mu\text{m}$. Les coefficients modaux sont tous pris égaux à 0,5%. De l'ensemble de solutions obtenues après stagnation des performances pour 200 générations par l'algorithme génétique, trois solutions, nommées **A**, **B** et **C** dans la suite, sont sélectionnées. Leurs topologies et leurs performances vis-à-vis des critères sont données en Fig. 6.2.

2. Le silicium a été choisi ici pour utiliser les techniques de microfabrication en salle blanche, offrant une très grande variété de *design* dans de très petites dimensions.

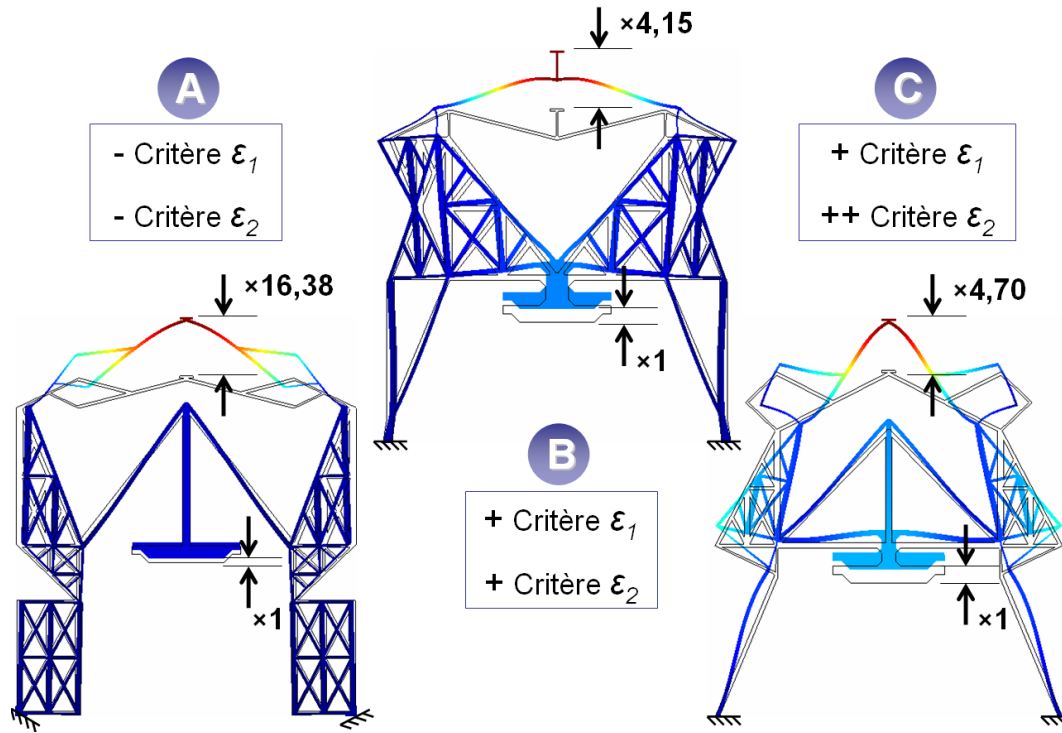


FIGURE 6.2 – Exemples de solutions pseudo-optimales de structures **A**, **B** et **C**, représentées avec leur déformées et leur avantage géométrique à fréquence nulle, puis notes qualitatives des trois structures relativement aux critères ε_1 et ε_2 .

L'interprétation des critères ε_1 et ε_2 peut être réalisée sur les réponses fréquentielles en boucle ouverte de chacune des structures. La relativement faible performance de la structure **A** vis-vis du critère ε_1 se traduit par une apparition prématurée de la première résonance dans la bande d'intérêt, ce qui limite son utilisation en boucle ouverte à un domaine fréquentiel basse-fréquence (Fig. 6.3). À l'inverse, l'évaluation des structures **B** et **C** est meilleure, comme en témoignent leurs réponses fréquentielles : les premières résonances sont plus éloignées du spectre basse-fréquence d'une part, et leur amplitude maximale est plus faible que celle de la structure **A** d'autre part.

En ce qui concerne ε_2 , parmi les trois structures, celle qui présente le meilleur niveau de réduction des oscillations vibratoires de la base vers la sortie semble être la structure **C**. Dans le spectre $[\omega_m; \omega_M]$, cette structure ne présente qu'une seule résonance dont l'amplitude est par ailleurs plus faible que les deux autres structures.

6.1.2 Essais de réalisations de prototypes

Quelques prototypes micro-usinés ont été obtenus dans la salle blanche de l'*Institut Femto-St* à *Besançon* sur un wafer en silicium (utilisation de la technique de D.R.I.E., *Deep Reactive Ion Etching*). À partir d'un masque de forme appliqué sur la face supé-

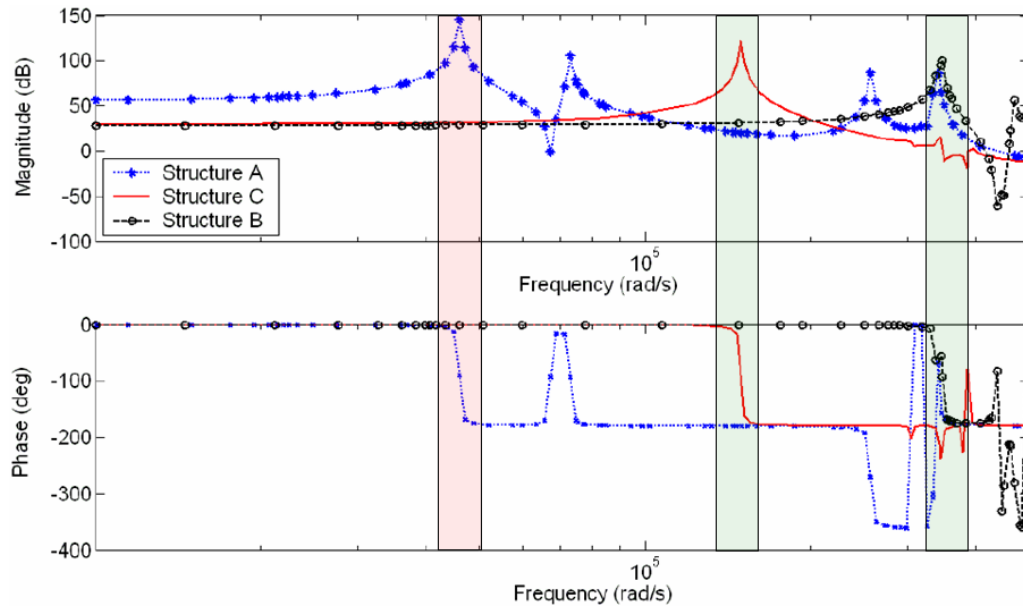


FIGURE 6.3 – Réponse fréquentielle simulée en amplitude et en phase pour les structures **A**, **B** et **C** entre l'entrée **u** et la sortie **y** : critère \mathcal{E}_1 .

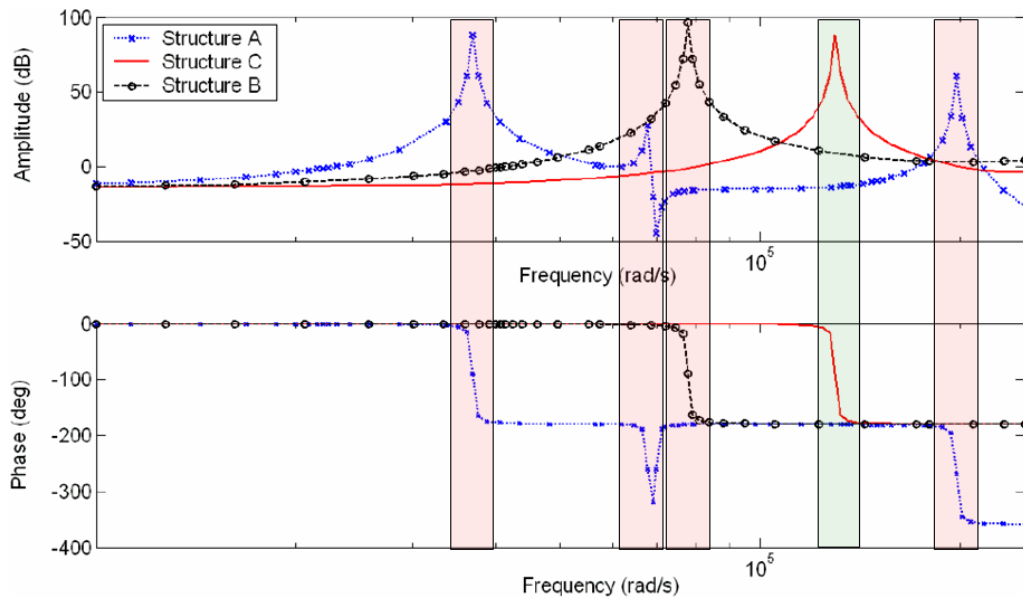


FIGURE 6.4 – Réponse fréquentielle simulée en amplitude et en phase pour les structures **A**, **B** et **C** entre l'entrée **w** et la sortie **y** : critère \mathcal{E}_2 .

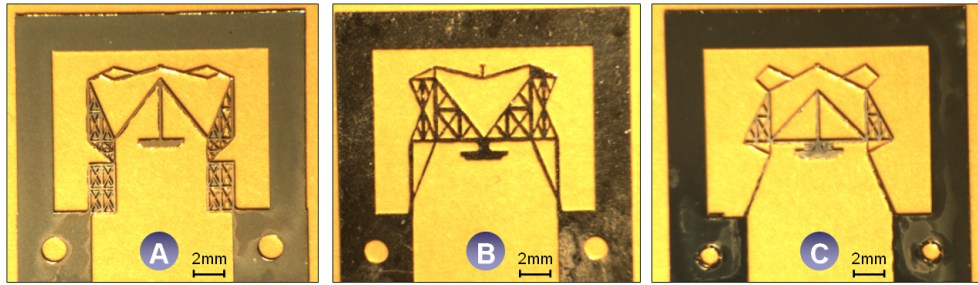


FIGURE 6.5 – Essais de réalisation de prototypes des trois structures amplificatrices (après technique d’usinage par procédé de D.R.I.E.), représentées avec leur parties sécables.

rière du wafer, la gravure chimique du silicium est réalisée alternativement par l’association de deux gaz, un gaz de gravure (SF_6) dont les ions vont bombarder la surface de silicium, et un gaz de protection (C_4F_8) qui va protéger les flancs des poutres de l’attaque chimique. Cela permet d’éviter autant que possible une isotropie de la gravure chimique, en privilégiant ainsi la direction de gravure selon l’épaisseur (Fig. 6.5).

Ce procédé nécessite de bien définir le temps de cycle gravure/protection, la pression des gaz et la puissance du bombardement ionique afin d’optimiser la qualité de la gravure et éviter une gravure isotropique. La première campagne d’essais a permis la réalisation des trois structures **A**, **B** et **C**. Toutefois, ces premiers paramètres de réglage des conditions d’usinage nécessiteront d’être revus, car des défauts d’usinage ont pu malheureusement être mis en évidence à l’échelle microscopique (Fig. 6.6).

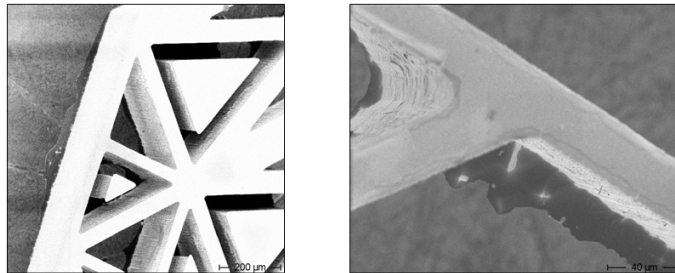


FIGURE 6.6 – Mise en évidence des défauts d’usinage par vue au Microscope Electronique à Balayage : gravure non-débouchante dans le motif de treillis de poutres (à gauche) et flancs non-verticaux (à droite).

6.2 De nouveaux blocs actifs dans la méthode

La méthode d’optimisation par blocs permet l’introduction de nouveaux schémas d’actionnement dans le plan. En particulier, il pourrait être intéressant de coupler à notre méthode d’optimisation des modèles inspirés de l’expérience du concepteur.

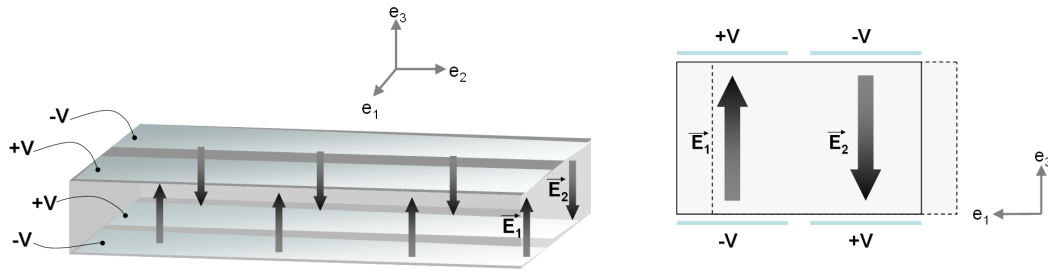


FIGURE 6.7 – Principe de fonctionnement de l'actionneur piézoélectrique bimorphe. La structure au repos est présentée en traits continus ; la déformée de l'actionneur en traits pointillés.

Si notre méthode apporte déjà des schémas d'actionnement non-intuitifs et innovants, certains modèles d'actionnement par poutre piézoélectrique sont aussi connus du concepteur pour leur caractéristiques intéressantes en déflexion notamment. Il s'agit des configurations de micro-actionneur sous forme de poutres bimorphes plans, largement utilisées en microrobotique. Il pourrait être intéressant de les intégrer dans la méthode.

Leur principe de fonctionnement nécessite une disposition de quatre électrodes sur une poutre piézoélectrique particulière, comme indiqué (Fig. 6.7). Par le jeu des tensions $\pm V$ appliquées sur les quatre électrodes de la poutre piézoélectrique, deux champs E_1 et E_2 opposés peuvent être créés, pour produire un mouvement global de flexion dans le plan (e_1, e_2) . Généralement, les mouvements produits par cette configuration sont plus importants que ceux obtenus directement par la simple elongation transverse d'une poutre (blocs actifs actuels de la bibliothèque de *FlexIn*).

On peut ainsi imaginer l'ajout de six éléments bimorphes dans la bibliothèque de blocs actifs (Fig. 6.8). Cela pose entre autres la question du dimensionnement de la largeur de poutre (qui doit être suffisamment importante pour assurer la présence des deux pistes d'électrodes sur ses faces supérieure et inférieure), ainsi que celle de la réalisation technologique à l'échelle micrométrique de ces structures.

6.3 Vers la prise en compte des effets tridimensionnels

Jusqu'à présent, les travaux que nous avons menés ne se sont intéressés qu'à une modélisation plane des mouvements des structures flexibles. Pour autant, les phénomènes vibratoires non-modélisés intervenant dans la troisième dimension (hors-plan) co-existent sur le système réel au côté de ceux modélisés dans le plan. Leurs effets sur le comportement en fonctionnement du système peuvent être de grande importance. S'ils ne sont pas maîtrisés au moins au stade de la simulation, ces effets 3D peuvent devenir indésirables au cours de l'expérimentation. Certains de ces effets sont mis en évidence sur l'exemple de la micropince synthétisée, dont l'étude de la commande fut l'objet du chapitre précédent.

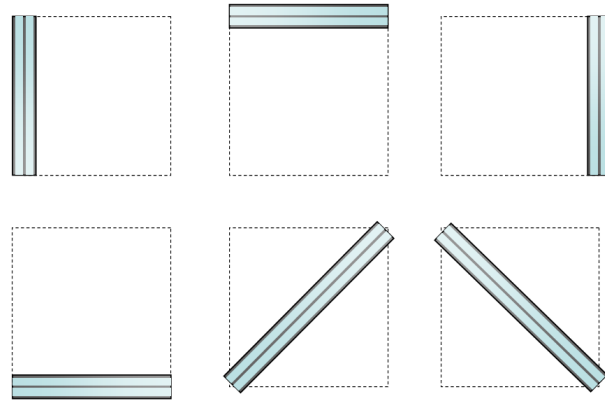


FIGURE 6.8 – Six nouveaux blocs actifs de poutres bimorphes.

6.3.1 Mise en évidence des effets 3D non prévus par le modèle

L'étude en simulation des premiers modes de déformées spatiales de la micropince prototypée a démontré que plusieurs de ses modes vibratoires font intervenir des mouvements hors-plan (Table 4.5). D'ailleurs, étant donné la géométrie longiligne de la micropince, il n'est pas étonnant que le premier mode vibratoire soit un mode de flexion hors-plan. À moins d'envisager dans la méthode des structures plus massives et plus épaisses, le concepteur doit composer avec ces phénomènes vibratoires hors-plan.

La réponse fréquentielle du transfert en déflexion de la micropince selon l'axe z a pu être mesurée grâce à un second capteur laser *Keyence*, qui a été placé au-dessus du dispositif en pointant sur l'extrémité de la micropince (Fig. 6.9).

En simulation, il pouvait déjà être noté la proximité fréquentielle entre la première résonance hors-plan et celle contenue dans le plan ($\Delta f = 10Hz$) (Table 4.5). Elles n'apparaissent plus que comme une seule résonance en expérimentation : le rapprochement des figures (Fig. 5.16) et (Fig. 6.9) montre qu'une seule résonance à $254Hz$ existe. Cela laisse sous-entendre qu'à cette fréquence un mode de couplage plan/hors-plan du mouvement de l'extrémité de la micropince se produit.

Il est à noter que, de ce fait, est que les lois de commande implémentées sur le système, qui avaient initialement pour but d'atténuer les effets vibratoires dans le plan engendrés par cette résonance, atténuent par la même occasion les vibrations hors-plan.

Dans sa réponse en déflexion, la micropince décrit en fait un mouvement de couplage plan/hors-plan, qui n'apparaît pas en simulation. Ses effets sont cependant notés dans la réponse du système, lorsque les consignes en déplacement dans le plan mentionnées au chapitre précédent (Fig. 5.42) sont testées. Sur la figure (Fig. 6.10) sont reportées les réponses du mouvement selon z de la micropince lors d'un asservissement dans la direction x de $5\mu m$ par les régulateurs *HAC/LAC* et *RST*, qui ont été synthétisés dans le chapitre précédent. Si les effets vibratoires n'existent pas dans le mode hors-plan

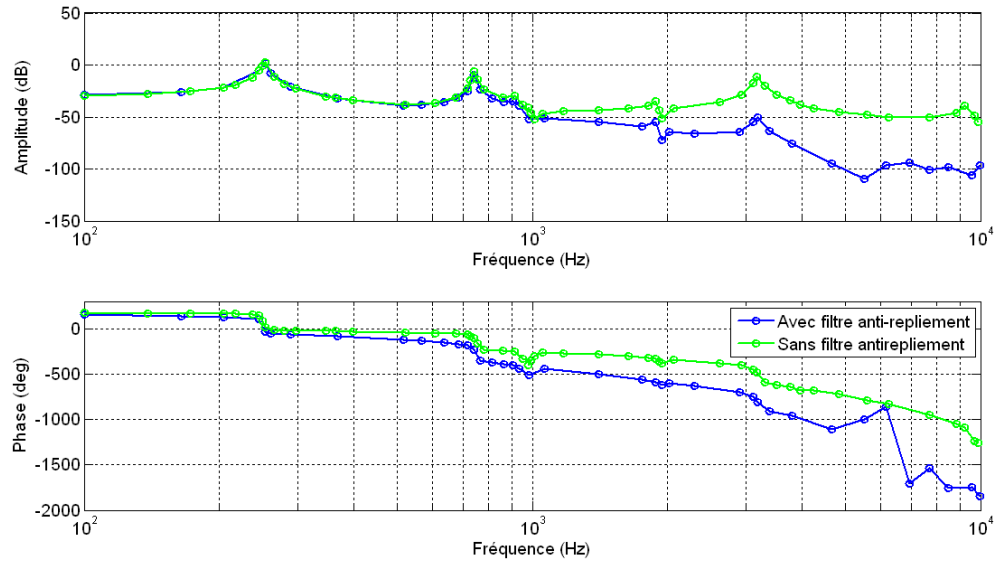


FIGURE 6.9 – Diagramme de Bode expérimental du transfert en déflexion $\frac{\delta_z}{U}$ (δ_z en μm et U en Volt).

comme attendu, on note cependant une réponse non-nulle en déflexion selon la direction z .

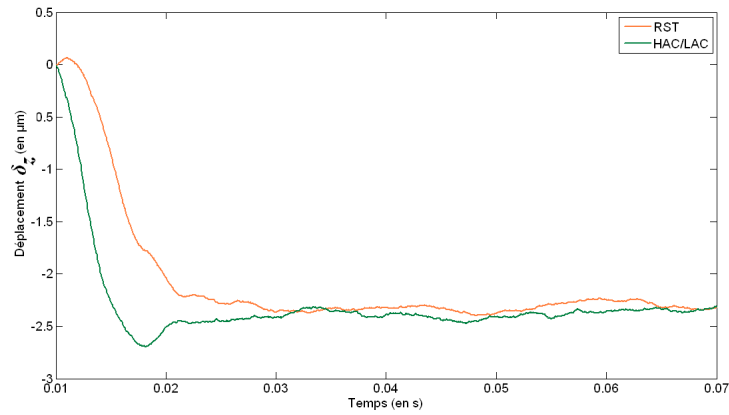


FIGURE 6.10 – Réponses expérimentales de la déflexion δ_z lors d'asservissements par méthodes HAC/LAC et RST de la déflexion δ_x (pour des consignes δ_x d'amplitude $5\mu m$ à partir de $t = 0.01s$).

La commande ne permet pas de résoudre ce problème de couplage mécanique ; ce qui permet encore une fois de souligner toute l'importance de la conception en amont du système mécatronique. De plus, les déplacements qu'il nous faut commander sont minimales, de l'ordre de quelques microns. Malgré toutes nos précautions dans le protocole expérimental, ce couplage statique observé en expérimentation provient peut-être des

difficultés liées à la triangulation laser, à l'usinage non-parfait de la structure, ou encore aux conditions toujours très délicates de l'encastrement.

6.3.2 Augmentation du modèle 2D EF dans la méthode

En tout état de cause, le passage à une représentation EF 3D dans notre méthode serait un atout pour pouvoir au moins prédire les mouvements hors-plan des structures synthétisées. Néanmoins, ce passage au tridimensionnel³ nécessite que chaque nœud de la structure-treillis soit paramétré par 6 degrés de liberté, au lieu de 3 seulement pour le cas 2D.

L'étude future de critères relatifs aux calculs 3D pose le problème majeur du temps de calculs de tels critères dans notre méthode d'optimisation qui sera nécessairement plus important. A ce titre, peut-être serait-il intéressant de transposer le code informatique de *FlexIn* à un langage informatique plus performant que *Matlab*. Par ailleurs, il peut aussi être envisagé de coupler *FlexIn* à des logiciels EF multiphysiques du commerce (comme *Comsol Multiphysics* qui possède un module d'export de données vers *Matlab*) pour sous-traiter ou post-traiter certaines parties de notre méthode d'optimisation.

6.3.3 Schémas possibles d'actionnement 2D/3D

Pour élargir encore le cadre de notre méthode, on pourrait envisager la synthèse de mécanismes plans, capables de réaliser des mouvements hors-plan désirés grâce à l'intégration de blocs actifs sous forme d'unimorphes ou bimorphes piézoélectriques produisant cette fois-ci un mouvement selon \mathbf{e}_3 (Fig. 6.7). Du point de vue de la méthode, cela aura par ailleurs pour effet d'augmenter les possibilités d'actionnement, et donc de l'espace de recherche.

6.4 Intégration fonctionnelle de la *mesure*

Dans notre perspective initiale de concevoir des systèmes adaptroniques, il est utile de poursuivre la démarche d'intégration des systèmes avec, en plus de la fonction *actionnement* dans les structures flexibles, celle de la fonction *mesure*. A ce titre, les matériaux piézoélectriques offrent cette possibilité de réversibilité de leur comportement. Il peut ainsi être envisagé une extension de *FlexIn* pour implémenter de nouveaux blocs *sensitifs* prêts à être intégrés dans les structures actives.

Dans l'exemple d'une micropince dont le modèle dynamique serait connu, cette mesure intégrée permettrait de s'affranchir d'une mesure externe du déplacement de l'organe terminal pour commander le système en boucle fermée. Une autre application possible serait de construire des observateurs de force, car la connaissance des forces exercées sur les micro-objets manipulés est souvent très importante pour mener à bien le déroulement des tâches de micromanipulation. Les risques de destruction ou d'endommagement des

3. Le prolongement du travail actuel serait de mailler les structures par des poutres de Navier-Bernoulli 3D.

objets manipulés, souvent très fragiles, seraient ainsi mieux maîtrisés.

La mesure de charges électriques par matériau piézoélectrique nécessite une architecture électronique dont le principe de base est présenté dans le paragraphe suivant.

6.4.1 Principe de la mesure de charges

Lorsqu'une déformation mécanique du matériau piézoélectrique se produit, des charges électriques q apparaissent sur ses électrodes supérieure et inférieure. Dans notre méthode, les quantités de charge présentes sur les électrodes de la poutre sont données conformément au modèle EF établi par (3.80). Cette déformation peut être connue par mesure de la charge ; généralement, on utilise pour cela des convertisseurs *charge-tension*, dont le schéma électronique de base est représenté (Fig. 6.11).

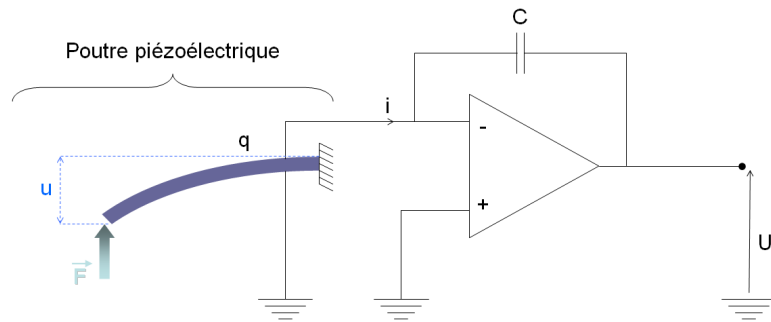


FIGURE 6.11 – Schéma de principe du montage électronique de la conversion charge-tension.

Une variation de la charge provoque l'apparition d'un courant i . En régime parfait, il s'ensuit l'équation de fonctionnement :

$$U_s = -\frac{q}{C} \quad (6.2)$$

qui démontre que la tension de sortie U_s est proportionnelle à la quantité de charges récupérées sur les électrodes placées en court-circuit.

Lors de mouvements quasi-statiques de la poutre piézoélectrique, la mesure de charge reste une tâche ardue sur le plan pratique. Le condensateur doit avoir une résistance de fuite aussi grande que possible et l'amplificateur une impédance d'entrée très élevée. Un mauvais circuit provoque la décharge rapide du condensateur et altère la qualité de la mesure.

6.4.2 Simulation dans le cas de la micropince

Le peu de charges récupérées lors de la déflexion des poutres piézoélectriques mises en jeu dans nos systèmes constitue une difficulté supplémentaire qu'il nous faudra lever. A

titre indicatif, dans le cas de l'étude de la micropince prototypée, il pourrait être judicieux d'exploiter la poutre inactive pour l'actionnement comme un capteur de déformation (Fig. 6.12).

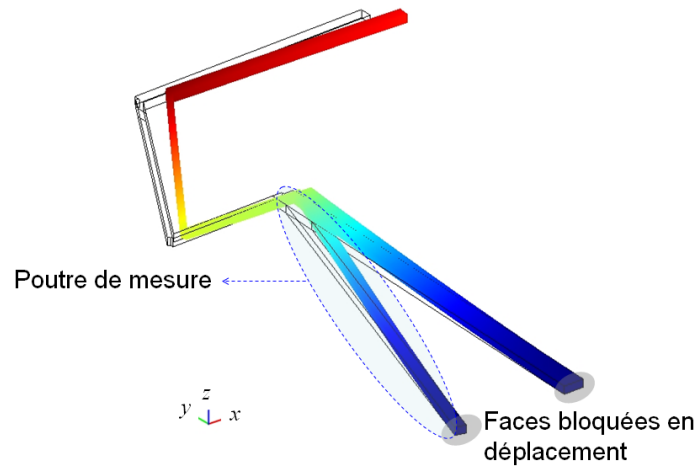


FIGURE 6.12 – Mise en évidence de la poutre capteur intégrée dans la micropince.

En simulation, lorsque la pince est alimentée sous une différence de potentiels de 100 V, il se produit une déformation de la structure, et donc en particulier de la poutre-capteur. L'intégration des charges électriques récupérées sur cette poutre en question reste inférieure à $90 \times 10^{-12}C$, d'où l'importance du conditionnement de la mesure.

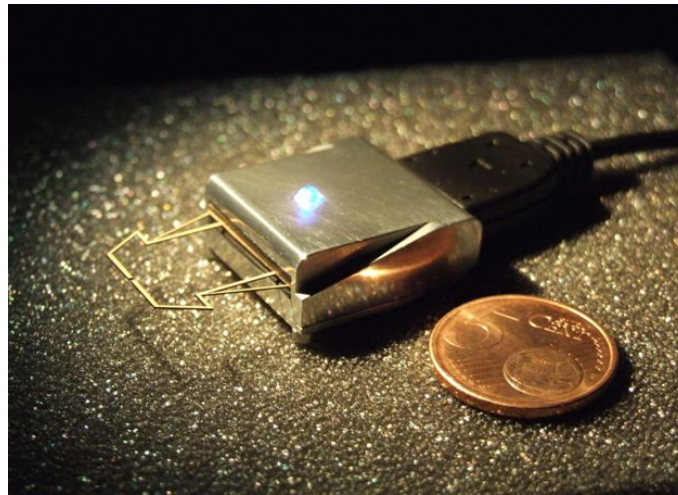


FIGURE 6.13 – Micropince prototype et son boîtier pouvant intégrer dans l'avenir des circuits électroniques de traitements divers.

Une piste possible pour faire face à la très faible quantité de charges électriques en présence pourrait être l'implémentation de nouveaux critères dans la méthode pour

optimiser les emplacements des poutres capteurs dans les structures aux endroits où les charges récupérées pourraient être plus importantes.

A terme, l'intégration en micro-électronique de tels schémas de mesure (par l'emploi de technologies récentes, ASICS par exemple) permettra peut-être de concevoir des systèmes totalement intégrés comprenant la micropince et son boîtier de connexion électrique renfermant le module d'amplification de tension, le système de mesure et le module de commande (Fig. 6.13).

Conclusion générale

Une nouvelle méthode d'aide à la conception optimale de systèmes microrobotiques à déformations réparties et à actionnement piézoélectrique intégré a été présentée. Elle est basée sur l'agencement optimal, grâce à un algorithme génétique multi-critères, de blocs flexibles élémentaires, de types treillis de poutres, décrits par une méthode aux éléments finis dans un domaine de conception fixé. Ces blocs élémentaires peuvent être passifs ou rendus actifs par effet piézoélectrique inverse. La fonction d'actionnement est donc totalement intégrée dans la structure même du mécanisme, permettant de se rapprocher du concept de système robotique monolithique.

Pour arriver à ce résultat, un modèle aux éléments finis, qui considère le couplage électromécanique tel qu'il peut exister au sein des matériaux piézoélectriques, a été proposé pour la modélisation de poutres de *Navier-Bernoulli* dans le plan. Ce modèle a ensuite été implémenté dans la méthode de conception par blocs, où les structures actives sont décrites par un modèle multiphysique qui considère l'action piézoélectrique comme un chargement distribué, directement proportionnel à la tension électrique de commande. Notre modèle de prédiction a été validé, tant du point de vue statique que dynamique, par comparaison avec les résultats obtenus en simulation à l'aide de logiciels aux éléments finis commerciaux d'une part et ceux obtenus en expérimentation d'autre part.

Par ailleurs, les résultats de prototypage obtenus par procédé d'usinage laser ont concrétisé les espoirs de la réalisation *a priori* non-triviale de telles structures.

En outre, une nouvelle représentation dynamique (réponse fréquentielle en boucle ouverte) du comportement entrée(s)-sortie(s) des mécanismes flexibles a été introduite dans la méthode de conception optimale. Elle permet la prise en compte, dès la phase amont de conception, de nouvelles spécifications du cahier des charges, directement liées aux performances de commande ultérieure des systèmes synthétisés. Ainsi, deux nouveaux critères d'optimisation, inspirés de la littérature en analyse modale (des structures flexibles), ont été implémentés dans le logiciel FlexIn. Lorsqu'ils sont considérés dans le problème de synthèse optimale, ces critères visent à faciliter à terme l'identification et la commande ultérieures des systèmes générés, qu'il s'agisse de structures passives ou actives. Ces critères représentent les degrés de commandabilité/observabilité modales de

leur réponse fréquentielle entrée(s)-sortie(s).

Ces critères ont été mis à profit pour la conception d'une nouvelle micropince piézo-électrique monolithique, capable de réaliser à terme des tâches de micromanipulation.

La micropince pseudo-optimale synthétisée a été prototypée et testée. L'analyse des non-linéarités propres au phénomène de la piézoélectricité a permis d'établir un modèle dynamique complet du système en tension-déflexion nécessaire à terme à sa commande. Tirant profit des propriétés optimales de la réponse fréquentielle en boucle ouverte du système, une première loi de commande, basée en partie sur des schémas d'amortissement actif, a été testée. Les performances atteintes par cette commande en expérimentation sont tout à fait satisfaisantes, au regard de celles atteintes avec les méthodologies standards en commande robuste.

Les résultats montrent donc que, par la prise en compte de critères d'optimisation adéquats, le système microrobotique flexible répond à la double exigence mécanique et automatique imposée par la conception de systèmes mécatroniques en général.

Pour conclure, la méthode d'aide à la conception optimale, forte de nos apports, a montré qu'elle est capable de synthétiser des solutions innovantes et efficaces, proposant des schémas d'actionnement non-intuitifs différents de ceux habituellement rencontrés dans les applications microrobotiques. À notre connaissance, cette méthode d'optimisation par blocs actifs piézoélectriques pour des structures de treillis de poutres est inédite.

En outre, les perspectives de développement sont nombreuses. Des travaux sont actuellement menés pour exploiter l'effet piézoélectrique direct en vue de la mesure par proprioception dans ces structures. À ce titre, la collaboration scientifique initiée entre le laboratoire *LRM* du *CEA-LIST* et le département *AS2M* de l'*Institut Femto-ST* est poursuivie. Les premiers résultats semblent prometteurs pour permettre dans une version future de FlexIn la conception de structures piézoélectriques monolithiques intégrant simultanément les fonctions d'actionnement et de mesure.

Enfin, la considération d'autres critères mécaniques dynamiques dans notre méthode a été justifiée pour la conception future de nouvelles structures innovantes d'amplification de débattement pour les micro-actionneurs dont les courses sont limitées.

Annexe A

Généralités sur l'optimisation par algorithme génétique

Les algorithmes génétiques sont issus de la recherche en intelligence artificielle et en biologie. Ils sont inspirés de la théorie de l'évolution, qui montre que les individus évoluent sous l'effet du milieu. De générations en générations, les individus les mieux adaptés ont par conséquent plus de chances de se répandre dans la population.

Le parallèle entre la biologie et les algorithmes génétiques se retrouve dans la terminologie utilisée (Table.A.1).

Les algorithmes génétiques explorent de façon itérative l'espace des variables, en évaluant les valeurs des critères de plusieurs solutions simultanément. Ces solutions, appelées individus, forment la population courante. Chaque individu est caractérisé par les valeurs des variables de conception qui lui sont attribuées : ces valeurs sont codées par un génotype.

Au lancement de l'algorithme, la population initiale peut être générée aléatoirement sans intervention de l'utilisateur, ou au contraire être constituée d'individus qu'il a pré-

TABLE A.1 – Analogie sémantique entre la biologie et les algorithmes génétiques.

Biologie	Algorithme génétique
Individu	Solution candidate
Population	Ensemble de solutions candidates
Adaptation	Valeurs des fonctions objectifs ou "fitness"
Génération	Itération de l'algorithme
Génotype	Codage de la solution
Chromosome	"Building blocks"
Gène	Plus petit élément codant
Sélection, mutation, sélection	Opérateurs agissant sur les solutions

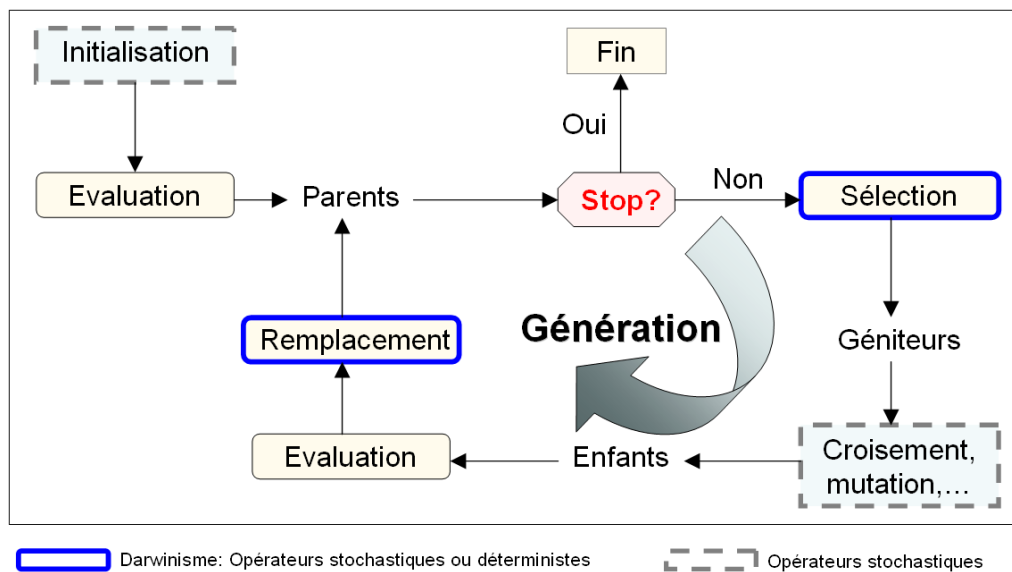


FIGURE A.1 – Exemple de schéma d'un algorithme génétique.

déterminés. Les performances de critères des individus de la population initiale sont évaluées. Une itération (ou génération) se déroule ensuite de la manière suivante (Fig.A.1) :

- une sélection parmi les individus de la population courante détermine ceux dont les chromosomes seront conservés. Cette opération est inspirée de la sélection naturelle du paradigme Darwinien. (La sélection des géniteurs peut être plus ou moins déterministe : ce phénomène est quantifié par la pression sélective) ;
- différents opérateurs stochastiques agissent sur les chromosomes des individus précédemment sélectionnés. Dans un premier temps, des groupes de géniteurs sont formés par couple afin d'effectuer un croisement de leurs chromosomes, ce qui génère de nouveaux individus, les enfants. Dans un deuxième temps, les gènes des individus sont modifiés aléatoirement par un opérateur de mutation (cette mutation est également inspiré du paradigme Darwinien : les enfants diffèrent de leurs géniteurs par de petites déviations apparemment non dirigées) ;
- les performances des enfants sont ensuite évaluées. Cette étape de l'algorithme évolutionnaire reste la plus coûteuse en temps de calcul : des tailles de populations de l'ordre de quelques dizaines, voir centaines d'individus, et un nombre de générations de quelques centaines, donneront lieu à plusieurs dizaines de milliers de calculs pour les fonctions d'adaptation ;
- une nouvelle population courante doit être constituée pour l'itération suivante. Cette nouvelle population comprend des parents et enfants, en proportions variables. Ce remplacement peut s'avérer plus ou moins sélectif (il est qualifié d'élitiste lorsqu'il ne conserve que les meilleurs individus sans laisser de place à une participation aléatoire de tous les individus) ;

- un critère d'arrêt défini par l'utilisateur est pris en compte pour stopper l'évolution. Par exemple, l'algorithme s'arrête si la fonction objectif du meilleur individu atteint la valeur souhaitée, ou si le nombre de générations atteintes dépasse une valeur maximale fixée préalablement, ou encore si aucune amélioration n'est trouvée pendant un certain nombre de générations (critère de stagnation). Plusieurs de ces conditions d'arrêts peuvent être combinées dans la méthode FlexIn.

Annexe B

Interfaces graphiques du logiciel *FlexIn*

Dans cette annexe figurent les principales interfaces graphiques programmées dans le logiciel FlexIn. Ces interfaces permettent à l'utilisateur de la méthode de spécifier son problème d'optimisation puis de le traiter. Elles permettent également de simuler les comportements statique et dynamique de structures choisies parmi le panel de solutions pseudo-optimales.

B.1 Fonction *d2specbloc.m*

L'interface graphique présentée en Fig. B.1 permet de définir un mécanisme déformable et/ou de formuler le problème d'optimisation.

B.2 Fonction *d2simubloc.m*

L'interface graphique présentée en Fig. B.2 permet de simuler le comportement d'un mécanisme déformable.

B.3 Sous-fonction *d2specact.m*

L'interface graphique présentée en Fig. B.3 permet de spécifier la nature de l'actionnement pour les différents DDLS.

B.4 Sous-fonction *d2specact.m* modifiée

Cette sous-fonction a été modifiée pour inclure un champ de spécification d'actionnement par bloc piézoélectrique. L'interface graphique présentée en Fig. B.4 permet la spécification du mode d'actionnement pour les différents DDLS (avec actionnement piézoélectrique).

B.5 Fonction *d2commande.m*

L'interface graphique présentée en Fig. B.5 permet la simulation du comportement fréquentiel des systèmes sous *FlexIn*.

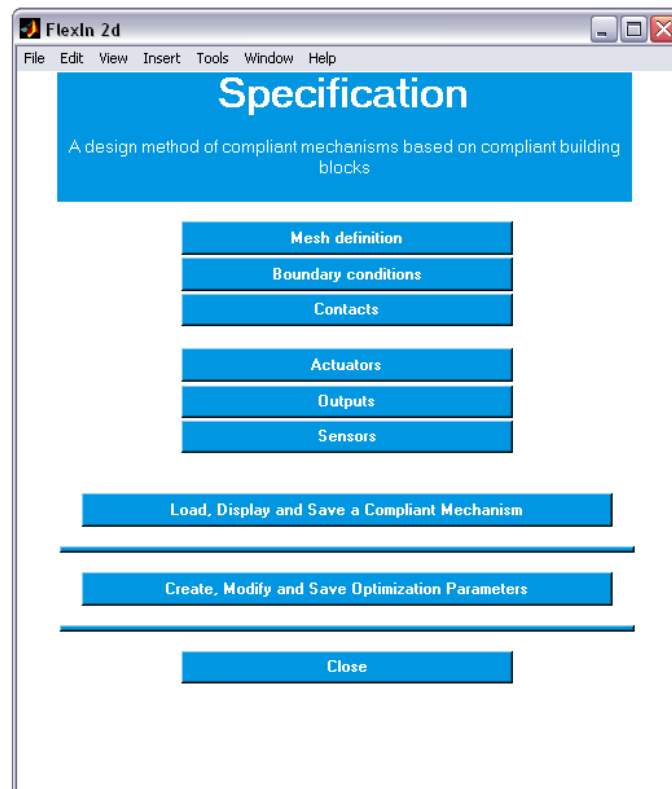


FIGURE B.1 – Interface graphique de la fonction *d2specbloc.m*.

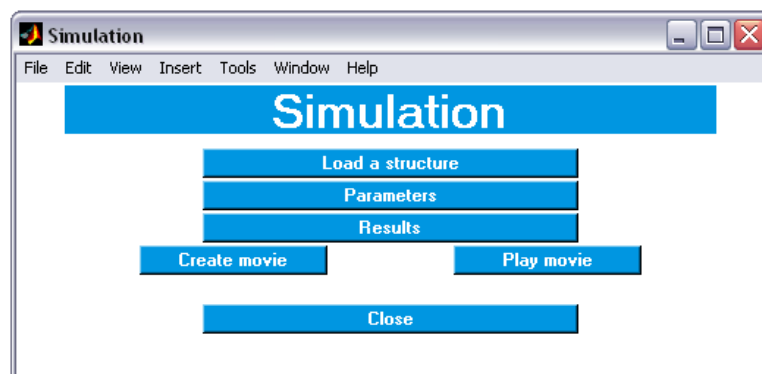


FIGURE B.2 – Interface graphique de la fonction *d2simubloc.m*.

Actuators

How many degree(s) of freedom (DOF) have the compliant mechanism ?
1

Do you want outside force actuators (0=no, 1=yes)?
0

Do you want inside force actuators (0=no, 1=yes)?
0

Do you want outside stroke actuators (0=no, 1=yes)?
0

Do you want inside stroke actuators (0=no, 1=yes)?
0

Cancel OK

FIGURE B.3 – Interface graphique de la fonction *d2specact.m*.

Actuators

How many degree(s) of freedom (DOF) have the compliant mechanism ?
1

Do you want outside force actuators (0=no, 1=yes)?
0

Do you want inside force actuators (0=no, 1=yes)?
0

Do you want outside stroke actuators (0=no, 1=yes)?
0

Do you want inside stroke actuators (0=no, 1=yes)?
0

Do you want piezoelectric beam actuators (0=no, 1=yes)?
1

Cancel OK

FIGURE B.4 – Interface graphique de la fonction *d2simubloc.m* modifiée.

FlexIn 2d

File Edit View Insert Tools Window Help

Control

Computation of the FRF response of a flexible structure under FlexIn

Load a Compliant Mechanism

Calcul of the EF problem

FRF expression between Inputs and Outputs

FRF Simulation

Close

FIGURE B.5 – Interface graphique de la fonction *d2commande.m*.

Annexe C

A propos des matériaux piézoélectriques

Phénomène de la piézoélectricité : exemple du quartz

Certains cristaux naturels tel que le quartz sont piézoélectriques. Une maille de cristal de quartz est composée d'atomes de silicium portant une charge électrique positive et d'atomes d'oxygène portant une charge électrique négative. En l'absence de déformation, le barycentre des charges positives est confondu avec celui des charges négatives, modélisé par un point noir représenté sur la Fig. C.1. Sous l'action d'une contrainte de compression, ces barycentres s'écartent, créant un ensemble de dipôles qui fait apparaître par réaction des charges de signes opposés sur les deux électrodes, c'est l'effet piézoélectrique direct. A l'inverse, l'apport de charges électriques sur les électrodes rétablit l'équilibre des forces électrostatiques : la maille cristalline se déforme, c'est l'effet inverse.

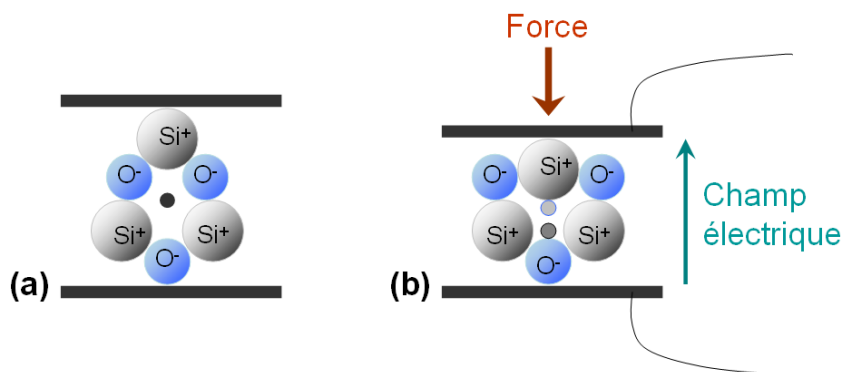


FIGURE C.1 – Piézoélectricité du quartz naturel à l'équilibre (a) et avec une force appliquée (b).

Les matériaux piézoélectriques

Tous les matériaux présentant un effet piézoélectrique sont anisotropes. Ce sont soit des monocristaux, le plus connu étant le quartz, soit des corps polycristallins ou des polymères qui sont rendus anisotropes au cours de leur élaboration.

Parmi les 32 classes cristallines existantes, 20 sont dépourvues de centre de symétrie et peuvent présenter l'effet piézoélectrique. Parmi ces dernières, 10 classes, dites polaires, possèdent une polarisation spontanée en l'absence de champ électrique extérieur, dont l'amplitude peut varier en fonction de la température : c'est l'effet pyroélectrique.

La ferroélectricité forme un sous-groupe de la pyroélectricité. La direction de polarisation d'un cristal ferroélectrique varie en fonction du champ électrique extérieur, elle peut être réorientée, voire inversée si le champ appliqué est suffisamment intense. La ferroélectricité ne se rencontre que dans quelques structures cristallines particulières, comme le PZT (Titano-Zirconate de Plomb) de formule $Pb(Zr,Ti)O_3$ et de structure perovskite. En pratique, le caractère ferroélectrique signifie que la loi champ électrique-déformation n'est pas purement linéaire, et présente un cycle d'hystérésis plus ou moins marqué suivant le type de céramique. Par ailleurs, les constantes piézoélectriques diminuent lorsque la température augmente : il existe une température dite de *Curie* au-delà de laquelle l'effet disparaît.

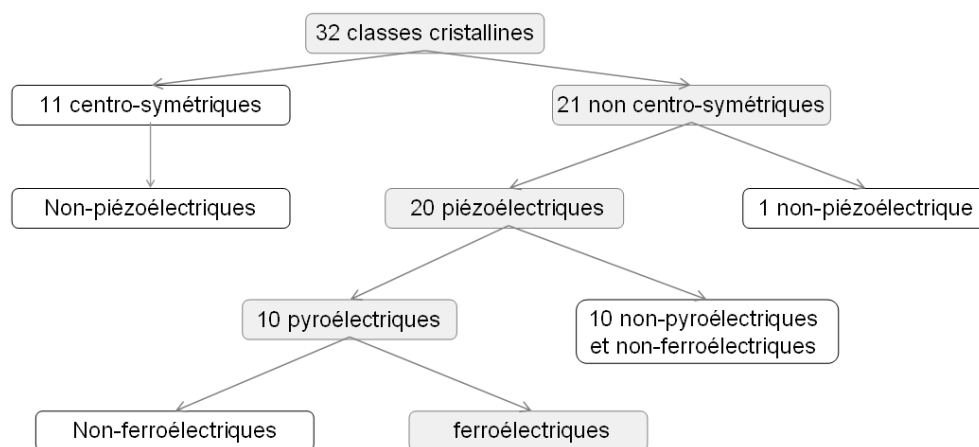


FIGURE C.2 – Hiérarchisation des classes cristallines.

Les matériaux piézoélectriques se regroupent en trois classes principales, les cristaux, les polymères et les céramiques.

- Les cristaux, parmi lesquels le quartz, ont des propriétés peu attrayantes pour des applications microrobotiques, en raison de leurs coefficients de couplage piézoélectrique peu élevés.
- Les polymères piézoélectriques, tels que le PVDF (Poly-Vinyl-DiFluoridène), sont caractérisés par une plus grande souplesse élastique, facilitant le processus de fabrication tout en permettant la fabrication de larges feuilles de quelques dizaines

de microns à quelques millimètres d'épaisseur, et transducteurs de formes variées. Apparus sur le marché au début des années quatre-vingt, ils demeurent mécaniquement adaptés aux grandes déformations ou à l'acoustique en mode réception.

- Les oxydes ternaires de plomb (PZT) et d'autres céramiques dérivées $PbTiO_3$ (PT), $(Pb, La)(Zr, Ti)O_3$ (PLT), figurent parmi les différents matériaux piézoélectriques les plus répandus dans l'industrie, en raison de leur fort couplage électromécanique qui entraîne une grande efficacité d'actionnement et une grande linéarité des propriétés. Ces matériaux se présentent généralement sous forme de céramiques fabriquées à partir de particules obtenues par calcination et broyage de différents oxydes mélangés en proportions spécifiques et par une mise en forme de cette poussière. L'étape de polarisation s'effectue dans un bain d'huile silicone porté à $150^\circ C$; un champ électrique externe de $3KV/mm$ est alors appliqué pendant une minute.

Dans le cas des blocs actifs piézoélectriques, cette dernière catégorie de matériau sera privilégiée dans la spécification du problème. Deux familles de céramiques peuvent être sommairement distinguées : les céramiques dites *douces* et celles dites *dures*. Le choix du type de céramique s'effectue en fonction de l'application visée :

- les matériaux *doux* sont utilisés pour des applications à bas niveau d'excitation, notamment dans le cas de détecteur (hydrophone,...). Ils présentent en effet des couplages électromécaniques et des permittivités élevés ;
- les applications de puissance (transducteur, piézomoteur,...) nécessitent l'utilisation de céramiques *dures* pour leurs faibles pertes mécanique et diélectrique.

D'une manière tout à fait générale, le comportement d'un milieu piézoélectrique peut être décrit par un jeu d'équations traduisant la dépendance entre grandeurs électriques, mécaniques et thermiques. Dans notre cas, les effets thermo-mécaniques et thermo-électriques sont supposés faibles et ne sont pas pris en compte dans la modélisation FlexIn des poutres curvilignes. Le phénomène piézoélectrique est ainsi supposé se manifester par le seul couplage électromécanique : il peut être défini comme un diélectrique déformable ou comme un solide élastique polarisable.

Annexe D

Calculs des matrices intervenant dans le modèle *EF* de la poutre à deux nœuds

D.1 Champ de déformation et champ électrique

Les expressions du champ de déformation et du champ électrique intervenant dans le calcul des différentes énergies sont approximées à partir d'hypothèses sur les champs de déplacement et de potentiel électrique via les fonctions d'interpolations. Les fonctions d'interpolation relient les grandeurs physiques d'un point quelconque de la représentation curviligne aux grandeurs physiques nodales.

D.1.1 Champ de déformation

- dans le cas du déplacement longitudinal, une interpolation linéaire est utilisée :

$$u(x) = (1 - \varsigma_x) u^A + \varsigma_x u^B \quad \text{avec} \quad \varsigma_x = \frac{x}{L} \quad (\text{D.1})$$

où les valeurs de déplacements longitudinaux aux nœuds A et B sont notées u^A et u^B respectivement.

Soit, conformément à (3.45) :

$$u(x) = \begin{bmatrix} (1 - \varsigma_x) & 0 & 0 & \varsigma_x & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{X}_p = \mathbf{F}_u \mathbf{X}_p \quad (\text{D.2})$$

- le déplacement transversale v est interpolé par un polynôme en x du troisième degré. En effet, en plus des conditions $v(0) = v^A$ et $v(L) = v^B$, l'hypothèse de *Navier-Bernoulli*, rappelée en (3.34), fournit deux conditions de continuité supplémentaires aux nœuds :

$$\frac{\partial v}{\partial x}(0) = \omega_z^A \quad \text{et} \quad \frac{\partial v}{\partial x}(L) = \omega_z^B \quad (\text{D.3})$$

Soit,

$$\begin{aligned} v(x) &= \begin{bmatrix} 0 & (1 - 3\varsigma_x^2 + 2\varsigma_x^3) & L(\varsigma_x - 2\varsigma_x^2 + \varsigma_x^3) & 0 & (3\varsigma_x^2 - 2\varsigma_x^3) & L(-\varsigma_x^2 + \varsigma_x^3) \end{bmatrix} \mathbf{X}_p \\ &= \mathbf{F}_v \mathbf{X}_p \end{aligned} \quad (\text{D.4})$$

– le champ de rotation w_z est déduit du précédent grâce à l'hypothèse de *Navier-Bernoulli*

$$\begin{aligned} \omega_z(x) &= \left[\frac{\partial \mathbf{F}_v}{\partial x} \right] \mathbf{X}_p \\ &= \frac{1}{L} \begin{bmatrix} 0 & 6(\varsigma_x^2 - \varsigma_x) & L(1 - 4\varsigma_x + 3\varsigma_x^2) & 0 & 6(\varsigma_x - \varsigma_x^2) & L(3\varsigma_x^2 - 2\varsigma_x) \end{bmatrix} \mathbf{X}_p \\ &= \mathbf{F}_{\omega_z} \mathbf{X}_p \end{aligned} \quad (\text{D.5})$$

Il s'ensuit par concaténation le champ de déplacement \mathbf{U} total :

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_u \\ \mathbf{F}_v \\ \mathbf{F}_{\omega_z} \end{pmatrix} \mathbf{X}_p = \mathbf{F}_m \mathbf{X}_p \quad (\text{D.6})$$

Enfin, le champ de déformation est déduit aisément par (3.48) selon :

$$S_1 = \left[\frac{\partial \mathbf{F}_u}{\partial x} - y \frac{\partial \mathbf{F}_{\omega_z}}{\partial x} \right] = \mathbf{N}_m \mathbf{X}_p \quad (\text{D.7})$$

D.1.2 Champ électrique

Le potentiel électrique $\varphi(z, t)$ selon l'épaisseur de la poutre est interpolé de manière linéaire, en choisissant la fibre neutre comme altitude $z = 0$,

$$\varphi(z) = \left(\varsigma_z + \frac{1}{2}\right) \varphi_1 + \left(-\varsigma_z + \frac{1}{2}\right) \varphi_2 \quad \text{avec} \quad \varsigma_z = \frac{z}{e_p} \quad (\text{D.8})$$

Soit, conformément à (3.50)

$$\varphi(z) = \begin{bmatrix} \left(\varsigma_z + \frac{1}{2}\right) & \left(-\varsigma_z + \frac{1}{2}\right) \end{bmatrix} \mathbf{V}_p = \mathbf{F}_e \mathbf{V}_p \quad (\text{D.9})$$

Le champ électrique selon z se déduit finalement grâce à (3.53),

$$E_3 = \left[-\frac{\partial}{\partial z} \right] \mathbf{F}_e \mathbf{V}_p = \begin{bmatrix} -\frac{1}{e_p} & \frac{1}{e_p} \end{bmatrix} \mathbf{V}_p = \mathbf{N}_e \mathbf{V}_p \quad (\text{D.10})$$

D.2 Forces non-conservatrices

Les vecteurs caractérisant les actions mécaniques et électriques sont explicités.

- Le travail des efforts externes (3.57) fait intervenir les effets des forces et moments mécaniques appliqués aux extrémités de la poutre :

$$\mathbf{F}_p^m = [R_x^A \quad R_y^A \quad H_z^A \quad R_x^B \quad R_y^B \quad H_z^B]^t \quad (\text{D.11})$$

où, du fait de la continuité des efforts aux extrémités de la poutre Fig. 3.13,

$$\begin{cases} N_x(0) = -R_x^A \\ N_x(L) = R_x^B \end{cases} \quad \begin{cases} T_y(0) = -R_y^A \\ T_y(L) = R_y^B \end{cases} \quad \begin{cases} M_z(0) = -H_z^A \\ M_z(L) = H_z^B \end{cases} \quad (\text{D.12})$$

- L'expression du travail électrique fait intervenir le vecteur des charges électriques :

$$\mathbf{q}_p = [q_{p1} \quad q_{p2}]^t \quad (\text{D.13})$$

dans lequel q_{p1} et q_{p2} désignent respectivement les quantités de charge présentes sur les électrodes supérieure et inférieure de la poutre.

Annexe E

Rappels des différentes hypothèses de modélisation dans la méthode

H1 : Le matériau suit une loi de comportement élastique linéaire isotrope, caractérisée par son module d'*Young* Y et son coefficient de *Poisson* ν . Le matériau n'est ainsi supposé être sollicité qu'en petite déformation et reste dans son domaine d'élasticité.

H2 : Le modèle de poutre respecte la condition de *Navier-Bernoulli* : l'élément de surface plan orthogonal à la courbe directrice au point courant demeure orthogonal à la fibre neutre après déformation.

H3 : L'hypothèse des petites perturbations est utilisée afin de pouvoir résoudre les équations analytiquement ou numériquement avec des méthodes aux éléments finis linéaires.

H4 : Afin de réduire la taille des matrices de rigidité, il est fait l'hypothèse que les actions extérieures aux blocs ne peuvent être transmises à ceux-ci que par l'intermédiaire de leurs quatre nœuds externes.

H5 : Afin de simplifier le modèle utilisé dans notre méthode, le couplage entre les grandeurs mécanique et électrique est décrit par des relations linéaires.

H6 : Il est fait l'hypothèse, dite de *Basile*, d'une matrice amortissement diagonale, c'est-à-dire d'amortissements découplés dans la base des modes propres.

Annexe F

Condensation de la matrice rigidité K_{Bloc} : cas de la statique linéaire

La technique de condensation statique utilisée dans la méthode FlexIn, introduite par *Guyan* [Guy65], est largement utilisée dans les méthodes aux éléments finis en raison de sa simplicité. Cette méthode est ainsi nommée, car elle néglige les termes inertiels dans l'équation générale du mouvement.

Dans la suite, \mathbf{F}_{Bloc} désigne le vecteur des forces nodales externes appliquées à un bloc élémentaire. Conformément à l'hypothèse **H4** formulée au paragraphe 2.1.3, ces forces sont uniquement transmises via les nœuds externes du réseau de poutres (Fig. F.1).

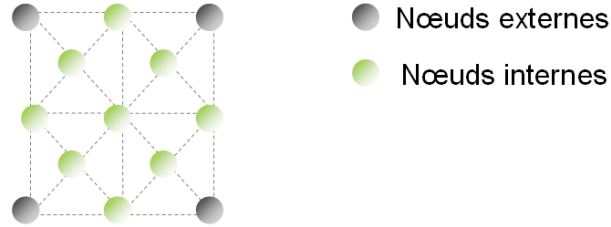


FIGURE F.1 – Illustration des nœuds internes et externes pour la condensation statique.

Le vecteur des déplacements nodaux \mathbf{X}_{Bloc} , des efforts nodaux \mathbf{F}_{Bloc} et la matrice de rigidité sont liés par la relation statique décrite sous forme éléments finis :

$$\mathbf{F}_{Bloc} = \mathbf{K}_{Bloc} \mathbf{X}_{Bloc} \quad (\text{F.1})$$

Les lignes et colonnes de la matrice \mathbf{K}_{Bloc} sont réordonnées de façon à regrouper les *ddl* des nœuds externes. Les vecteurs nodaux, qui représentent, pour chaque nœud, les composantes des torseurs des actions mécaniques et les composantes du distributeur des petits mouvements, sont réordonnés de la même façon. L'équation peut être alors être

partitionnée selon :

$$\begin{pmatrix} \mathbf{F}_{Bloc}^{ii} \\ \mathbf{F}_{Bloc}^{ee} \end{pmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} \mathbf{K}_{Bloc}^{ii} & \mathbf{K}_{Bloc}^{ie} \\ \hline (\mathbf{K}_{Bloc}^{ie})^t & \mathbf{K}_{Bloc}^{ee} \end{array} \right] \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{Bloc}^{ii} \\ \mathbf{X}_{Bloc}^{ee} \end{pmatrix} \quad (\text{F.2})$$

dans laquelle les indices e et i font référence aux nœuds externes et internes respectivement.

Conformément à **H4**,

$$\mathbf{F}_{Bloc}^{ii} = 0 \quad (\text{F.3})$$

ce qui entraîne, après élimination des *ddl* internes dans l'équation (F.2),

$$\mathbf{X}_{Bloc} = \begin{pmatrix} \mathbf{X}_{Bloc}^{ii} \\ \mathbf{X}_{Bloc}^{ee} \end{pmatrix} = \left[\begin{array}{c} -(\mathbf{K}_{Bloc}^{ii})^{-1} \mathbf{K}_{Bloc}^{ee} \\ \mathbf{I} \end{array} \right] \mathbf{X}_{Bloc}^{ee} = \mathbf{T}_{Bloc}^s \mathbf{X}_{Bloc}^{ee} \quad (\text{F.4})$$

où \mathbf{T}_{Bloc}^s désigne la transformation statique entre les vecteurs de déplacements *pleins* \mathbf{X}_{Bloc} et *réduits* aux coordonnées externes \mathbf{X}_{Bloc}^{ee} .

Pré-multipliant (F.2) par $(\mathbf{T}_{Bloc}^s)^t$, le terme des forces externes \mathbf{F}_{Bloc}^{ee} demeure inchangé, et la matrice de rigidité réduite \mathbf{K}_{Bloc}^R est déduite par :

$$\mathbf{K}_{Bloc}^c = (\mathbf{T}_{Bloc}^s)^t \mathbf{K}_{Bloc} \mathbf{T}_{Bloc}^s \quad (\text{F.5})$$

La relation comportementale du bloc en statique se ramène alors simplement à :

$$\mathbf{F}_{Bloc}^c = \mathbf{K}_{Bloc}^c \mathbf{X}_{Bloc}^c \quad (\text{F.6})$$

où $\mathbf{F}_{Bloc}^c = \mathbf{F}_{Bloc}^{ee}$ et $\mathbf{X}_{Bloc}^c = \mathbf{X}_{Bloc}^{ee}$. Il faut noter que condenser ne signifie pas éliminer purement certains degrés de liberté, mais reporter sur ceux qui sont retenus la raideur de ceux qui sont condensés. Dans le cas où toutes les forces sont reportées sur les nœuds externes, la condensation n'introduit aucun écart sur la précision des résultats en statique.

Remarque : La dernière étape de la réduction statique de *Guyan* consiste à restituer les valeurs des déplacements et forces dans chacun des super-éléments du modèle. La relation de condensation initiale (F.4) permet en effet le retour aux degrés de liberté internes. Néanmoins, dans la méthode FlexIn, cette dernière étape de restitution est omise dans le calcul des individus au cours de l'optimisation, car les nœuds où sont appliqués les conditions aux limites (actionnement, base fixe...) sont uniquement considérés comme externes. Cela permet par ailleurs une économie en temps de calcul, ce qui rend l'algorithme d'évaluation des critères statiques plus rapide.

Annexe G

Quelques résultats généraux sur la réalisation *équilibrée*

Soit le système *LTI* défini par sa représentation d'état $(\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C})$

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{x}\end{aligned}\tag{G.1}$$

où $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^N$, $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^s$ et $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^r$.

Soient \mathbf{W}_C et \mathbf{W}_O les grammien de commandabilité et observabilité associés à ce système, calculés à partir de (4.30) et (4.31).

G.1 Changement de base

Toute bijection $\mathbf{x} \leftrightarrow \tilde{\mathbf{x}}$ définit des équations d'état équivalentes. Soit \mathbf{T} une matrice inversible, telle que

$$\mathbf{x} = \mathbf{T}\tilde{\mathbf{x}}\tag{G.2}$$

à partir de laquelle est définie une nouvelle représentation d'état équivalente à (G.1)

$$\begin{aligned}\dot{\tilde{\mathbf{x}}} &= \mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}\tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{T}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{u} \\ \mathbf{y} &= \mathbf{C}\mathbf{T}\tilde{\mathbf{x}}\end{aligned}\tag{G.3}$$

Soit $(\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{C}}) = (\mathbf{T}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{T}, \mathbf{T}^{-1}\mathbf{B}, \mathbf{C}\mathbf{T})$ cette nouvelle représentation d'état équivalente.

G.1.1 Calcul des grammien

Les grammien \mathbf{W}_C et \mathbf{W}_O dépendent de la base dans laquelle est exprimée la représentation d'état. En effet, le grammien de commandabilité $\tilde{\mathbf{W}}_C$ associé à la nouvelle

représentation d'état $(\tilde{\mathbf{A}}, \tilde{\mathbf{B}}, \tilde{\mathbf{C}})$

$$\tilde{\mathbf{W}}_C = \int_0^{+\infty} e^{\tilde{\mathbf{A}}\tau} \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{B}}^t e^{\tilde{\mathbf{A}}^t \tau} d\tau \quad (\text{G.4})$$

est défini comme la solution de l'équation de *Lyapunov* (4.32) suivante

$$\tilde{\mathbf{A}} \tilde{\mathbf{W}}_C + \tilde{\mathbf{W}}_C \tilde{\mathbf{A}}^t + \tilde{\mathbf{B}} \tilde{\mathbf{B}}^t = \mathbf{0} \quad (\text{G.5})$$

soit, d'après (G.3)

$$\mathbf{T}^{-1} \mathbf{A} \mathbf{T} \tilde{\mathbf{W}}_C + \tilde{\mathbf{W}}_C \mathbf{T}^t \mathbf{A}^t \mathbf{T}^{-t} + \mathbf{T}^{-1} \mathbf{B} \mathbf{B}^t \mathbf{T}^{-t} = \mathbf{0} \quad (\text{G.6})$$

En pré-multipliant par \mathbf{T} et post-multipliant par \mathbf{T}^t cette équation, il vient :

$$\mathbf{A} \mathbf{T} \tilde{\mathbf{W}}_C \mathbf{T}^t + \mathbf{T} \tilde{\mathbf{W}}_C \mathbf{T}^t \mathbf{A}^t + \mathbf{B} \mathbf{B}^t = \mathbf{0} \quad (\text{G.7})$$

L'identification des équations (4.32) et (G.7) fournit $\mathbf{W}_C = \mathbf{T} \tilde{\mathbf{W}}_C \mathbf{T}^t$, soit

$$\boxed{\tilde{\mathbf{W}}_C = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{W}_C \mathbf{T}^{-t}} \quad (\text{G.8})$$

De la même manière, il est démontré que

$$\boxed{\tilde{\mathbf{W}}_O = \mathbf{T}^t \mathbf{W}_O \mathbf{T}} \quad (\text{G.9})$$

G.1.2 Propriété remarquable

En remarquant que

$$\boxed{\mathbf{W}_C \mathbf{W}_O = \mathbf{T} \tilde{\mathbf{W}}_C \tilde{\mathbf{W}}_O \mathbf{T}^{-1}} \quad (\text{G.10})$$

il est démontré que les valeurs propres du produit des grammien sont invariantes par changement de base de la représentation d'état.

G.2 Calcul de la base *équilibrée*

Il existe une matrice de changement de base \mathbf{T} particulière qui diagonalise et égalise les grammien $\tilde{\mathbf{W}}_C$ et $\tilde{\mathbf{W}}_O$ [Lau80].

G.2.1 Algorithme de *Laub*

1. En effectuant une factorisation de *Cholesky* du grammien de commandabilité, il vient

$$\mathbf{W}_C = \mathbf{L}_C \mathbf{L}_C^t \quad (\text{G.11})$$

où \mathbf{L}_C est une matrice triangulaire inférieure.

Soit le premier changement de coordonnées

$$\mathbf{x} = \mathbf{T}_A \mathbf{x}_A \quad (\text{G.12})$$

D'après (G.8) et (G.9), les expressions des grammiens deviennent en posant $\mathbf{T}_A = \mathbf{L}_C$

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_C(\mathbf{T}_A) &= \mathbf{L}_C^{-1} \mathbf{W}_C \mathbf{L}_C^{-t} = \mathbf{I} \\ \mathbf{W}_O(\mathbf{T}_A) &= \mathbf{L}_O^t \mathbf{W}_O \mathbf{L}_C \end{aligned} \quad (\text{G.13})$$

2. Le grammien d'observabilité $\mathbf{W}_O(\mathbf{T}_A)$ issu de la transformation de l'étape 1 est décomposé en valeurs singulières

$$\mathbf{W}_O(\mathbf{T}_A) = \mathbf{U} \mathbf{W}^2 \mathbf{U}^t \quad (\text{G.14})$$

(avec $\mathbf{U} \mathbf{U}^t = \mathbf{I}$).

3. Une seconde transformation matricielle $\mathbf{T}_B = \mathbf{U} \mathbf{W}^{-\frac{1}{2}}$ est considérée pour effectuer un autre changement de coordonnées

$$\mathbf{x}_A = \mathbf{T}_B \mathbf{x}_B \quad (\text{G.15})$$

D'après (G.8) et (G.9), les expressions des grammiens deviennent dans ces nouvelles coordonnées

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{W}}_C &= \mathbf{W}_C(\mathbf{T}_A \mathbf{T}_B) = \mathbf{W}^{\frac{1}{2}} \mathbf{U}^t \mathbf{U} \mathbf{W}^{\frac{1}{2}} = \mathbf{W} \\ \tilde{\mathbf{W}}_O &= \mathbf{W}_O(\mathbf{T}_A \mathbf{T}_B) = \mathbf{W}^{-\frac{1}{2}} \mathbf{U}^t \mathbf{U} \mathbf{W}^2 \mathbf{U}^t \mathbf{U} \mathbf{W}^{-\frac{1}{2}} = \mathbf{W} \end{aligned} \quad (\text{G.16})$$

Ainsi, dans ce nouveau système de coordonnées $\mathbf{x} = \mathbf{T}_A \mathbf{T}_B \mathbf{x}_B$, les grammiens de commandabilité et observabilité sont égaux et diagonaux

$$\boxed{\tilde{\mathbf{W}}_C = \tilde{\mathbf{W}}_O = \mathbf{W}} \quad (\text{G.17})$$

et \mathbf{x}_B désigne les coordonnées *équilibrées*.

D'après (G.10), il s'ensuit que

$$\mathbf{W}_C \mathbf{W}_O = (\mathbf{T}_A \mathbf{T}_B) \mathbf{W}^2 (\mathbf{T}_A \mathbf{T}_B)^{-1} \quad (\text{G.18})$$

Les valeurs propres du produit des grammiens $\mathbf{W}_C \mathbf{W}_O$ forment la matrice diagonale de \mathbf{W}^2 .

G.2.2 Remarque

Au lieu des étapes 1 et 2, la technique de *Moore* utilise une double décomposition en valeurs singulières de matrices définies positives.

Annexe H

Etude du compensateur PPF pour l'amortissement modal dans le cas SISO

Dans l'expansion modale du transfert entrée-sortie, la dynamique du $i^{\text{ième}}$ mode vibratoire peut être modélisé par un transfert complexe du second ordre du type masse-ressort-amortisseur selon :

$$\frac{\delta_i}{\underline{U}} = \frac{k_i}{1 + j2\xi_i \frac{\omega}{\omega_{ni}} - \frac{\omega^2}{\omega_{ni}^2}} \quad (\text{H.1})$$

où k_i , ω_{ni} et ξ_i représentent respectivement le gain statique, la pulsation naturelle et l'amortissement modal associé à ce transfert. La notation $\underline{}$ fait référence ici à l'amplitude complexe du signal.

H.1 Influence de la pulsation naturelle ω_f

Il est montré ci-après l'influence du choix de la pulsation ω_f du filtre PPF H_l , tel que donné par l'Eq.(5.14), sur l'amortissement du système ainsi compensé (Fig.H.1).

Soit une entrée vibratoire complexe centrée sur le mode numéro i de la structure,

$$\delta_i = Ae^{j\omega_{ni}t} \quad (\text{H.2})$$

dans laquelle A désigne l'amplitude de la source. Elle produit en sortie du compensateur (défini dans la boucle de rétroaction sur la Fig.H.1) une réponse en tension, elle-même vibratoire, qui vérifie :

$$\underline{U} = Be^{j(\omega_{ni}t - \phi)} \quad (\text{H.3})$$

avec l'amplitude B définie par :

$$B = A \frac{g}{\sqrt{\left(1 - \frac{\omega_{ni}^2}{\omega_f^2}\right)^2 + 4\xi_f^2 \frac{\omega_{ni}^2}{\omega_f^2}}} \quad (\text{H.4})$$

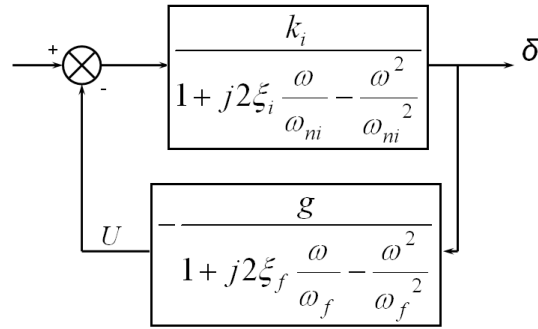


FIGURE H.1 – Schéma de la boucle d'amortissement par PPF.

et le déphasage ϕ par :

$$\phi = \arctan \left(\frac{2\xi_f \frac{\omega_{ni}}{\omega_f}}{1 - \frac{\omega_{ni}^2}{\omega_f^2}} \right) \quad (\text{H.5})$$

Trois cas sont distingués selon la valeur attribuée à ω_f relativement à ω_{ni} (Fig.H.2).

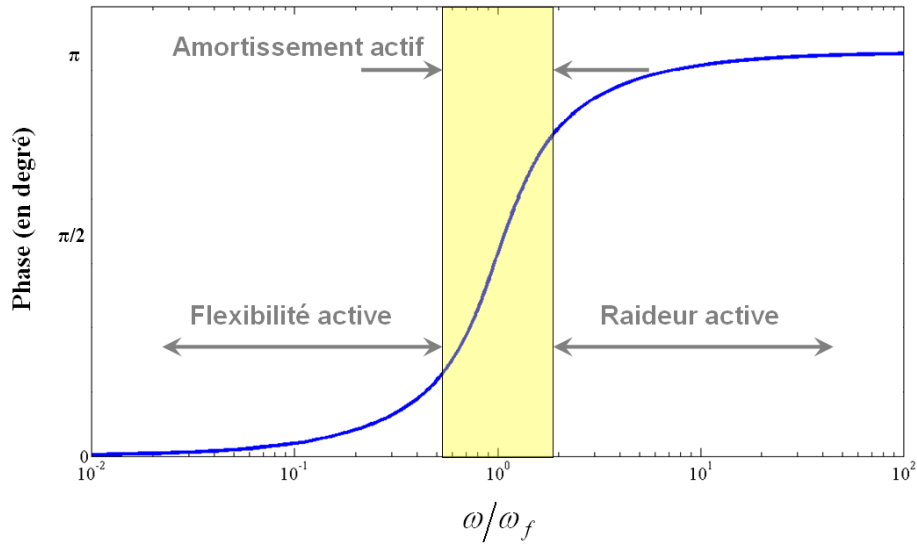
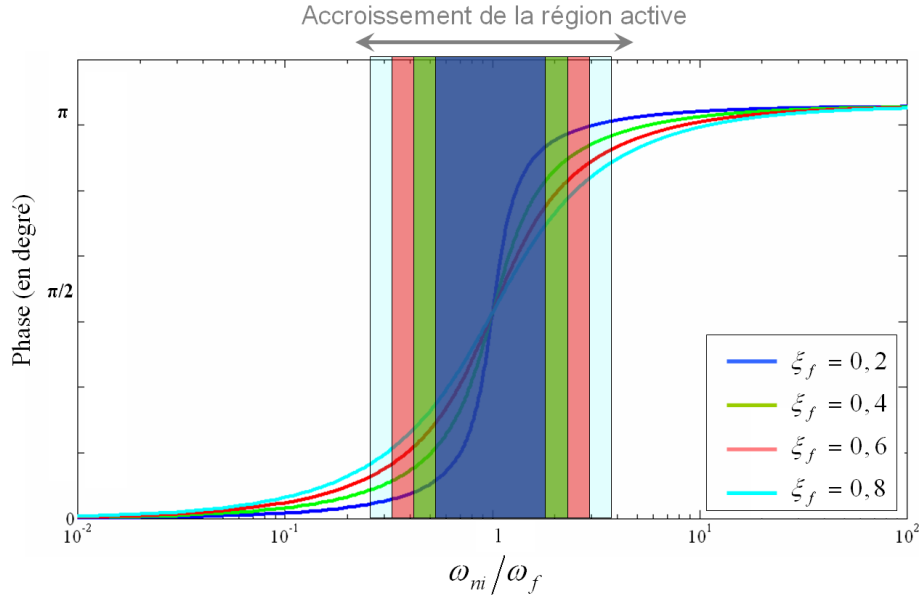


FIGURE H.2 – Représentation graphique de l'angle de phase du compensateur.

1^{er} cas : $\omega_{ni} \ll \omega_f$ Lorsque le système vibre à une fréquence bien inférieure à celle réglée par le filtre PPF, l'angle de déphasage tend vers zéro. En substituant ϕ par 0 dans l'Eq.H.3, il vient $\underline{U} = \frac{B}{A}\delta_i$ et, la déflexion résultante vibre, dans le domaine temporel,

FIGURE H.3 – Influence de ξ_f sur la région d'amortissement.

selon le régime oscillant suivant :

$$\left(1 - \frac{k_i B}{A}\right) \delta_i + \frac{2\xi_i}{\omega_{ni}} \dot{\delta}_i + \frac{1}{\omega_{ni}^2} \ddot{\delta}_i = 0 \quad (\text{H.6})$$

Cette équation met en évidence la diminution de raideur lorsque $\omega_{ni} \ll \omega_f$.

2^{eme} cas : $\omega_{ni} \sim \omega_f$ Lorsque le compensateur et le système ont des fréquences naturelles de vibration du même ordre de grandeur, la phase vaut $\pi/2$. Ainsi, d'après l'Eq.H.3, il ressort que $\underline{U} = -j\frac{B}{A}\delta_i$, et le régime oscillant résultant a pour équation dynamique :

$$\delta_i + \left(\frac{2\xi_i}{\omega_{ni}} + \frac{k_i B}{A\omega_{ni}}\right) \dot{\delta}_i + \frac{1}{\omega_{ni}^2} \ddot{\delta}_i = 0 \quad (\text{H.7})$$

Ce cas montre clairement l'accroissement d'amortissement modal correspondant.

3^{eme} cas : $\omega_{ni} \gg \omega_f$ Lorsque la fréquence de vibration de la structure est bien supérieure à celle du compensateur, la phase introduite entre la sortie et l'entrée est de π , ce qui a pour effet d'augmenter la raideur du système compensé selon :

$$\left(1 + \frac{k_i B}{A}\right) \delta_i + \frac{2\xi_i}{\omega_{ni}} \dot{\delta}_i + \frac{1}{\omega_{ni}^2} \ddot{\delta}_i = 0 \quad (\text{H.8})$$

En conclusion, on veillera dans l'étude à centrer la pulsation naturelle du filtre PPF en accord avec la fréquence à amortir.

H.2 Influence de l'amortissement modal ξ_f

Dans le cas où $\omega_{ni} \sim \omega_f$, le terme amortisseur $\xi_{equi.}$ corrigé par le compensateur est d'après l'(Eq.H.7) :

$$\xi_{equi.} \sim \frac{2\xi_i}{\omega_{ni}} + \frac{k_i g}{2\xi_f} \quad (\text{H.9})$$

L'amortissement final est inversement proportionnel à ξ_f . Pour autant, le choix de cet amortissement doit être guidé par le compromis suivant :

- De faibles valeurs de ξ_f conduiront à un amortissement $\xi_{equi.}$ optimal pour le système, mais au prix d'une région fréquentielle active qui demeure restreinte (Fig.H.3).
- À l'inverse, de fortes valeurs d'amortissement ξ_f autorisent davantage d'incertitude sur le positionnement exact de la région fréquentielle à amortir. En revanche, son action reste moins efficace.

En général, des valeurs de l'ordre de $\xi_f = 0,5$ à $0,7$ sont typiquement retrouvées.

Annexe I

Calcul des gabarits fréquentiels pour la synthèse H_∞

Les trois fonctions de pondération sont conçues sur la base des performances requises pour le système de micromanipulation.

I.1 Choix de W_1

Le gain W_1 doit être faible en basse-fréquences pour assurer les objectifs de précision. L'erreur statique maximale est choisie égale à $1/a = 0,1\%$. Pour comparaison avec les précédents correcteurs, la bande passante est prise égale à $\omega_{B.P.} = 275 \text{ rad.s}^{-1}$, ce qui correspond par simulation à un temps de réponse de 10 ms . Sa fréquence de passage correspond approximativement à la bande passante de l'asservissement. Après essais sur la minimisation de γ , la fonction de pondération W_1 est finalement prise égale à :

$$W_1(s) = \frac{0,1 \text{ s} + 275}{s + 0,275} \quad (\text{I.1})$$

I.2 Choix de W_2

La simple restriction apportée sur le gain de commande U est apportée en haute-fréquences par la pente du transfert $1/W_2$

$$\frac{1}{W_2}(s) = \frac{10^{-8} s + 100}{\frac{1}{2000} s + 1}, \quad (\text{I.2})$$

pour éviter de solliciter les dynamiques non-modélisées du système. Par ailleurs, le gain basse-fréquence du système n'est pas réellement contraint par ce gabarit. En effet, il sera vérifié, en simulation puis en expérimentation, que l'amplitude maximale de tension nécessaire à la déflexion demandée n'excède pas 100 V .

I.3 Choix de W_3

Le modèle de transfert entre la perturbation $q(s) = \frac{\delta_{Pert.}(s)}{\alpha_0 D(s)}$ et la déflexion résultante s'écrit

$$\frac{\delta(s)}{\delta_{Pert.}(s)/\alpha_0 D(s)} = S(s) G(s) \quad (I.3)$$

Pour borner l'erreur statique tolérée en régime permanent pour le processus en régulation, les contributions de toutes les perturbations sont considérées de front (d'après (5.12) et sous l'hypothèse $D(0) = 1$) :

$$\frac{\alpha_0 \delta(0)}{\delta_H + \delta_F(0) + \delta_{Creep}(0)} = S(0) G(0) \quad (I.4)$$

Puis chacune d'entre elles est estimée de la façon suivante :

- par lecture graphique sur l'approximation quadrilatérale de l'hystérésis, le décalage en déflexion est, dans le cas le plus défavorable, de l'ordre de $\delta_H = 1,5\mu m$;
- la force de serrage F_m du microactionneur sur l'objet manipulé est considérée comme de l'ordre de $2mN$. (Pour le calcul de la déflexion de $\delta_F(0)$, la constante de souplesse mécanique s_p est estimée à $3,54\mu m/mN$ par modélisation tridimensionnelle sous le logiciel *Comsol Multiphysics*®) ;
- enfin, la dérive atteinte en régime permanent est $\delta_d = 1,5\mu m$.

Le rejet statique de toutes ces perturbations est réalisé sans provoquer plus de $1\mu m$ de déflexion en sortie, à la condition que

$$S(0) G(0) = 6,35 \times 10^{-3} \mu m/V \quad (I.5)$$

Par ailleurs, la bande-passante en régulation est choisie supérieure à $200 rad/s$, ce qui correspond à un temps de réponse en régulation de $20ms$.

Le transfert nominal résultant prend la forme :

$$\frac{1}{W_1(s) W_3(s)} = \frac{s + 200 (6,35 \times 10^{-3})}{s + 200} \quad (I.6)$$

qui, compte-tenu de (I.1), amène à prendre comme gabarit W_3 :

$$W_3(s) = \frac{(s + 200)(s + 0,275)}{(s + 1,27)(0,1s + 275)} \quad (I.7)$$

Bibliographie

- [Abd05] M. Abdalla, M. Frecker, Z. Gürdal, T. Johnson, and D. K. Lindner. Design of a piezoelectric actuator and compliant mechanism combination for maximum energy efficiency. *Smart Material and Structures*, 14 :1421–1430, 2005.
- [Abi04] K. Abidi, A. Sabanovic, and S. Yesilyurt. Sliding mode control based disturbance compensation and external force estimation for a piezoelectric actuator. *IEEE Int. Workshop on Advance Motion Control*, pages 529–534, March 2004.
- [Abr03] G. L. C. Abreu, M. Ribeiro, and J. F. Steffen. Experiments on optimal vibration control of a flexible beam containing piezoelectric sensors and actuators. *Journal of Shock and Vibration*, 10 :283–300, 2003.
- [Ada00] S. J. Adali, J. C. Bruch, and I. S. Sadek. Robust shape control of beams with load uncertainties by optimally placed piezo actuators. *Structural and multidisciplinary optimization*, 19 :274–281, 2000.
- [Adh06] S. Adhikari. Damping modeling using generalized proportional damping. *Journal of Sound and Vibration*, 293 :156–170, 2006.
- [Adr00] H. J. M. T. A. Adriaens, W. L. Koning, and R. Banning. Modeling piezoelectric actuators. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 5 :331–341, December 2000.
- [Agn03a] J. Agnus. Etude, réalisation, caractérisation et commande d’une micropince piézoélectrique. *Thèse de doctorat, LAB - CNRS Université de Franche-Comté*, 2003.
- [Agn03b] J. Agnus and N. Chaillet. Dispositif de commande d’un actionneur piézoélectrique et scanner muni de ceux-ci. *INPI, patent, N°FR 03000532*, 2003.
- [Agn03c] J. Agnus, P. De Lit, and N. Chaillet. Une nouvelle micropince mmoc à quatre degrés de libertés. *Dossier Techniques de l’Ingénieur*, IN13-12-2003, 2003.
- [Agn03d] J. Agnus, P. De Lit, C. Clemy, and N. Chaillet. Description and performances of a four-degrees-of-freedom piezoelectric gripper. In *Proceedings of the 5th IEEE International Symposium on Assembly and Task Planning*, Besançon, France, July 10-11 2003.
- [Agn05] J. Agnus, P. Nectoux, and Nicolas Chaillet. Overview of microgrippers and design of a micromanipulation station based on a mmoc microgripper. In *Proceedings of the IEEE International Symposium on Computational Intelligence*

- in Robotics and Automation (CIRA)*, pages 117–123, Espoo, Finland, June 27-30 2005.
- [Ald00] O. J. Aldraihem, T. Singh, and R. C. Wetherhold. Optimal size and location of piezoelectric actuator/sensors : practical considerations. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 23 :500–515, 2000.
 - [All02a] G. Allaire. *Shape optimization by the homogenisation method*. Springer Verlag, ISBN 0-387-95298-5, 2002.
 - [All02b] G. Allaire, F. Jouve, and A.-M. Toader. A level set method for shape optimization. *C. R. Acad. Sci. Paris*, pages 1125–1130, 2002.
 - [All04] G. Allaire, F. Jouve, and A.-M. Toader. Structural optimization using sensitivity analysis and a level set method. *J. Comp. Phys.*, pages 363–393, 2004.
 - [All05] H. Allik and T. J. R. Hughes. Finite element method for piezoelectric vibration. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2 :151–157, 2005.
 - [Ana03] G. K. Ananthasuresh. *Optimal Synthesis Methods for MEMS*. Kluwer Academic Publishers, Boston, 2003.
 - [Ani08] T. A. Ani. Représentation externes des systèmes dynamiques linéaires à temps continus. *Notes de cours, Groupe Esiee*, 2008.
 - [Ant03] B. Antkowiak, J. P. Gorman, M. Varghese, D. J. D. Carter, and A. E. Duwel. Design of a high-q, low impedance, ghz-range piezoelectric mems resonator. In *Proceedings of the 12th IEEE International Conference on Transducers, Solid-state Sensors, Actuators and Microsystems*, pages 841–846, Boston, USA, 8-12 June 2003.
 - [Aph07] S. S. Aphale, A. J. Fleming, and S. O. R. Moheimani. Integral resonant control of collocated smart structures. *Smart Materials and Structures*, 16 :439–446, 2007.
 - [Ara98] A. Arabyan and S. Chemishkian. h_∞ optimal mapping of actuators and sensors in flexible structures. In *37th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 821–826, 1998.
 - [Ast97] K. Astrom and B. Wittenmark. *Computer controlled systems, theory and design (3rd edition)*. Prentice Hall, 1997.
 - [Aub84] J. N. Aubrun, M. G. Lyons, and M. J. Ratner. Structural control for a circular plate. *J. Guid. Contr. Dynam.*, 7 :535–545, October 1984.
 - [Ban01] R. Banningand, W. L. Koning, J. M. T. A. Adriaens, and K. R. Koops. State-space analysis and identification for a class of hysteretic systems. *Automatica*, 37 :1883–1892, 2001.
 - [Bat90] J.-L. Batoz and G. Datt. *Modélisation des structures par éléments finis : poutres et plaques*. Hermès Science Publications, ISBN 2866012593, 1990.
 - [Bel98] Y. Bellouard, R. Clavel, R. Gotthardt, J. Bidaux, and T. Sidler. A new concept of monolithic shape memory alloy micro-devices used in micro-robotics. In *Proceedings of the 6th International Conference on New Actuators*, pages 499–502, Bremen, Germany, June 17-19 1998.

- [Ben88] M. Bendsoe and N. Kikuchi. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, pages 197–224, 1988.
- [Ben03] M. P. Bendsoe and O. Sigmund. *Topology optimization : theory, methods and applications*. Springer Verlag, ISBN 3-540-42992-1, 2003.
- [Ber64] D. A. Berlincourt, D. R. Curran, and H. Jaffe. *Piezoelectric and piezomagnetic materials*. Physical acoustics, Academic Press, New-York, 1964.
- [Ber73] C. W. Bert. Material damping : an introductory review of mathematical models, measures, and experimental techniques. *Journal of Sound and Vibration*, 29 :129–153, 1973.
- [Ber04] P. Bernardoni. Outils et méthodes de conception de structures mécaniques à déformations réparties et actionnement discret - applications en microrobotique. *Thèse de l'Université de Paris 6*, 2004.
- [Bor92] P. Borne, G. Dauphin-Tanguy, J.P. Richard, F. Rotella, and I. Zambettakis. *Modélisation et identification des processus (tome 1)*. Editions Technip, 1992.
- [Bou67] R. Bouc. Forced vibration of mechanical systems with hysteresis. In *Proceedings of 4th Conference on Nonlinear Oscillation*, Prague, Czechoslovakia, 1967.
- [Bou02] A. Bourjault and N. Chaillet. *La microrobotique*. Paris, Hermès Science Publications, Lavoisier (ISBN 2-7462-0352-9), 2002.
- [Bou03] M. Boukallel. Etude, conception et réalisation d'un capteur de micro- et nanoforces - applications à la mesure d'élasticité des ovocytes. *Thèse de doctorat, LAB - CNRS Université de Franche-Comté*, 2003.
- [Bou06] H. Bourlès. *Systèmes linéaires : de la modélisation à la commande*. Hermes, Lavoisier (ISBN 978-2-7462-1300-5), 2006.
- [Bre97] J.-M. Breguet, S. Henein, R. Mericio, and R. Clavel. Monolithic piezoceramic flexible structure for micromanipulation. In *9th International Precision Engineering Seminar 4th International Conference on Ultraprecision in Manufacturing Engineering*, pages 397–400, Braunschweig, Germany, 1997.
- [Bri87] L. Brillouin. *Les tenseurs en mécanique et en élasticité*. Paris, Masson (ISBN 2-87647-003-9), 1987.
- [Bri03] R. T. O. Brien and J. M. Watkins. A unified approach for teaching root locus and bode compensator design. In *Proceedings of the IEEE American Control Conference*, volume 46, pages 645–649, Denver, Colorado, June 2003.
- [Bru01] I. Bruant, G. Coffignal, and F. Lene. A methodology for determination of piezoelectric actuator and sensor location on beam structure. *Journal of Sound and Vibration*, 243 :861–882, 2001.
- [Büt02] S. Bütefisch, V. Seidemann, and S. Büttgenbach. Novel micro-pneumatic actuator for mems. *Sensors and Actuators*, 97-98 :638–645, 2002.

- [Can00] S. Canfield and M. Frecker. Topology optimization of compliant mechanical amplifiers for piezoelectric actuators. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 20 :269–278, 2000.
- [Cap05] G. Caprari and R. Siegwart. Mobile micro-robots ready to use : Alice. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 3295–3300, 2005.
- [Car94] J. D. Carlson. The promise of controllable fluids. In *Proceedings of the 4th International Conference on New Actuators*, pages 266–270, Bremen, Germany, 1994.
- [Cau65] T. M. Caughey and M. E. J. O’Kelly. Classical normal modes in damped linear dynamic systems. *Transactions of ASME, Journal of Applied Mechanics*, 32 :583–588, 1965.
- [Cha94] C. D. Chapman, K. Saitou, and M. J. Jakiela. Genetic algorithms as an approach to configuration and topology design. *ASME J. Mech. Des.*, 116 :1005–1012, 1994.
- [Cha96] I. Charon, A. Germa, and O. Hudry. *Méthodes d’optimisation combinatoire*. Paris, Masson (ISBN 2-225-85307-X), 1996.
- [Cha99] N. Chaillet. La microrobotique : un nouveau champ d’investigation pour la robotique. *Revue industrielle J’automatise*, 2 :31–36, 1999.
- [Cha03] R. J. Changa, H. S. Wang, and Y. L. Wang. Development of mesoscopic polymer gripper system guided by precision design axioms. *Precision engineering*, 27 :362–369, 2003.
- [Che88] Y. Chevalier. Comportements élastique et viscoélastique des composites. *Dossier Techniques de l’Ingénieur*, A7750, 1988.
- [Che99] B. M. Chen, T. H. Lee, C. C. Hang, Y. Guo, and S. Weerasmriya. An h_∞ almost disturbance decoupling robust controller design for a piezoelectric bimorph actuator with hysteresis. *IEEE Trans. on Automation and Control*, 7 :160–174, March 1999.
- [Che02] R. S. Chen, C. Kung, and G. Lee. Analysis of the optimal dimension on the electrothermal microactuator. *J. Micromech. Microeng.*, 12 :291–296, 2002.
- [Chu03] L. L. Chu and Y. B. Gianchandani. A micromachined 2d positioner with electrothermal actuation and subnanometer capacitive sensing. *J. Micromech. Microeng.*, 13 :279–285, 2003.
- [Clé05] Cédric Clévy. Contribution à la micromanipulation robotisée : un système de changement d’outils automatique pour le micro-assemblage. *Thèse de doctorat, LAB - CNRS Université de Franche-Comté*, 2005.
- [Coh98] M. B. Cohn, K. F. Böhringer, J. M. Noworolski, A. Singh, C. G. Keller, K. Y. Goldberg, and R. T. Howe. Microassembly technologies for mems. *SPIE - the International Society for Optical Engineering*, 3511 :2–16, 1998.

- [Col86] B. D. Coleman and M. L. Hodgdon. A constitutive relation for rate-dependent hysteresis in ferromagnetically soft materials. *Int. J. Eng. Sci.*, 24 :897–919, 1986.
- [Col01] M. Collet. Shape optimization of piezoelectric sensors dealing with spill-over instability. *IEEE Trans. on Control Systems Technology*, 9 :654–662, 2001.
- [Cou80] J. Courbon. Résistance des matériaux : théorie des poutres. *Dossier Techniques de l'Ingénieur, Rubrique : Construction*, C2010-8-1980 :1–30, 1980.
- [Cra68] R. R. Craig and M. C. C. Bampton. Coupling of substructures for dynamic analysis. *AIAA Journal*, 6 :1313–1319, 1968.
- [Cra87] E.F. Crawley and J. de Luis. Use of piezoelectric actuators as elements of intelligent structures. *AIAA Journal*, 25 :1373–1385, 1987.
- [Cra90] R. R. Craig and T. J. Su. A review of model reduction methods for structural control design. In *Proceedings of the 1st Conference dynamics and control of flexible structures in space*, Cranfield, UK, 1990.
- [Cra97] J.-C. Craveur. *Modélisation des structures, calcul par éléments finis*. Mason, Paris, ISBN 2-225-83235-8, 1997.
- [Cro98a] D. Croft and S. Devasia. High-speed scanning of piezo-probes for nanofabrication. *J. Manufact. Sci. Eng.*, 120 :617–622, 1998.
- [Cro98b] D. Croft and S. Devasia. Hysteresis and vibrations compensation for piezoactuator. *AIAA Journal*, 21 :710–717, 1998.
- [Cul04] M. L. Culpepper and S. Kim. A framework and design synthesis tool used to generate, evaluate and optimize compliant mechanism concepts for research and education activities. In *ASME Design Engineering and Technical Conference*, Salt Lake City, USA, 2004.
- [Cup00] K. Cuppens, P. Sas, and L. Hermans. Evaluation of the frf-based for substructuring and modal synthesis technique applied to vehicle fe data. In *Proceedings of the 25th International Seminar on Modal Analysis (ISMA)*, pages 1143–1150, Leuven, Belgium, 2000.
- [Dar99] P. Dario, M. C. Carrozza, and A. Pietrabissa. Development and in vitro testing of a miniature robotic system for computer-assisted colonoscopy. *Computer Aided Surgery*, 4 :1–14, 1999.
- [Dar00] P. Dario, M. C. Carrozza, A. Benvenuto, and A. Menciassi. Micro-systems in biomedical applications. *J. Micromech. Microeng.*, 10 :235–244, 2000.
- [DB98] D. De-Benedittis. Actionneur linéaire magnétostrictif. *DEA, INPG*, 1998.
- [Deb98] K. Deb, S. Gulati, and S. Chakrabarti. Optimal truss-structure design using real-coded genetic algorithms. In *3rd annual conference on genetic programming*, 1998.
- [Deb00] K. Deb, A. Pratap, S. Agarwal, and T. Meyarivan. A fast and elitist multi-objective genetic algorithm : *nsga – 2*. In *Proceedings of the Parallel Problem Solving from Nature VI Conference*, pages 849–858, 2000.

- [DeV97] D. DeVoe and A. Pisano. Modeling and optimal design of piezoelectric cantilever microactuators. *J. Microelectromech. Syst.*, 6 :266–270, 1997.
- [Dim99] M. Dimmler, U. Holmberg, and R. L. Longchamp. Hysteresis compensation of piezoactuator. In *proc. 5th European Control Conf.*, pages CD-ROM paper f0700, 1999.
- [Din86] Y. Ding. Shape optimization of structures : a literature survey. *Computers and Structures*, 24 :985–1004, 1986.
- [dL96] P. de Larminat. *Automatique, 2^{ieme} édition revue et augmentée*. Hermes, Lavoisier (ISBN 2-86601-515-0), 1996.
- [Doy89] J. C. Doyle, P. K. Glover, P. P. Khargonekar, and B. A. Francis. State space solutions to standard h_2 and h_∞ control problem. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 8 :831–847, 1989.
- [Du00] H. Du, G. K. Lau, M. K. Lim, and J. Qui. Topological optimization of mechanical amplifiers for piezoelectric actuators under dynamic motion. *Smart Material and Structures*, 9 :788–800, 2000.
- [Dub05] A. Dubra, J. S. Massa, and C. Peterson. Preisach classical and nonlinear modeling of hysteresis in piezoceramics deformable mirror. *Optics Express*, 13, 2005.
- [Duc99] G. Duc and S. Font. *Commande H_∞ et μ -analyse, des outils pour la robustesse*. Hermès Science Publications (ISBN 2-7462-0041-4), 1999.
- [Efu03] Efundu. Electronics fundamentals : overview of piezoelectricity. <http://www.efunda.com>, 2003.
- [Enn84] D. Enns. Model reduction for control systems design. *Ph.D. thesis, Dept. Aeronaut. Astronaut., Stanford University, Stanford CA.*, 1984.
- [Fan90] J. L. Fanson and T. K. Caughey. Positive position feedback-control for large space structures. *AIAA J.*, 28 :717–724, April 1990.
- [Fre97] M. I. Frecker, G. K. Ananthasuresh, S. Nishikawi, N. Kikuchi, and S. Kota. Topological synthesis of compliant mechanisms using multi-criteria optimization. *Journal of Mechanical Design*, pages 238–245, 1997.
- [Fre00] M. Frecker and S. Canfield. Optimal design and experimental validation of compliant mechanical amplifiers for piezoceramic stack actuators. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 11 :360–369, 2000.
- [Fre03] M. Frecker. Recent advances in optimization of smart structures and actuators. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 14 :207–216, 2003.
- [Fri95] M. I. Friswell, S. D. Garvey, and J. E. T. Penny. Model reduction using dynamic and iterated irls techniques. *Journal of Sound and Vibration*, 186 :311–323, 1995.
- [Fri98] M. I. Friswell, S. D. Garvey, and J. E. T. Penny. The convergence of the iterated irls method. *Journal of Sound and Vibration*, 211 :123–132, 1998.

- [Fri99] M. Friswell and D. J. Inman. The relationship between positive position feedback and output feedback controllers. *Smart. Mater. Struct.*, 8 :285–291, 1999.
- [Fur98] K. Furutani and M. Urushibata. Displacement control of piezoelectric element by feedback of induced charge. *Nanotechnology*, 9 :93–98, 1998.
- [Gah94] P. Gahinet and P. Apkarian. A linear matrix inequality approach to h_∞ control. *Int. J. of Robust and non-linear control*, 4 :421–448, 1994.
- [Gal92] A. Galka, J. J. Telega, and R. Wojnar. Homogenization and thermopiezoelectricity. *Mech. Res. Comm.*, 4 :315–324, 1992.
- [Gaw91] W. Gawronski and J. Williams. Model reduction for flexible space structures. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 14 :68–76, 1991.
- [Gaw96] W. Gawronski and K. B. Lim. *Balanced control of Flexible structures*. Springer, London, 1996.
- [Gaw03] W. Gawronski. Discrete-time norms of flexible structure. *Int. Journal of Sound and Vibration*, 264 :983–1004, 2003.
- [Ge96] P. Ge and M. Jouaneh. Tracking control of a piezoelectric actuator. *IEEE Trans. Control System Technology*, 17 :211–221, 1996.
- [Ge97] P. Ge and M. Jouaneh. Generalized preisach model for hysteresis nonlinearity of piezoceramic actuators. *Precision Engineering*, 20 :99–111, 1997.
- [Geh00] G. A. Gehring, M. D. Cooke, I. S. Gregory, and al. Cantilever unified theory and optimization for sensors and actuators. *Smart Materials and Structures*, 9 :918–931, 2000.
- [Geo95] D. Georges. The use of observability and controllability gramians or functions for optimal sensor and actuator location in finite-dimensional systems. In *Proceedings of the 34th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 3319–3324, New Orleans, LA, December 1995.
- [Gev70] W. B. Gevarter. Basic relations for control of flexible vehicles. *AIAA Journal*, 8 :666–672, 1970.
- [Gil00] J. C. Gille. *Base des systèmes asservis non linéaires*. Casteiller, (ISBN 2-7135-21-20-3), 2000.
- [Gir97] A. Girard. Dynamique des structures - techniques d’analyse et d’essai. *Dossier Techniques de l’Ingénieur*, Dossier B5150, 1997.
- [Glo84] K. Glover. All optimal hankel-norm approximations of linear multivariable systems and their l^∞ -error bounds. *Int. Journal of Control*, 39 :115–1193, 1984.
- [Glo88] P. K. Glover and J. C. Doyle. State-space formulae for all stabilizing controllers that satisfy an h_∞ -norm bound and relations to risk sensitivity. *Systems and Control Letters*, 11 :167–172, 1988.
- [Goh85] C. J. Goh and T. K. Caughey. On the stability problem caused by finite actuator dynamics in the collocated control of large space structures. *Int. J. Contr.*, 41 :787–802, 1985.

- [Gol95] M. Goldfarb and N. Celanovic. Modeling piezoelectric stack actuators for control of micromanipulation. *IEEE Contr. Syst. Mag.*, 4 :211–221, 1995.
- [Gre05] W. Gressick, J. T. Wen, and J. Fish. Order reduction for large-scale finite element models : a systems perspective. *International Journal for Multiscale Computational Engineering*, 3 :337–362, 2005.
- [Gro07a] M. Grossard, C. Rotinat-Libersa, and N. Chaillet. Gramian-based optimal design of a dynamic stroke amplifier compliant micro-mechanism. In *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, San Diego, CA, USA, 29 october - 2 november 2007.
- [Gro07b] M. Grossard, C. Rotinat-Libersa, and N. Chaillet. Redesign of the mmoc microgripper piezoactuator using a new topological optimization method. In *Proceedings of the IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, Zürich, Switzerland, September 4-7 2007.
- [Gro07c] M. Grossard, C. Rotinat-Libersa, N. Chaillet, and Y. Perrot. Flexible building blocks method for the optimal design of compliant mechanisms using piezoelectric material. In *12th IFToMM World Congress in Mechanism and Machine Science*, Besançon, France, June 18-21 2007.
- [Gro08] M. Grossard, C. Rotinat-Libersa, N. Chaillet, and M. Boukallel. Mechanical and control-oriented design of a monolithic piezoelectric microgripper using a new topological optimisation method. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronic (accepté pour publication)*, 2008.
- [Guy65] R. J. Guyan. Reduction of stiffness and mass matrices. *AIAA Journal*, 3 :280, 1965.
- [Hac93] A. Hac and L. Liu. Sensor and actuator location in motion control of flexible structures. *Journal of Sound and Vibrations*, 167 :239–261, 1993.
- [Had00] Y. Haddab. Conception et réalisation d’un système de micromanipulation contrôlé en effort et en position pour la manipulation d’objets de taille micrométrique. *Thèse de doctorat, LAB - CNRS Université de Franche-Comté*, 2000.
- [Haf86] R. T. Haftka and R. V. Grandhi. Structural shape optimization - a survey. *Computers methods in Applied Mechanics and Engineering*, 57 :91–106, 1986.
- [Hag90] N. Hagood, W.H. Chung, and A. von Flotow. Modeling of piezoelectric actuator dynamics for active structural control. *AIAA Journal*, 90 :2242–2255, 1990.
- [Hag95] N. Hagood and J. Andrew. Modeling of a piezoelectric rotary ultrasonic motor. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 42 :210–224, 1995.
- [Hal02a] D. Halim and S. O. R. Moheimani. Experimental implementation of spatial h_∞ control on a piezoelectric laminate beam. *IEEE/ASME Trans. on Mechatronics*, 4 :346–356, 2002.

- [Hal02b] D. Halim and S. O. R. Moheimani. Spatial h_2 control of a piezoelectric laminate beam : experimental implementation. *IEEE Trans. Control System Technology*, 10 :533–546, 2002.
- [Hal02c] D. Halim and S. O. R. Moheimani. Spatial h_2 control of a piezoelectric laminate beam : experimental implementation. *IEEE Trans. Control System Technology*, 10 :533–546, 2002.
- [Ham89] A. M. A. Hamdan and A. H. Nayfeh. Measures of modal controllability and observability for first- and second-order linear systems. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 7, 1989.
- [Han99] J.-H. Han and I. Lee. Optimal placement of piezoelectric sensors and actuators for vibration control of a composite plate using genetic algorithms. *Smart Materials and Structures*, 8 :257–267, 1999.
- [Has76] T. K. Hasselman. Modal coupling in lightly damped structures. *AIAA Journal*, 14 :1627–1628, 1976.
- [Hat01] M. R. Hatch. *Vibration Simulation using MATLAB and ANSYS*. Chapman and Hall/CRC (ISBN 1584882050), 2001.
- [He01] J.-H. He. Hamilton principle and generalized variational principles of linear thermopiezoelectricity. *Journal of applied mechanics*, 68 :666–667, 2001.
- [Hen01] S. Henein. *Conception de guidages flexibles*. Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, 2001.
- [Hua06] S.-C. Huang and G.-J. Lan. Design and fabrication of a microcompliant amplifier with a topology optimal compliant mechanism integrated with a piezoelectric microactuator. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 16 :531–538, 2006.
- [Hur06] S. Hurlebausa and L. Gaul. Smart structure dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20 :255–281, 2006.
- [Hwa93] W.-S. Hwang and H.C. Park. Finite element modeling of piezoelectric sensors and actuators. *AIAA Journal*, 31 :930–937, 1993.
- [Hwa03] C. L. Hwang and C. Jan. A reinforcement discrete neuro-adaptive control for unknown piezoelectric actuator systems with dominant hysteresis. *IEEE Trans. on Neural Networks*, 14 :66–78, January 2003.
- [IS03] Impulsion-SAS. Micro-usinage par laser à impulsions ultra-courtes. *Adresse internet* [http ://www.impulsion-sas.com/](http://www.impulsion-sas.com/), 2003.
- [Iwa94] T. Iwasaki and R. E. Skelton. All controllers for the general h_∞ control problem : Lmi existence conditions and state-space formulas. *Automatica*, 30 :1307–1317, 1994.
- [Jan07] H. Janocha. *Adaptronics and Smart Structures - Basics, Materials, Design and Applications*. Second Edition Springer Berlin Heidelberg New-York, ISBN 978 3 540 71965 6, 2007.
- [Jog02] C. S. Jog. Topology design of structures subjected to periodic loading. *Journal of Sound and Vibration*, 253 :687–709, 2002.

- [Jon84] E. A. Jonckheere. Principal components analysis of flexible systems - open-loop case. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 29 :1095–1097, 1984.
- [Jor01] T. L. Jordan and Z. Ounaies. Piezoelectric ceramics characterization. *ICASE Report, NASA*, 2001.
- [Jou07] F. Jouve and H. Mechkour. Optimization assisted design of compliant mechanisms by the level set method. In *12th IFToMM World Congress*, besançon, France, June 18-21 2007.
- [Kai88] H. Kaizuka and B. Siu. A simple way to reduce hysteresis and creep when using piezoelectric actuators. *J. Appl. Phys.*, 27 :773–776, 1988.
- [Kan97] C. Kane and M. Schoenauer. Optimisation topologique de formes par algorithmes génétiques. *Revue Française de Mécanique*, 4 :237–246, 1997.
- [Ker02] M. R. Kermani, M. Moallem, and R. V. Patel. Optimizing the performance of piezoelectric actuators for active vibration control. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2375–2380, Washington DC, USA, May 2002.
- [Kim99] H. S. Kim, B. R. Lee, and K. Y. Park. Precision position control of a piezoelectric actuator using neural network. *Korean Society of Precision Engineering*, 16 :9–16, 1999.
- [Koe99] S. Koelemeijer and J. Jacot. Cost efficient assembly of microsystems. *MST-News, The World's Knowledge*, pages 30–32, 1999.
- [Kop89] G.M. Koppelman. Oyster, a three-dimensional structural simulator for microelectromechanical design. *Sensors and Actuators*, 20 :179–185, 1989.
- [Kor05] J. G. Korvink and Z. Liu. Multiphysics for topology optimisation in mems. In *6th Int. Conf. on Thermal, Mechanical and Multiphysics Simulation and Experiments in Micro-Electronics and Micro-Systems*, pages 214–218, Berlin, Germany, 2005.
- [Kot99] S. Kota, J. Hetrick, and L. Saggerre. Tailoring unconventional actuators using compliant transmissions : design methods and applications. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 4 :396–408, 1999.
- [Kou07] P. Koutsovasilis and M. Beitelschmidt. Model reduction of large elastic systems : a comparison study on the elastic piston rod. In *Proceedings of the 12th IFToMM World Congress in Mechanism and Machine Science*, Besançon, France, 2007.
- [Lac93] A. Lac and L. Liu. Reduction of large flexible spacecraft models using internal balancing theory. *Journal of Sound and Vibration*, 167 :239–261, 1993.
- [Lau80] A. J. Laub. Computation of balancing transformation. *JACC*, FA8-E, 1980.
- [Lau00] G. K. Lau and al. Systematic design of displacement-amplifying mechanisms for piezoelectric stacked actuators using topology optimization. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 11 :685–695, 2000.

- [Lei91] T. D. Leigh and D. C. Zimmerman. An implicit method for the nonlinear modelling and simulation of piezoceramic actuators displaying hysteresis. *ASME Smart Structures and Materials*, 24 :57–63, 1991.
- [Lel01] S. Leleu, H. Abou-Kandil, and Y. Bonnassieux. Piezoelectric actuators and sensors location for active control of flexible structures. *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, 50 :1577–1582, 2001.
- [Lem08] E. Lemaire, V. Rochus, J.-C. Golinval, and P. Duysinx. Microbeam pull-in voltage topology optimization including material deposition constraint. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 197 :4040–4050, 2008.
- [Ler90] R. Lerch. Simulation of piezoelectric devices by two- and three-dimensional finite elements. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 37 :233–247, 1990.
- [Li93] C. J. Li, S. M. Beigi, S. Li, and J. Liang. Nonlinear piezo-actuator control by learning sel-tuning regulator. *J. Dynamic Syst. Meas. Contr.*, 115 :720–723, 1993.
- [Li02] Z. Li and S. Kota. Dynamic analysis of compliant mechanisms. In *Proceedings of ASME Design Engineering Technical Conferences and Computer and Information in Engineering Conference*, Montreal, Canada, September 29-October 2 2002.
- [Li04] Q. S. Li, D. K. Liu, J. Tang, N. Zhang, and C. M. Tam. Combinatorial optimal design of number and positions of actuators in actively controlled structures using genetic algorithms. *Journal of Sound and Vibration*, 270 :611–624, 2004.
- [Lia06] H. C. Liaw, D. Oetomo, B. Shirinzadeh, and G. Alici. Robust motion tracking control of piezoelectric actuation systems. *IEEE Int. Conf. On Robotics and Automation*, pages 15–17, May 2006.
- [Lim93] K. B. Lim and W. Gawronski. *Actuators and sensor placement for control of flexible structures in Control and Dynamics Systems : Advances in Theory and Applications*. ed. London, Academic Press, 1993.
- [Lit03] P. De Lit, J. Agnus, and N. Chaillet. Analytical modelling and finite element analysis of a monolithic piezoelectric actuator offering two uncoupled degrees of freedom. In *Proceedings of the 5th IEEE International Symposium on Assembly and Task Planning*, pages 7–13, Besançon, France, July 10-11 2003.
- [Lon06] R. Longchamp. *Commande numérique de systèmes dynamiques, (2-ième édition)*. Presses polytechniques et universitaires romandes (ISBN 2-88074-642-6), 2006.
- [Loz07] J. Lozada, M. Hafez, and X. Boutillon. A novel haptic interface for musical keyboards. In *IEEE/ASME international conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pages 1–6, Zürich, Switzerland, 4-7 Sept. 2007.
- [Mad02] H. Maddisetty and M. Frecker. Dynamic topology optimization of compliant mechanisms and piezoceramic actuators. *ASME Journal of Mechanical Design*, 126 :975–983, 2002.

- [Mad04] H. Maddisetty and M. Frecker. Dynamic topology optimization of compliant mechanisms and piezoceramic actuators. *ASME J. Mech. Des.*, 126 :975–983, 2004.
- [Mal69] L. E. Malvern. *Introduction to the Mechanics of a Continuous Medium*. Prentice-Hall, 1969.
- [Mar78] G. D. Martin. On the control of flexible mechanical systems. *PhD Dissertation, Stanford University, USA*, 1978.
- [Mar03] B. Marx. Contribution à la commande et au diagnostic des systèmes algébro-différentiels linéaires. *Thèse de doctorat de l'INPG, Laboratoire d'Automatique de Grenoble*, 2003.
- [Mic04] A.G.M. Michell. The limits of economy of material in frame structures. *Philosophical Magazine*, 8 :589–595, 1904.
- [Mif06] T. Mifune, S. Isozaki, T. Iwashita, and M. Shimasaki. Algebraic multigrid preconditioning for 3-d magnetic finite-element analyses using nodal elements and edge elements. *IEEE Transactions on Magnetics*, 42 :635–638, 2006.
- [Min04] S. Min and Y. Kim. Topology optimisation of compliant mechanism with geometrical advantage. *JSME International Journal*, 47 :610–615, 2004.
- [Mis83] Lockheed Missiles and Space Company Inc. Vibration control of space structures : a high and low authority hardware implementation. *AFWAL-TR-83-3074*, July 1983.
- [Mol04] J. Molimard. *Mécanique des matériaux composites*. Cours de l'Ecole des Mines de Saint-Etienne, 2004.
- [Moo81] B. C. Moore. Principal component analysis in linear systems : controllability, observability, and model reduction. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 26 :17–32, 1981.
- [Mra02] R. B. Mrad and H. Hu. A model for voltage to displacement dynamics in piezoceramic actuators subject to dynamic-voltage excitations. *IEEE Transactions in Mechatronics*, 7 :479–489, 2002.
- [Mul03] COMSOL Multiphysics. Environnement de simulation multiphysiques. Adresse internet <http://www.comsol.fr/>, 2003.
- [Nad04] G. Nader, E. C. N. Silva, and J. C. Adamowski. Effective damping value of piezoelectric transducer determined by experimental techniques and numerical analysis. *ABCM Symposium Series in Mechatronics*, 1 :271–279, 2004.
- [Nah07] S.K. Nah and Z.W. Zhong. A microgripper using piezoelectric actuation for micro-object manipulation. *Sensors and Actuators*, 133 :218–224, 2007.
- [New82] C. V. Newcomb. Improving the linearity of piezoelectric ceramic actuators. *Electronics Letters*, 18 :442–443, 1982.
- [Nis67] E.P. Eer Nisse. On variational techniques for piezoelectric device analysis. *Proceedings Letters of the IEEE Journal*, 55 :1524–1525, 1967.

- [Nis98] S. Nishiwaki, M. I. Frecker, S. Min, and N. Kikuchi. Topology optimization of compliant mechanisms using the homogenization method. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 42 :535–559, 1998.
- [O’C89] J. C. O’Callahan. A procedure for an improved reduced system (irs) model. In *Proceedings of the 7th International Modal Analysis Conference*, pages 17–21, Las Vegas, Nevada, 1989.
- [Ott90] D. Otte, J. Heuridan, H. Grangier, and R. Aquilana. The use of svd-based data reduction techniques for coupling of structures using measured frf data. In *Proceedings of the 15th International Seminar on Modal Analysis (ISMA)*, pages 99–113, Leuven, Belgium, 1990.
- [Paz84] M. Paz. Dynamic condensation. *AIAA Journal*, 22 :724–727, 1984.
- [Per82] L. Pernebo and L. M. Silverman. Model reduction via balanced state space representation. *IEEE Trans. on Automatic Control*, 27 :382–387, 1982.
- [PI05] PI. Piezo ceramic technology. Adresse internet <http://www.piceramic.com/>, 2005.
- [Pie87] IEEE Standard On Piezoelectricity. An american national standard. *ANSI/IEEE Standard*, 1987.
- [Pie01a] V. Piefort. Finite element modelling of piezoelectric active structures. *Thesis, Faculty of applied sciences UL Bruxelles (Department of mechanical engineering and robotics)*, 2001.
- [Pie01b] V. Piefort and A. Preumont. Finite element modeling of piezoelectric structures. In *Proceedings of the Samtech User’s Conference*, Paris, France, 2001.
- [Pil98] D. F. Pilkey. Computation of a damping matrix for finite element model updating. in *Engineering Mechanics*, April 1998.
- [Ple97] B. Pletner and H. Abramovich. Consistent methodology for the modeling of piezolaminated shells. *AIAA Journal*, 35 :1316–1326, 1997.
- [Pon05] J. L. Pons. *Emerging actuator technologies : a micromechatronic approach*, ISBN 0-470-09197-5. Wiley, 2005.
- [Pot02] H. R. Pota, S. O. R. Moheimani, and M. Smith. Resonant controllers for smart structures. *Smart Mater. Struct.*, 11 :1–8, 2002.
- [Poz99] M. Pozzi and T. King. Dynamic characteristics of piezoelectric multilayer stack actuators. In *Proc. 2nd Int. Recent Advances Mechatron. Conf.*, volume 120, pages 461–466, 1999.
- [Pér05] R. Pérez, J. Agnus, C. Clemy, A. Hubert, and N. Chaillet. Modeling, fabrication, and validation of a high-performance 2-dof piezoactuator for micromanipulation. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronic*, 10 :161–171, 2005.
- [Pre02] A. Preumont. *Vibration control of active structures : an introduction, 2nd edition*. Kluwer academic publishers, 2002.
- [Rak06] M. Rakotondrabe. Développement et commande modulaire d’une station de micromanipulation. *Thèse de doctorat, LAB - CNRS Université de Franche-Comté*, 2006.

- [Rak07a] M. Rakotondrabe, Y. Haddab, and P. Lutz. Non-linear modeling and estimation of force in a piezoelectric cantilever. *IEEE/ASME Internationale Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, September 2007.
- [Rak07b] M. Rakotondrabe, Y. Haddab, and P. Lutz. Quadrilateral modelling and robust control of a non-linear piezoelectric cantilever. *IEEE Transactions on Control Systems Technology (accepted for publication)*, 2007.
- [Rao02] M. D. Rao. Recent applications of viscoelastic damping for noise control on automobiles and commercial airplanes. *Journal of Sound and Vibration*, 262 :457–474, 2002.
- [Rau05] M. Raulli and K. Maute. Topology optimization of electrostatically actuated microsystems. *Struct. and Mult. opt.*, 30 :342–359, 2005.
- [Ray77] L. Rayleigh. *Theory of Sound (two volumes)*. Dover Publications, New-York, 1877.
- [Rég08] S. Régnier and N. Chaillet. *La microrobotique, applications à la micromanipulation*. Paris, Hermès Science Publications, Lavoisier (ISBN 978-2-7462-1885-7), 2008.
- [Riz99] N. Rizet. Contrôle actif de vibrations utilisant des matériaux piézo-électriques. *Thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées (Lyon)*, 1999.
- [RL06] C. Rotinat-Libersa, Y. Perrot, and J.-P. Friconneau. Potentialities of optimal design methods and associated numerical tools for the development of new micro- and nano- intelligent systems based on structural compliance -an example-. In *IARP - IEEE/RAS - EURON Joint Workshop on Micro and nano Robotics*, Paris, France, October 23-24 2006.
- [Roh05] P. D. Rohitha, S. Senadheera, and J. K. Pieper. Fully automated pid and lead/lag compensator design tool for industrial use. In *Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications*, pages 1009–1014, Toronto, Canada, August 2005.
- [Roy99] D. Royer and E. Dieulesaint. *Ondes élastiques dans les solides*. Paris, Masson, 1999.
- [Ru07] C. Ru, B. Pang, K. Wang, and C. Huang. Enhancement of tracking performance for piezo-nanopositioning stage. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Mechatronics and Automation*, pages 1477–1482, Harbin, China, August 2007.
- [Rub06] W. M. Rubio, P. H. de Godoy, and E. C. N. Silva. Design of electrothermomechanical mems. *ABCM Symposium Series in Mechatronics*, 2 :469–476, 2006.
- [Sad99] A. M. Sadri, J. R. Wright, and R. J. Wynne. Modelling and optimal placement of piezoelectric actuators in isotropic plates using genetic algorithms. *Smart Materials and Structures*, 8 :490–498, 1999.
- [Sax00a] A. Saxena, X. Wang, and G. K. Ananthasuresh. Pennsyn : a topology synthesis software for compliant mechanism. In *ASME Design Engineering and Technical Conference*, Baltimore, USA, 2000.

- [Sax00b] A. Saxena, X. Wang, and G. K. Ananthasuresh. Pennsyn : a topology synthesis software for compliant mechanisms. *ASME Design Engineering and Technical Conference*, 2000.
- [Sax02] A. Saxena, L. Yin, and G. K. Ananthasuresh. Pennsyn 2.0 - enhancements to a synthesis software for compliant mechanisms. In *ASME Design Engineering and Technical Conference*, Montreal, Canada, 2002.
- [Sch84] D.B. Schaeckter and D. B. Eldred. Experimental demonstration of the control of flexible structures. *J. Guid. Contr. Dynam.*, 7 :527–534, October 1984.
- [Sen92] S. D. Senturia, R. M. Harris, B. P. Johnson, S. Kim, K. Nabors, M. A. Schulman, and J. K. White. A computer aided design system for microelectromechanical systems (memcad). *Journal of Microelectromechanical Systems*, 1 :3, 1992.
- [Sha05] A. Shacklock and W. Sun. Integrating microscope and perspective views. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 454– 459, Barcelona, Spain, April 18-22 2005.
- [Shi97] P.Y. Shim and S. Manoochemri. Generating optimal configurations in structural design using simulated annealing. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 40 :1053–1069, 1997.
- [Sig97] O. Sigmund. On the design of compliant mechanisms using topology optimization. *Mech. Struct. Mach.*, 4 :493–524, 1997.
- [Sig98] O. Sigmund. Systematic design of electrothermomechanical microactuators using topology optimization. In *Modelling and Simulation of Microsystems, Semiconductors, Sensors and Actuators (MSM 98)*, pages 350–355, 1998.
- [Sig01a] O. Sigmund. A 99 line topology optimization code written in matlab. *Structural and Multidisciplinary Optimization*, 21 :120–127, 2001.
- [Sig01b] O. Sigmund. Design of multiphysics actuators using topology optimization - part i : One-material structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190 :6577–6604, 2001.
- [Sig01c] O. Sigmund. Design of multiphysics actuators using topology optimization - part ii : Two-material structures. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 190 :6605–6627, 2001.
- [Sil99] E. C. N. Silva, S. Nishiwaki, and N. Kikuchi. Design of flextensional transducers using homogenization design method. *Proc. SPIE*, 3667 :232–243, 1999.
- [Sil00] E. C. N. Silva, S. Nishiwaki, and N. Kikuchi. Topology optimization design of flextensional actuators. *IEEE Transactions and Ultrasonics Ferroelectrics, and Frequency Control*, 47 :657–671, 2000.
- [Ske80] R. E. Skelton. Cost decomposition of linear systems with applications to model reduction. *International Journal of Control*, 32, 1980.
- [Ske83] R. E. Skelton and A. Youssuf. Component cost analysis of large scale systems. *International Journal of Control*, 37, 1983.

- [Smi91a] J. G. Smits and W. S. Choi. The constituent equations of piezoelectric heterogeneous bimorph. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control*, 38 :256–270, May 1991.
- [Smi91b] J. G. Smits, S. I. Dalke, and T. K. Cooney. The constituent equations of piezoelectric bimorphs. *Sensors and Actuators (A)*, 28 :41–61, 1991.
- [Smi93] J. G. Smits and W. S. Choi. Equations of state including the thermal domain of piezoelectric and pyroelectric heterogeneous bimorph. *Ferroelectrics*, 141 :271–276, 1993.
- [Sta99] D. Stauffer, H. E. Stanley, and A. Lesne. *Cours de Physique : de Newton à Mandelbrot*. Springer, ISBN 2287596747, 1999.
- [Ste98] Y. Stepanenko and C. Y. Su. Intelligent control of piezoelectric actuators. In *Proceedings of the IEEE Conf. on Decision and Control*, pages 4234–4239, Tampa, Florida USA, December 1998.
- [Sul99] A. Suleman and M. A. Goncalves. Multi-objective optimisation of an adaptive composite beam using the physical programming approach. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 10 :56–70, 1999.
- [Tan06] U. X. Tan, T. L. Win, and W. T. Ang. Modeling piezoelectric actuator hysteresis with singularity free prandtl-ishlinskii model. In *Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics*, pages 251–256, Kunming, China, December 2006.
- [Tao95] G. Tao and P. V. Kokotovic. Adaptative control of plants with unknown hysteresis. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 40 :200–212, February 1995.
- [Tao96] G. Tao and P. V. Kokotovic. *Adaptive control of systems with actuators and sensors nonlinearities*. Wiley (ISBN : 978-0-471-15654-3), June 1996.
- [Tel90] J. J. Telega. Piezoelectricity and homogenization : Application to biomechanics. in : *G.A. Maugin, ed., Continuum Models and Discrete Systems 2 (Longman, London)*, pages 220–230, 1990.
- [Tho02] G. Thomas. *Commande des systèmes linéaires*. Hermes, Lavoisier (ISBN 2-7462-0492-4), 2002.
- [Tie67] H. F. Tiersten. Hamilton’s principle for linear piezoelectric media. *Proceedings Letters of the IEEE Journal*, 55 :1523–1524, 1967.
- [Tim25] S. Timoschenko. Analysis of bi-metal thermostats. *J. Opt. Soc. Amer.*, 3 :233–256, September 1925.
- [Tom87] M. S. Tombs and I. Postlethwaite. Truncated balanced realization of a stable non-minimal state-space system. *International Journal of Control*, 46 :1319–1330, 1987.
- [Tsa03] M. S. Tsai and J. S. Chen. Robust tracking control of a piezoactuator using a new approximate hysteresis model. *Journal of dynamic systems, measurement, and control*, 125 :96–102, March 2003.

- [Vin96] S. Vincent. Etude de la complémentarité d'actionneurs pour la commande active des structures flexibles. *Thèse de doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace*, 1996.
- [Vis84] C. N. Viswanathan, R. W. Longman, and P.W. Likins. A degree of controllability definition : fundamental concepts and applications to modal systems. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1984.
- [Wan98] Y. Wang and J.C. Slater. A comparison of conventional and impedance methods for modeling piezoelectric materials actuation in smart structures. *Journal of Vibration and Acoustics*, 120 :685–688, 1998.
- [Wec03] M. Weck. Assembling hybrid microsystems. In *IAP Workshop - Advanced Mechatronic Systems*, Lovain-La-Neuve, Germany, October 2003.
- [Wei99] M. S. Weinberg. Working equations for piezoelectric actuators and sensors. *J. Microelectromech. Syst.*, 8 :529–533, December 1999.
- [Wen76] Y. K. Wen. Method for random vibration of hysteretic systems. *J. Engr.*, 102 :249–263, 1976.
- [Wil90] J. Williams. Close-form grammians and model reduction for flexible space structures. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 35 :379–382, 1990.
- [Woo01] R. J. Wood and R. S. Fearing. Flight force measurements for a micromechanical flying insect. *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 355–362, 2001.
- [Yoo00] J. Yoo, N. Kikuchi, and J. L. Volakis. Structural optimization in magnetic devices by the homogenization design method. *IEEE Transactions on Magnetics*, 36 :574–580, 2000.
- [Yoo04] J. Yoo. Modified method of topology optimization in magnetic fields. *IEEE Transactions on Magnetics*, 40 :1795–1802, 2004.
- [Yu95] Y.-Y. Yu. Some recent advances in linear and nonlinear dynamical modeling of elastic and piezoelectric plates. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 6 :237–254, 1995.
- [Yu96] Y.-Y. Yu. *Vibrations of elastic plates : linear and non-linear dynamical modeling of sandwiches, laminated composites and piezoelectric layers*. Springer-Verlag, Berlin/New-York, 1996.
- [Zen48] C. M. Zener. *Elasticity and anelasticity of metals*. University of Chicago Press, 1948.
- [Zha90] Y. Zhang, S.B. Crary, and K.D. Wise. Pressure sensor design and simulation using the caemens-d module. *Tech. Dig. IEEE Solid-State Sensor and Actuator Workshop, Hilton Head, New York - IEEE*, 1990.
- [Zha94] W. Zhang and F. Lin. Smart structure damping modeling. In *Proceedings of the 33rd Conference on Decision and Control*, pages 3975–3980, lake Buena Vista, FL, December 1994.

- [Zha00] H. Zhang, B. Lennox, and P. R. Goulding. A float-encoded genetic algorithm technique for integrated optimization of piezoelectric actuator and sensor placement and feedback gains. *Smart Materials and Structures*, 9 :552–557, 2000.
- [Zho99] Q. Zhou, P. Kallio, and H. N. Koivo. Nonlinear system identification of a micromanipulator. In *Proc. 2nd Int. Recent Advances Mechatron. Conf.*, pages 467–472, 1999.
- [Zho01] Q. Zhou, A. Aurelian, C. Corral, P.J. Esteban, P. Kallio, B. Chang, and H.N. Koivo. A microassembly station with controlled environment. In *Proceedings of the SPIE Microrobotics and Microassembly III*, volume 4568, pages 252–260, Newton, USA, 2001.

Publications personnelles

Brevets

Deux dépôts de demande de brevet (numéros 08 04257 et 08 04255) : "Procédé de réalisation d'un système mécatronique flexible".

Revue internationale à comité de lecture

M. Grossard, C. Rotinat-Libersa, N. Chaillet, M. Boukallel, "Mechanical and control-oriented design of a monolithic piezoelectric microgripper using a new topological optimisation method", *IEEE/ASME Transactions on Mechatronic* (Revue acceptée pour publication).

M. Grossard, M. Boukallel, N. Chaillet, C. Rotinat-Libersa, "Modeling and robust control strategies of a new control-oriented piezoactuator prototype", *IEEE Transactions on Control Systems Technology* (Revue soumise pour publication).

Communications internationales à comité de lecture

M. Grossard, C. Rotinat-Libersa, N. Chaillet, "Gramian-based optimal design of a dynamic stroke amplifier compliant micro-mechanism", *IEEE/RSJ 2007 International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS'07)*, pp. 4007-4012, 29 october - 2 november 2007, San Diego, CA, USA.

M. Grossard, C. Rotinat-Libersa, N. Chaillet, "Redesign of the MMOC microgripper piezoactuator using a new topological optimization method", *IEEE/ASME 2007 International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM'07)*, pp. 1-6, September 4-7, ETH Zürich, Switzerland.

M. Grossard, C. Rotinat-Libersa, N. Chaillet, Y. Perrot, "Flexible building blocks method for the optimal design of compliant mechanisms using piezoelectric material", *12th IFToMM World Congress*, paper n°684, June 18-21, 2007, Besançon, France.

Communications nationales sans actes

M. Grossard, C. Rotinat-Libersa, N. Chaillet, "Outil d'aide à la conception de structures flexibles à actionnement discret pour la microrobotique", *Journées Nationales de la Recherche en Robotique (JNRR'2007)*, 26-28 Octobre 2007, Obernai, France.

M. Grossard, C. Rotinat-Libersa, N. Chaillet, "Structures flexibles à actionnement discret pour le self-sensing - Application en Microrobotique", *Ateliers du Laboratoire Européen Associée en Microtechnique (LEA'2007)*, session poster, 10-11 septembre 2007, Arc-et-Senans, France.

M. Grossard, C. Rotinat-Libersa, N. Chaillet, "Outil d'aide à la conception de structures flexibles actives pour le retour d'effort : applications en microrobotique", *Ateliers du Laboratoire Européen Associée en Microtechnique (LEA'2006)*, session poster, 12-13 septembre 2006, Arc-et-Senans, France.

Résumé

Lorsqu'on applique une réduction d'échelle aux systèmes mécatroniques habituellement rencontrés dans le macromonde, la miniaturisation n'est possible que si elle est accompagnée d'une intégration fonctionnelle de ces systèmes. Cette tendance générale pousse les microsystèmes à posséder une densité fonctionnelle de plus en plus importante, qui les fait converger progressivement vers le concept d'adaptronique.

L'objectif de cette thèse est de développer une nouvelle méthode de synthèse optimale de structures flexibles monolithiques, pour permettre la conception d'actionneurs intégrés. Notre méthode de synthèse est basée sur l'agencement optimal de blocs flexibles élémentaires grâce à un algorithme génétique multi-critères. Ces blocs flexibles sont de type treillis de poutres et décrits par une méthode aux éléments finis. Ils peuvent être passifs ou rendus actifs par effet piézoélectrique inverse, permettant ainsi l'intégration de la fonction d'actionnement au sein même de la structure du mécanisme.

En outre, une représentation dynamique du comportement entrée(s)-sortie(s) de ces mécanismes flexibles permet la prise en compte dans la méthode d'optimisation, dès la phase amont de conception, de nouvelles spécifications permettant de garantir certaines performances lors de la commande ultérieure des systèmes ainsi synthétisés.

Enfin, un prototype de micropince piézoélectrique monolithique est conçu de manière optimale grâce à l'outil logiciel développé : les tests expérimentaux effectués permettent de valider la démarche de conception mécatronique dans son ensemble, depuis l'étape amont de l'étude complète de sa topologie, jusqu'à l'étape finale de sa commande robuste en boucle fermée.

Mots-clés : structures flexibles, piézoélectricité, structure active, optimisation topologique multi-critères, algorithme génétique, grammians, commandabilité, observabilité, commande robuste, amortissement actif, système microrobotique, intégration fonctionnelle, adaptronique, micro-actionneur, micropince.

Abstract

When applying scale reduction to mechatronic systems that are usually encountered at the macroscale, the miniaturisation step necessarily implies functional integration of these systems. This general trend makes microsystems more and more functionally integrated, which makes them converging towards the adaptronic concept.

The aim of this thesis is to develop a new optimal synthesis method of monolithic compliant structures to design integrated actuators. Our method is based on the optimal arrangement of flexible building blocks thanks to a multi-criteria genetic algorithm. These building blocks result from the assembly of beam elements and are described by a finite element method. They can be either passive or active by exploiting the inverse piezoelectric effect, thus making realistic the integration of the actuation principle inside the mechanical structure.

In addition, a dynamic description of the input(s)-output(s) behavior of these flexible mechanisms can be taken into account in our optimization method. Thus, new fitness functions allow the optimal synthesis of devices within a wide schedule of conditions, which can guaranty some specific performances during the control process of these synthesized systems afterwards.

Finally, a monolithic piezoelectric microgripper prototype is optimally designed using our developed software tool. The experimental tests made can validate all the different steps of our mechatronics design methodology, from the first designing step of the complete topology study to the final step of the robust control in close-loop form.

Keywords : compliant structure, piezoelectricity, smart structure, multi-criteria topological optimisation, genetic algorithm, gramians, commandability, observability, robust control, active damping, microrobotic systems, functional integration, adaptronic, microactuator, microgripper.